MODULO ESTADÍSTICA

DESCRIPTIVA

PROSPECTIVA Y LAS PROBABILIDADES: Método de impactos cruzados: Los métodos de impactos cruzados probabilistas pretenden determinar las probabilidades simples y condicionadas de hipótesis o eventos, así como las probabilidades de combinaciones de estos últimos, teniendo en cuenta las interacciones entre los eventos y/o hipótesis. PROSPECTIVA ESCENARIOS SMIC ν El objetivo de estos métodos es hacer destacar los escenarios más probables, y también examinar las combinaciones de hipótesis que serán excluidas a priori.

ING. ANGEL FREDY CASTELO RIVAS. MBA. MGSS

ING. PIEDAD ELIZABETH ALARCON T. MBA. MGSS

La obra del autor: Jaime Bustamante aplica y explica de manera sencilla formulas y ejemplos para primeros pasos en la Estadística descriptiva: podemos clasificar los conceptos en función de qué variables describimos o dibujamos:
Variables cuantitativas:

1. Tabla de frecuencias, Valor central (media o mediana)), Dispersión (desviación estándar, rango intercuartílico), Medidas de posición (cuartiles, percentiles)
2. Distribución (histograma, boxplot, densidad), Correlación y covarianza, Scatterplot y matrixplot

La obra del autor Richard Levin; estadística para administradores muestran una serie de ejercicios de aplicación razonamiento que se utilizara en la clases ya que complementa con aplicación de tablas estadísticas en la inferencia de muestras grandes y pequeñas,

Todo el libro se aplica con software Minitab-- spss

Acceda complacido a prologar esta obra, acción que para mí es sinónimo de encabezar, exponer, explicar, comentar. Para ello reúno todos estos infinitivos y quiere intentar que en conjunto me sirvan de pauta en lo que se sigue. “Verba volant, scripta manet”: Las palabras vuelan los escritos permanecen, decían los antiguos latinos. Mil deseos es que también perduren estas breves líneas, escritas como homenaje a los autores de la presente obra. Gustoso me brindo a encabezar el libro. Ellos han gastado parte de su existencia en proporcionar a otros una serie de conocimientos, de ciencia y de saber que les hacen merecedores del plauso social. Si a ello se añade su diaria y callada labor, sin alharacas, sin ruidos, pero con eficiencia, el reconocimiento debe ser aún mayor.

Creo necesario exponer, es decir, poner relieve la labor desarrollada por Jaime Bustamante y Galo Luna como indicadores del sistema de Estudios a Distancias en el Ecuador. Son trabajadores de primera hora. Su labor docente ha estado unida a la Universidad Abierta de Loja, lo que hace de ellos profesionales bregados en estudio de ambas modalidades: en presencial y a distancia. Una docena de años en ese campo es el suficiente aval del <<magister dixit>>; es una garantía de conocer su materia y saber enseñarla. La presente ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA es, como digo, obra de estos dos eximios maestros: Jaime Bustamante y Galo Luna. El título da ya cabal idea de lo que debe ser el contenido y sus objetivos: facilitar el aprendizaje de la estadística a las personas que la relacionen con los proyectos e intereses.

Todo tipo de alumnos, pero de manera especial del ITSDAB, encontrarán en este texto o auxiliar precioso en sus estudios. La claridad de exposición, la pedagogia que resuman sus páginas, los solucionares, constituyen las cualidades para de presentemos y ofrezcamos en esta obra sin reticencias.

Conocemos que existen en el mercado algunas obras de este ámbito y, además, de notable erudición, pero que en la práctica no están alcance de todos, ya sea por motivos económicos, ya por defectos de base, ya por otras razones que no sean del caso enumerar. Con la aparición de la ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA que tiene usted en sus manos sean subsanado las lagunas señadas. Sin duda alguna el presente texto posee notables ventaja sobre sus homólogos. Abra sus páginas, ojéelo, se va a convencer.

Aprovecho la oportunidad para dejar constancia de la admiración y el reconocimiento de los autores de esta importante obra de aprendizaje.

HNO. ISIDRO ESCUDERO D.

Introducción

Esta obra ha sido diseñada con miras a facilitar el aprendizaje de la ESTADÍSTICA a las personas que la relacionan con sus proyectos o intereses.

Nuestra aspiración es presentar un trabajo de fácil comprensión, liberado de una abrumase teoría, con procedimientos estadísticos que requieren de un mínimo nivel matemático, sin que esto naturalmente afecte a la precisión de los resultados ni que al rigor científico, que alentamos exista siempre.

Conscientes de que se puede aprender mucho y bien en la acción>>, nos hemos propuesto incluir en cada Unidad varios ejercicios resueltos y propuestas cómo trasunto de aplicaciones reales que permitan que lector adopte una actitud positiva a la evidencia utilidad que reviste el estudio de la ESTADÍSTICA.

Consideramos que la autocrítica y la autoevaluación son esenciales en el aprendizaje de la ESTADÍSTICA y su facilitación; por ello, también hacemos constar en la unidad la correspondiente REVISION y AUTOEVALUACIÓN, que permitirán conducir y conducir y afianzar los aprendizajes y, sobretodo, la confianza entre nosotros mismo sea la causa caliente nuestros mejores logros.

Para la revisión sugerimos a usted, estimado lector que observe la siguiente metodología de trabajo:

- Estudie los temas y subtemas de cada Unidad.
- Cuando desarrolle la revisión programada que existe en cada Unidad cubra con una hoja de papel la respuesta es que se hacen constar el margen; luego contrástelas Con aquellas que son el fruto de su propia elaboración.
- Los espacios y constan sin llenar en cada una de las frases están en relación a la palabra o palabras que son preciso escribir como respuesta.

La metodología que proponemos en esta obra requiere de una disposición positiva frente al estudio, fortalecida con la presencia de factores de tanta importancia como:

- La claridad en las metas y objetivos.
- La voluntad, como fuerza que nos impulsa a cumplir con nuestro trabajo
- La perseverancia, definida como la capacidad que nos permite mantenernos en el cumplimiento de una actividad.
- La confianza en nosotros mismos y no te somos capaces.
- El interés, que se traduce en una motivación y en el entusiasmo necesario por el estudio.

Los autores presentan en forma anticipada su agradecimiento a los estudiosos y estudiosas de la ESTADÍSTICA, por las que tenga la amabilidad de remitirnos y que posibiliten que este trabajo en futuras entregas mejore en calidad.

ÍNDICE

Contenido

1ra.

UNIDAD

Nociones preliminares

Primera Unidad

NOCIONES PRELIMINARES

CONTENIDOS:

1.1. POBLACIÓN Y MUESTRA

1.2. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA Y ESTADÍSTICA INFERENCIAL

1.3. VARIABLES

1.4. REDONDEO DE DATOS

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Al terminar el estudio de esta unidad, usted estará en capacidad de:

1. Distinguir el significado de población y muestra.
2. Explicar la diferencia que existe entre estadística descriptiva e inferencial.
3. Describir en que consiste el método de la estadística descriptiva e inferencial.
4. Identificar diversos ejemplos de variables.
5. Redondear valores numéricos.

Para el logro de estos objetivos, usted debe:

1. Contestar la autoevaluación que aparece al final de cada unidad. Contraste sus respuestas con aquellas que ofrecemos al final del libro hasta alcanzar un nivel de eficiencia equivalente al ciento por ciento (100%).

2. Efectuar la revisión de la unidad comprobando sus respuestas con aquellas que hacemos constar al margen de las páginas. Consideramos que esto constituye un material de refuerzo que le permitirá repasar los aspectos fundamentales.

3. Resolver los ejercicios propuestos, pues constituyen la practica necesaria para fortalecer su grado de comprensión.

NOCIONES PRELIMINARES

POBLACIÓN Y MUESTRA

1.1.1. POBLACIÓN

Es el conjunto de elementos motivos de una investigación.

Parámetros. - son los valores numéricos que corresponden a las características de la población.

1.2.1. MUESTRA.

Es una parte de la población de cuyo análisis se pueden obtener características que corresponden a la población.

Estadísticos. - son los elementos numéricos que corresponden a las características de la muestra.

A continuación, proponemos ejemplos de población y muestra:

- **Población. -** profesores de educación media de la provincia de Loja.
- **Parámetro. -** media aritmética de la edad de los profesores de educación media de la provincia de Loja.
- **Muestra. -** profesores de educación media del cantón Loja.
- **Estadístico**. **-** media aritmética de la edad de los profesores de educación media del cantón Loja.

1.2. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA E INFERENCIAL

1.2.1. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Se ocupa de la presentación y análisis de hechos y cosas, explicando sus diferentes partes, pero sin extraer conclusiones que puedan generalizarse a un todo.

1.2.1.1. Método De La Estadística Descriptiva. Esta rama de la estadística, para cumplir con los objetivos que le son propios, utiliza el siguiente método:

- **Recolección de datos. -** consiste en la obtención de datos relacionados con el problema motivo de estudio, utilizando instrumentos, tales como: cuestionarios, entrevistas, informes, memorias, etc. Así, por ejemplo: entre Los Estudiantes Que Pertenecen A La Especialidad De Agronomía De Un colegio “x”, recogemos los datos correspondientes a: origen de los estudiantes, residente actual, escuelas de las que provienen.
- **Análisis de datos. -** se lo hace tomando en cuenta factores, como: indignación y estudio de cada alumno, para luego anotar el valor de cada aspecto; así:

NOMINA	ORIGEN DE LOS ESTUDIANTES		RESIDENCIA ACTUAL	ESCUELA DE LAS QUE PROVIENEN
	PROVINCIA DE LOJA	OTRAS	PARROQUIA	
N.N. …				

- ***Diferenciación De La Presidencia Y El Lugar De Residencia Actual De Cada Individuo.*** En el caso, motivo de análisis, tal como el origen de los estudiantes, anotamos el número de estudiantes de: Loja, Zamora, Morona Santiago, Tungurahua, Chimborazo; y, también los estudiantes que no contestan.

Con relación al a la especto <<escuelas de los que provienen>>, se aprecia que hay estudiantes que han realizado estudios primarios en la ciudad de Loja, en la provincia de Loja y en otras provincias.

1. ***Clasificación de tabulación de datos.*** Es decir, ordenarlos y expresarles por medio de tablas, así:

ORIGEN DE LOS ESTUDIANTES	
PROVINCIA	**NUMERO DE ESTUDIANTES**
Loja	66
Zamora	9
Morona Santiago	1
Tungurahua	1
Chimborazo	1
No contestan	1
TOTAL	79

ESCUELA DE LAS QUE PROVIENEN	
NOMINA	**NUMERO DE ESTUDIANTES**
Ciudad de Loja	36
Otros cantones de Loja	36
Otras provincias	7
TOTAL	79

- Determinación de los valores numéricos que corresponden a la población.

– Los datos expuestos en las tablas, para su mejor comprensión y divulgación, pueden ser representados mediante gráficas.

1.2.2 ESTADÍSTICA INFERENCIAL

Esta rama de la Estadística extrae de la muestra conclusiones válidas que, una vez enseñadas y analizadas, pueden proporcionarnos ciertas características comunes de la población.

1.2.2.1. Método de la Estadística Inferencial. - En el campo de la investigación, la estadística inferencial al utilizar el siguiente método:

- **Formulación de la hipótesis. -** Una vez que se han delimitado el problema motivo de estudio, es indispensable hacer en un ciado o enunciados que serán objeto de comprobación entre paréntesis hipótesis, para que sean admitidos a rechazados.
- **Elaboración del plan de investigación. -** Es la planificación del trabajo de investigación, haciendo hincapié: en la delimitación del grupo o grupos sujetos de la investigación, en los instrumentos de búsqueda de información, y, en un cronograma que garantice el cumplimiento de las etapas de investigación. El plan de trabajo inicial puede ser modificado, según las circunstancias Y sobre la marcha.
- **Recolección de datos. -** Determinados los instrumentos de búsqueda, encuestas, entrevistas, etc. que van a ser utilizados en el estudio del problema, se los aplica el grupo o grupos elegidos como muestra.
- **Análisis de datos. -** La información recolectada se lo dispone en tablas, se efectúa luego el cálculo de ciertos estadísticos y se elige la prueba estadística que más convenga a la investigación, puede ser: diferencia de medidas, diferencia de proporciones, t-student, Chi cuadrado, etc.

  La elección de esta prueba estadística estará supeditada, desde luego, al tipo de datos disponibles, el tamaño y número de muestras de las muestras.
- **Aceptación o rechazo de la hipótesis. -** Una vez que se ha aplicado la prueba estadística conveniente se debe realizar el ensayo de hipótesis, mediante el cual se acepta o se rechaza la hipótesis planteada, tomando en cuenta el nivel de confianza, es decir, <<las probabilidades que tenemos de que nuestra decisión al aceptar o rechazar la hipótesis sea correcta.[1]

Conclusiones. - Bajo el supuesto de no haber incurrido en las fallas debidas a la realización técnica de la investigación, tendríamos que tomar las decisiones finales que sean confiables y que, luego de los análisis estadísticos de las hipótesis, nos ayuden a solventar el problema motivo de la investigación. Es imprescindible también que el investigador en metas propias anunciados inferidos de la investigación.

VARIABLE

Es una característica cualitativa cuantitativa, que puede tomar diferentes valores para cada uno de los elementos de la población. De acuerdo a sus valores, la variable se clasifica en: DISCRETA Y CONTINUA.

VARIABLE DISCRETA.

Representa una característica cuantitativa que no puede tomar valores comprendidos entre dos números enteros consecutivos.

Así, por ejemplo:

El número de presidentes constitucionales del Ecuador.[2]

El número de presidentes puede ser: 0, 1, 2, ..., pero es evidente que no existe 20, 5 presidentes. esta variable, en consecuencia, no puede tomar valores que estén entre dos enteros.

[1] **Morales V. Pedro. Técnicas de Investigación Operativa de Educación y Psicología. Página 8.**
[2] **Números enteros: …, -2, -1, 0, 1, 2, ….**

1.2.3. VARIABLE CONTINUA

Representa una característica cuantitativa que puede tomar cualquier valor numérico.

así, por ejemplo:

La edad de los presidentes constitucionales del Ecuador.

La edad puede darse en años, meses, días, Etc. La edad de un presidente puede expresar así: 50,2 años es decir, siempre hemos de encontrar otro valor entre dos enteros que puede ser tomado por la variable.

REDONDEO DE DATOS

En la actualidad con el uso de las computadoras, se pueden obtener miles de cifras decimales o interés. Hoy, pero en esta no se requiere de la precisión absoluta, sino más bien de la aproximación orden ondeo de ciertos valores. Para realizar la aproximación redondeo se utilizan los siguientes sistemas:

SISTEMA CONVENCIONAL

según el cual:

1.3.1.1. *Si el último dígito es menor que cinco se le suprime, y en la cantidad resultante es la misma.*

Ejemplos:

7,23	redondeado a la decima
10,284	redondeado a la centésima es
137,4	aproximado a la unidad es
a.230	aproximado a la centenas es

1.4.1.2. *Si el ultimo digito es mayor o igual que 5, se lo suprime, y el digito anterior es redondeada a la cifra inmediata superior.*

Ejemplos:

8,277	redondeado a la centésima es
112,38	redondeado a la decima es
14,375	redondeado a la centésima es
7.350	redondeado a centenas es

1.4.2. SISTEMA INTERNACIONAL (SI)

Sean los siguientes ejemplos:

a)	1,1425	redondeado a dos cifras decimales es
b)	126,641	redondeado a tres cifras enteras es
c)	48,85	redondeado a dos cifras enteras es
d)	39,5	redondeado a dos cifras enteras es
e)	74,5	redondeado a dos cifras enteras es

Concluimos que:

- Si la fracción decimal es menor de 5 se la deja a la misma cifra, o no se la toma en cuenta para ser retenida como en el ejemplo *a).*
- Si la fracción decimal es mayor que 5 se aumento en 1 Unida la primera cifra retenida, como ejemplos *b)* y *c).*
- Si la fracción decimal es exactamente 5 y si le precede al 5 una cifra impar se aumenta 1 Unidad más. Ejemplo *d)*
- si la fracción decimal es exactamente5 y se le precede al 5 una cifra para no varía el número. Ejemplo *e).*

En los cálculos realizados en esta obra hemos utilizado el SISTEMA CONVENCIONAL de redondeo de datos.

Ejercicios resueltos

1.3.2. *¿La calificación en la asignatura de estadística es una variable continua o discreta?*

Es una variable continua.

1.3.3. *Utilizando el* ***SISTEMA CONVENCIONAL*** *redondear los siguientes números:*

5,32	redondear a la decima
8,373	redondear a la centésima
249,2	redondeara la unidad
6.540	redondear a centenas

Desarrollo:

5,32	redondeado a la décima es	5,3
8,373	redondeo a la décima centésima es	8.37
249,2	redondeado a la unidad es	249
6,540	redondeado a centenas es	6.500

1.3.4. *Utilizando el* ***SISTEMA CONVENCIONAL*** *redondear los siguientes números:*

5,246	redondear a la centésima
324,37	redondear a la decima
4.260	redondear a centenas

Desarrollo:

5,246	redondeado a la centésima es	5,25
324,47	redondeo a la centésima es	324
4.260	redondeado a centenas es	4.300

1.3.5. *Con la ayuda del* ***SISTEMA CONVENCIONAL*** *redondear los siguientes números:*

3,1238	redondear a dos cifras decimales
328,641	redondear a tres cifras enteras
68,5	redondear a dos cifras enteras
83,5	redondear a dos cifras enteras

Desarrollo

3,238	redondeado a dos cifras decimales es	3,12
328,641	redondeado a tres cifras enteras es	329
68,5	redondeado a dos cifras enteras es	68

83,5	redondeado a dos cifras enteras es	84

EJERCICIOS PROPUESTOS

1.3.6. *¿La variable peso es continua o discreta?*

1.3.7. *Redondear los siguientes números usando el* ***SISTEMA CONVENCIONAL:***

234,28	redondear a la decima
139,3	redondear a la unidad
34,184	redondear a la centésima
2,470	redondear a centenas

1.3.8. *Redondear los siguientes números usando el* ***SISTEMA CONVENCIONAL***

42,5	redondear a dos cifras enteras
87,5	redondear a dos cifras enteras
7,1125	redondear a dos cifras decimales
328,634	redondear a tres cifras enteras

REVISIÓN

1.3.9. Los Valores Numéricos De Las Características

De La Población Se Denomina _________________ ***parámetros***

Y Los Valores Numéricos De Las Características De Los

Muestra Toman El Nombre De __________________ ***estadísticos***

1.3.10. La Estadísticas Descriptiva Se Ocupa ***análisis***

De La Representación Y ________________ De Los Hechos, ***extrae***

En Cambio, La Estadística Inferencial________________ ***conclusiones***

1.3.11. El Número De Diputados Al Congreso Nacional Es Una Variable

_______________________ ***discreta***

1.3.12. La Edad De Los Habitantes De Vilcabamba ***continua***

Es Una Variable___________________

1.3.13. Entre Los Instrumentos Utilizadas Para La

Recolección De Datos Tenemos: ***informes hojas***

El Cuestionario, La Entrevista__________Y_________ ***de observación***

1.3.14. ¿El Análisis De Los Datos Incluye La tabulación Y Cálculos Estadísticos?

_____. ***Si.***

1.3.15. Como medios de divulgación de los datos estadísticos se utilizan las __________________ ***representación graficas***

1.3.16. ¿Al formular la hipótesis estamos interesados en comprobar algo? (si o no) ____. ***Si.***

1.3.17. Toda elaboración sistemática sobre organización de un trabajo se llama ________________ ___ _____________ ***plan de investigacion***

1.3.18. Cuando se utilizan ciertos instrumentos de medida, como son las encuestas, entrevistas, etc, se esta_______________ ________ ***recogiendo datos***

1.3.19. ¿Es suficiente un grupo o es mejor dos grupos para poder comparar los resultados en una investigacion ____________ ***dos grupos***

1.3.20. El proceso estadístico mediante el cual se va a aceptar o a rechazar la hipótesis se llama***:*** _____________ ______ ***ensayo de hipótesis***

1.3.21. Para que las conclusiones sean correctas entre otras , debemos tomar en cuanta el ______ _ _______________ ***nivel de confianza***

1.3.22. El redondeo de datos se utiliza para la ______________ ***aproximación*** Cifras decimales o enteras**.**

AUTO EVALUACIÓN

Marque con una equis(x) el enunciado correcto de cada una de las proposiciones que a continuación formulación:

1.3.23. *La población se refiere:*

a) Un conjunto de elementos matemáticos
b) Un conjunto de todos los elementos de una investigación
c) Una reunión de características
d) Un conjunto de parámetros

1.3.24. *Una de las siguientes proposiciones define lo que es muestra:*

a) El conjunto de elementos de una investigación
b) El conjunto estadístico
c) Una parte de la población
d) Una consecuencia extraída de la población

1.3.25. *La **ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA** trata de:*

a) La representación y análisis de la población
b) Características de la muestra
c) Datos de una muestra para analizarlos
d) Conclusiones validas de la muestra

1.3.26. *La **ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA** extrae:*

a) Conclusiones a partir de la población
b) Características de la muestra
c) Datos de una muestra para analizarlos
d) Conclusiones validas de la muestra

1.3.27. *Señale que elementos no corresponde al método de la estadística descriptiva*:

a) Recolección de datos
b) Formulación de hipótesis
c) Análisis de datos
d) Representación grafica

1.3.28. *Para el análisis de los resultados en el método de la Estadística Inferencial, se debe tomar en cuenta uno de los siguientes aspectos:*

a) Selección de la muestra
b) Aplicación de la encuesta
c) Cálculos estadísticos
d) Ensayo de la hipótesis

1.3.29. *La variable estadística se define como*:

a) Un conjunto de elementos que pueden tomar diferentes valores
b) Un conjunto de literales
c) Un grupo de estadísticos
d) La frecuencia de una población

1.3.30. *Analice las siguientes variables estadísticas y seleccione la variable continua:*

a) Países del pacto andino
b) Peso de las señoras ecuatorianas
c) Padres de familia de los estudiantes de un colegio
d) Ministros de estado que forman el gobierno ecuatoriano

1.3.31. Señale el enunciado correcto:

a) 7,283 aproximado a la centésima es igual a 7,29
b) 16,395 aproximado a la décima es igual a 16,3
c) 18,935 aproximado a la unidad es igual a 18
d) Ninguna de las aproximaciones anteriores es correcta

Verifique las respuestas de la AUTOEVALUACIÓN en la página 339

AUTOEVALUACIÓN 2

1. *Marque con una equis (x) los enunciados correctos según el Sistema internacional de redondeo de cifras:*
    a) El numero 37,5 redondeado a dos cifras enteras en igual a 38
    b) El numero 129,145 redondeado a dos cifras decimales es igual a 129,15
    c) El numero 130,37 redondeado a una cifra decimal es igual a 130,3
    d) El numero 5,284 redondeado a dos cifras decimales es igual a 5,28
2. *Los parámetros, son:*
    a) Una parte de la población
    b) Los valores que corresponden a las características de la muestra
    c) Los valores numéricos que representan a las características de la población
    d) Los elementos que son motivos de una investigación
3. *Estadísticos son los valores numéricos:*
    a) Corresponden a la población
    b) Representan una característica cualitativa
    c) Corresponden a la característica de la población
    d) Corresponden a las características de la muestra
4. *Señale cuales de las siguientes variables son discretas*
    a) El peso de los estudiantes de un colegio
    b) La población analfabeta del ecuador
    c) La edad promedio de los estudiantes de una universidad
    d) El número de profesores de educación general básica del Ecuador
5. *Por medio de la muestra se extraen conclusiones válidas para*
    a) Una parte de la población
    b) Una parte de la muestra
    c) La población
    d) Un conjunto de estadísticos
6. *El rendimiento estudiantil en la asignatura de estadística es:*
    a) Un atributo
    b) Una variable discreta
    c) Una variable continua
    d) Ninguna de las proposiciones anteriores

7. *Una serie estadística cuantitativa es aquella que:*

   a) Representa valores exactos
   b) Se fundamenta en una característica continua y discreta
   c) Incluye cifras numéricas
   d) Las proposiciones anteriores son falsas.

Verifique las repuestas de la AUTOEVALUACIÓN 2 EN LA PAGINA 340.

Los Libros

Jaime Bustamante G.

"odio los libros; no enseñar mas que
a hablar de lo que no se sabe".
EMILIO ROUSSEAU

En el transcurrir del tiempo, el libro ha tenido adversarios y partidarios. Eminentes pedagogos modernos y contemporáneos han fijado su posición frente al libro; Así, se menciona a Rousseau, Como el prototipo Del maestro que fustigó con mucho ardor a los libros. Pero, ventajosamente, también encontramos a prominentes maestros que defienden de una manera elocuente a libro, valorándolo en su justa medida y reconociéndolo como la memoria misma de la humanidad.

Consideramos que, en la época actual y futura, el libro es y seguirá siendo el recurso de Mayor importancia en educación; Se precisa que nuestros alumnos le enseñamos técnicas de lectura bien en definitiva una buena metodología de trabajo intelectual que les permita leer reflexivamente, así como interesarlos por lectura y por los libros que constituyen la fuente del saber.

El libro tiene perspectivas ilimitadas, pero, el mal uso que se da a los libros es lo que realmente hay que combatir por ejemplo: existen algunos profesores, inclusive, a nivel de colegios y universidades que se limitan a leer un libro durante la clase; libro que por otro lado lo llevan bien forrado, como para que sus alumnos no se entere dónde está la ciencia. También debemos destacar que con frecuencia se recomienda la adquisición de libros, pero, los alumnos no llegan utilizarlos jamás, pues, el mismo maestro utiliza como reserva otro libro como fuente de consulta.

En la juventud lojana y en personas de toda edad existe una imperiosa necesidad por estudiar, por saber. Día y noche se observa por nuestra ciudad el caminar presuroso de personas con libros y cuadernos con destino a los centros de estudio, de lo cual se deduce el afán renovado de las mujeres y hombres lejanos por la ciencia, arte y la cultura. Se aspira a un perfeccionamiento intelectual, pero a ellos debe contribuir una industria del libro, dispuesta a llevar a cabo un trabajo de calidad y en el menor tiempo posible.

Industrias editoriales que existen en el territorio nacional debe merecer del Estado ecuatoriano incentivos de carácter económico, disminuyendo por ejemplo los aranceles de importaciones de materiales y liberando por una sola vez los impuestos a la importación de maquinaria moderna, que les permita en las mejores condiciones garantizar el éxito en la composición, impresión y encuadernación de sus libros.

En fin, mucho podría ser el Estado por este renglón Que es con consustancial al mismo desarrollo del país. El abaratamiento del costo del libro se conseguirá con una hábil política que ayuden a culturizar en forma masiva al pueblo ecuatoriano. Convencidos Del papel transcendente que desempeña el libro hemos de pregonar y hacer nuestro el pensamiento de que **"*Los libros enseñan a los que viven y a los que han de nacer la herencia de los que fueron* "y** por ello todos debemos auspiciar su producción y difusión.

¿Qué es la estadística?

Para iniciar estas notas, resulta muy apropiado considerar que es la estadística, ya que la palabra puede usarse con varios sentidos.

Conviene señalar, en primer término, que la mayoría de las personas asocian la palabra estadística con las publicaciones cénsales o las noticias que recogen cifras de producción, de nacimiento, de mi admitidos en la Universidad, de accidentes de tránsito, etc., O con los cuadros y gráficos que aparecen en las revistas o diarios; o con las cifras o porcentajes que usan los políticos en sus discursos, presididos de la frase ritual: " las estadísticas muestran que… ". Éste concepto corresponde Al plural estadísticas, el cual se utiliza para indicar un conjunto de cifras, de datos estadísticos, que son organizados y presentados para mostrar las características o comportamientos de un cierto fenómeno de interés. Y esto es lo que se tiene en mente cuando se habla de estadística de población, estadísticas educativas, estadísticas de producción industrial, estadísticas de un con un campeonato de fútbol, etc.

La estadística, sin embargo, no es simplemente un conjunto de cifras, ni está interesado solamente en recoger presentar datos. Cuando se habla en estas notas de estadística, lo que se tendrá en mente es el singular estadística, El cual se refiere a un campo del conocimiento, A una disciplina desarrollada para tratar con datos numéricos o cuantitativos, obtenidos por observación o experimentación. Como disciplina científica, la estadística sólo tienen parte por objeto recoger y presentar datos; esta orientación fue predominante en las etapas tempranas de su desarrollo, en las Cuales Un gran esfuerzo se ponía en la recolección de grandes masas de datos en la sumarizacion y presentación de esa información por medio de cuadros y gráficos y en el cálculo de porcentajes, promedios y otro tipo de medidas. Dominaba básicamente algún interés por describir las características y la relaciones de los conjuntos de datos y se considerado fundamental recoger la totalidad o una gran parte de los datos de interés, a fin de garantizar que los resultados derivados de análisis estadístico fueron válidos.

Posteriormente, el desarrollo de la experimentación científica, especialmente en el campo biológico y agrícola, plantea el problema de cómo llegar a conclusiones o generalizaciones básicas para una población a partir del estudio de sólo un reducido grupo (muestra) de los elementos que la componen. Esto dio origen al desarrollo de la inferencia estadística, la cual descansa en la teoría de las probabilidades.

Más modernamente, la inferencia estadística recibió un nuevo impulso cuando una serie de necesidades de obtención de información confiable, en el campo social y económico, llevaron al desarrollo de las encuestas por muestreo que tan utilizadas son hoy en día por investigadores, burócratas, empresarios, etc. Y, para recoger datos de ingreso familiar y personal, producción agrícola e industrial, empleo, características de los hogares, opinión pública, etc. También las técnicas de inferencia estadística son ampliamente utilizadas para enfrentar los problemas de decisión bajo condiciones de incertidumbre, típicas de los negocios.

En la actualidad, la estadística constituye una disciplina dedicada al desarrollo de teorías y técnicas apropiadas para llevar a cabo, en una forma sistemática y confiable, tanto en la recolección, clasificación, presentación, análisis e interpretación de conjuntos de datos numéricos producidos por observación o experimentación, como el uso de esta información para realizar inferencias válidas y útiles para la población de la cual proviene.

Esta naturaleza especial de la estadística, unida a la tendencia generalizada que existe en el mundo moderno hacia la cuantificación y recolección de datos, Hay hecho que sea de gran utilidad en prácticamente todos los campos de la actividad humana, convirtiéndolo en una herramienta fundamental de la investigación científica empírica. Esto explica el inmenso desarrollo que ha tenido la estadística y el uso tan difundido que de ella se hace; y subraya la necesidad de que cada día un mayor número de personas tengan una idea clara de en qué consiste Y qué se puede hacer para ella y cuáles son sus principios técnicos y aplicables.

Es importante distinguir entre estadística descriptiva y estadística inferencia inductiva. Por estadística descriptiva se entiende aquella técnica e instrumentos que se emplean cuando únicamente se desea describir y analizar un conjunto de datos, no importa la profundidad y detalle con que se haga, pero no se pretende a partir de esos datos hacer generalizaciones o inferencias para un conjunto mayor. La confección de cuadros y gráficos, la construcción de distribuciones de frecuencia, el cálculo de promedios, variancias Y coeficientes de correlación, Son ejemplos de técnicas utilizadas rutinariamente dentro de la estadística descriptiva.

Por estadística inferencia al o inductiva se entienden las técnicas o procedimientos que se emplean cuando el propósito perseguido es no sólo describir Los datos si no generalizar lo observado en ellos para un conjunto o universo mayor, del cual fueron seleccionados. La inferencia estadística es un proceso inductivo: se parte de una muestra y sus resultados se generalizan para el conjunto o universo del cual fue seleccionado. Como toda inferencia lleva implícita una probabilidad de error o incertidumbre, esta es medida utilizada la teoría de las probabilidades. Más adelante se explicará en detalle la naturaleza de la inferencia estadística, pero es importante señalar que en una serie de campos de acción del ser humano, Es necesario, con gran frecuencia, tomar decisiones o hacer generalizaciones a partir de información incompleta o con base en una muestra: un médico debe decidir sobre la efectividad de una vacuna a partir de lo observado en un cierto número de pacientes; un industrial debe decidir si acepta o rechaza un lote de material de prima Con base en el estudio de una parte de lote; un biólogo debe decidir si generalizar los resultados observados en una muestra de conejos, a todos los conejos de la Raza estudiada a un a los de otras razas; una trabajadora social debe decidir si los problemas que afectan a una muestra de ancianos de una ciudad pueden generalizarse - o considerarse suficientemente válidos -para todos los ancianos de la ciudad o de la zonas urbanas Del país; un funcionario del ministerio de Agricultura debe ser una estimación de la cosecha de frijoles contando con la información de una muestra de fincas; un asesor del ministerio de educación pública debe decidir, con base en un experimento llevado a cabo en una muestra de alumnos tomados de una muestra representativa de colegios, si un cierto procedimiento programado de la enseñanza de la química es superior o no al método tradicional; etc.

El cambio moderno de énfasis en la estadística, de lo descriptivo a la inferencia al, refleja su capacidad para enfrentar el tipo de problemas antes citados.

También se distingue entre ***teoría estadística matemática y estadística aplicada.*** La primera, utilizando de ciertos principios básicos Y elementos matemáticos como la teoría de las probabilidades, se preocupa por estudiar el comportamiento de los procesos aleatorios y derivar leyes (o principios y procedimientos) que permitan realizar inferencias acerca de una población a partir de muestra aleatoria, y me di la confianza que estas inferencias merezca. La estadística aplicada se ocupa de la aplicación de estas técnicas desarrolladas para la estadística teórica, para la solución de problemas concretos que se dan en la realidad.

(TOMADO DE ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA
DE MIGUEL GOMEZ BARRANTES,
PAGINAS 11,12,13, Y 14)

2da. UNIDAD

Frecuencias

Segunda Unidad

FRECUENCIAS

CONTENIDOS:

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Al terminar el estudio de esta Unidad, usted estará en capacidad de:

1. Distinguir el significado de FRECUENCIA.
2. Calcular los límites reales de CLASE.
3. Calcular el ancho del INTERVALO.
4. Escribir la marca de clases de un INTERVALO.
5. Calcular el número de intervalos de una SERIE.
6. Tabular los datos estadísticos.
7. Escribir la frecuencia acumulada de una SERIE.
8. Calcular la frecuencia relativa de un conjunto de datos.
9. Calcular el porcentaje de la FRECUENCIA.

Para el logro de estos objetivos, usted debe:

1. Contestar la autoevaluación, con un nivel de eficiencia equivalente al ciento por ciento (100%), comparando sus soluciones con aquellas que ofrecemos al final del libro.
2. Hacer la revisión de esta Unidad contestando el material de refuerzo que proponemos.
3. Resolver los ejercicios propuestos.

FRECUENCIAS

FRECUENCIA

Es el número de veces que se repite un mismo valor de la variable. Así, por ejemplo:

Número de estudiantes del Ecuador distribuidos por niveles de estudio:

Niveles[1]	Frecuencia (f)
pre primario	28.504
Primario	1338119,00
Medio	469.968
TOTAL	1,836.591

ORDENACIÓN DE DATOS EN TABLAS DE FRECUENCIA

Existen muchos tipos de datos que pueden ser recogidos de variadas formas; pero, se hace fundamental proceder a su ordenamiento, con el fin de que preste mayor comodidad en el análisis y en la extracción de conclusiones.

En el proceso de una investigación resulta de suma importancia esta Unidad, pues, a través de ella, hacemos resaltar en forma continua las diversas fases que es preciso tomar en cuenta para cumplir con el ordenamiento de los datos.

AMPLITUD TOTAL O RECORRIDO DE LA VARIABLE

De los datos de una encuesta sobre edades de personas, se obtuvieron los siguientes valores:

41	39	37	20	56	25	27	32	31	28
19	47	38	43	21	32	35	34	47	49
18	25	37	29	20	43	37	40	32	31
35	46	30	32	53	50	42	31	44	37

En este conjunto de datos se aprecia que la edad más alta es de **56** y la más baja es de **18** años. La diferencia entre estos dos valores es ***38(56- 18 =38).*** Este valor **38** constituye la amplitud total o recorrido de la variable, y se define como la diferencia que se establece entre el valor mayor y el menos de la variable.

$$a = Xmayor - Xmenor$$

Siendo:

a = ***amplitud***
Xmayor = ***valor mayor***
Xmenor = ***valor menor***

Intervalo de clase

A los números extremos y a los que se encuentran incluidos en ellos se los denomina intervalo de clase.

Por ejemplo: el intervalo 80 -86 esta formado por los sicuientes numerales

80, 81, 82, 83, 84, 85 y 86

Límites de clase. - son los valores extremos que forman el intervalo

Así por ejemplo el intervalo 70-75 significa que se inicia en 70 y termina en 75; pero estos límites no son verdaderos, pues, el intervalo 70-75 varía desde 69,5 hasta 75,5 Qué son los límites reales, respectivamente. Al primero se lo llama al **límite real inferior (Li)** y el segundo, **límite real superior (Ls).**

Ancho del intervalo. - Si se propone el intervalo 1820 tomado de una serie estadística sobre calificaciones escolares el tamaño o anchura del intervalo de clase se lo tiene al establecer la diferencia entre sus límites reales,así: 20,5 – 17,5 = 3

Es decir:

$$i = Ls - Li$$

En donde:

i = ***ancho del intervalo***
Ls = ***límite real superior***
Li = ***límite real inferior***

Cuando se trata de serie estadística, el ancho del intervalo es un número entero supuesto de preferencia impar a fin de que su marca de clase sea un número entero

Marca de clase. - es el valor medio de cada intervalo para determinarlo se suman los valores extremos del intervalo y este resultado se divide para dos.

Esta relación expresada mediante la fórmula queda de la siguiente manera:

$$Xm = \frac{li + 1s}{2}$$

Siendo:

Xm = ***marca de clase***

li = ***límite inferior del intervalo***

ls = ***límite superior del intervalo***

Por ejemplo:

En un colegio a través de una encuesta se realizó un estudio acerca de una especialidad técnica como variable la edad de los padres de familia.

La tabla de valores de la edad que daría así:

Intervalos (x)	Marca de clase (Xm)	Frecuencias (f)
75 – 79	77	1
70 – 74	72	0
65 – 69	67	5
60 – 64	62	4
55 – 59	57	8
50 – 54	52	22
45 – 49	47	15
40 – 44	42	11
35 – 39	37	8
30 - 34	32	1
TOTAL		75

Número de intervalos: constituye un número entero que refleja la totalidad de clases para determinar el número de intervalos de una serie se divide la amplitud o recorrido para el ancho del intervalo y a este cociente se le adicción a la unidad.

Está anunciado traducido a fórmula queda así:

$$ni = \frac{a}{i} + 1$$

Siendo:

ni = ***número de intervalos***

i = ***ancho del intervalo***

a = ***amplitud***

Es conveniente utilizar un número de intervalos no menor a 5 ni mayor a 15 si el número de intervalos es menor a 5 las frecuencias estarían muy concentradas con lo cual no se permite un análisis más real de los datos Asimismo si es mayor a 15 intervalos las frecuencias estarían muy dispersas dificultando la elaboración de la tabla, su representación gráfica y sus cálculos matemáticos

Así:

En una clase de 36 alumnos se han obtenido las siguientes calificaciones en la asignatura de física:

18	**15**	**19**	**16**	**17**	**15**	**12**	**13**	**14**	**12**	**13**	**14**	**13**
12	9	11	13	14	9	6	5	13	9	14	11	10
7	13	14	9	10	7	13	10	14	9			

La amplitud el ancho del intervalo y el número de intervalos serían en su orden:

1. **A = 19 – 5 = 14**, lo cual constituye la amplitud de la serie.
2. Decidimos que el ancho del intervalo sea 3.
3. $ni = \frac{a}{1} + 1$

$ni = \frac{14}{3} + 1 = 5{,}6 = 6$ intervalos

Esto significa que la serie tendrá 6 intervalos.

Tabulación de datos

Es el proceso mediante el cual se ordena el material y se lo agrupa convenientemente de acuerdo a los fines que persigue la investigación.

Serie estadística. - constituye un conjunto de valores de una variable que se encuentran ordenados en forma ascendente o descendente.

Por ejemplo: los pesos en kilogramos de 10 personas son los siguientes 49 – 52 – 60 – 55 – 54 – 65 – 70 – 58 – 57 – 62 .

Ordenándolos en una serie estadística en forma, quedarían:

Pesos X
70
65
62
60
58
57
55
54
52
49

Serie estadísticas de frecuencia. - es la ordenación de la variable en forma ascendente o descendente. Y en la cual existen algunos valores repetidos. Los valores repetidos deben ser expresados en Tablas.

El procedimiento a utilizar en la formación de la **serie estadística de frecuencia** es el siguiente:

- Se ordena la variable en forma ascendente o descendente.
- se escribe en Tablas los valores repetidos mediante rayas verticales u horizontales.
- Se suma el número de rayas que existen para formar la columna de las frecuencias.

Ejemplo:

Ordenar en una serie estadística de frecuencia los datos siguientes que corresponden a estatura en centímetros de 25 personas:

159	161	165	163	167	160	160	161	163	163	167
166	163	160	162	162	165	161	160	164	161	164
166	164	162								

Primero. - ordenamos la variable

167 – 166 – 165 – 164 – 163 – 162 – 161 – 160 – 159

Segundo. - escribimos en Tablas los valores repetidos

Tercero. - construimos la columna de frecuencia

Entonces, la tabla de valores queda así:

x	Valores que se repiten	Frecuencia (f)
167	II	2
166	II	2
165	II	2
164	III	3
163	IIII	4
162	III	3
161	IIII	4
160	IIII	4
159	I	1
TOTAL		25

Serie estadística de intervalos. - es un conjunto de valores ordenados en forma ascendente o descendente de acuerdo a los intervalos de clase que han sido previamente determinados. El proceso que se utiliza para formar una serie estadística de intervalos es el siguiente:

- Se encuentra la amplitud o recorrido de la variable
- se propone el ancho del intervalo
- Se calcula el número de intervalos que va a tener la serie estadística
- Se construye la columna de los intervalos haciendo que el límite superior del primer intervalo sea el mayor de la variable. Al límite superior se le disminuye el ancho del intervalo y se le agrega 1, obteniéndose el límite inferior, quedando así determinado el primer intervalo
- Para obtener el segundo intervalo, se resta el ancho del intervalo a los límites del primer intervalo, y así sucesivamente
- En el último intervalo debe estar incluido el menor valor de la variable
- Efectuamos la ubicación y el conteo de los valores repetidos
- Construimos la columna de las frecuencias

Así, por ejemplo:

En una encuesta realizada a los estudiantes de una especialidad del ciclo de bachillerato de un colegio de la ciudad de Loja se obtuvieron los siguientes datos, en lo que se refiere a la edad de los padres:

34	40	41	48	49	51	50	55	67	36
41	41	47	49	52	49	60	79	36	42
45	46	49	51	55	60	45	37	40	46
45	49	51	56	61	38	40	45	46	49
52	55	61	39	40	45	45	50	51	56
65	37	43	47	45	50	50	55	65	36
44	45	49	50	41	47	66	37	41	45
49	50	50	57	66					

Ordenamos estos datos en una serie estadística de intervalos.

Primero. - se halla la amplitud de la serie: a = 79 – 34 = 45

Segundo. - proponemos que el ancho del intervalo sea 5: i = 5

Tercero. - se calcula el número de intervalos:

$$ni = \frac{a}{i} + 1$$

$$ni = \frac{45}{5} + 1$$

$$ni = 9 + 1 = 10$$

Es decir que el número de intervalos es 10.

Cuarto. - se forma la columna de los intervalos:

Sí el límite superior del primer intervalo es 79, Qué es el mayor valor de la variable, entonces.

79 – 5 + 1 = 75

que es el límite inferior del primer intervalo:

(75-79)

Los restantes intervalos se formarán disminuyendo el ancho del intervalo(i=5) a los dos límites del intervalo anterior.

Así:

75 – 5 = 70
79 – 5 = 74

Entonces, el segundo intervalo es: **70 - 74**

70 – 75 = 65
74 – 5 = 69

El tercer intervalo es: **65 - 69**, y así sucesivamente.

Quinto. - se efectúa la ubicación y el conteo de los valores repetidos.

Sexto. - se construye la columna de las frecuencias haciendo corresponder a cada intervalo una frecuencia.

Frecuencia acumulada

Es la suma de las frecuencias a partir del menor valor de la variable.

La tabla anterior quedas y con las frecuencias acumuladas

X
75 – 79
70 – 74
65 – 69
60 - 64
55 – 59
50 – 54
45 – 49
40 – 44
35 – 39
30 - 34

X	f	Frecuencia acumulada (fa)
75 – 79	1	75 (74 + 1)
70 – 74	0	74(74 + 0)
65 – 69	5	74(69 + 5)
60 - 64	4	69(65 + 4)
55 – 59	8	65(57 + 8)
50 – 54	22	57(35 + 22)
45 – 49	15	35(20 + 15)
40 – 44	11	20(9 + 11)
35 – 39	8	9(1 + 8)
30 - 34	1	1
TOTAL	75	

X	Valores que se repiten	f
75 – 79	I	1
70 – 74		0
65 – 69	IIIII	5
60 - 64	IIII	4
55 – 59	IIIIIIII	8
50 – 54	IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII	22
45 – 49	IIIIIIIIIIIIIII	15
40 – 44	IIIIIIIIIII	11
35 – 39	IIIIIIII	8
30 - 34	I	1
TOTAL		75

Frecuencia relativa

Es la relación que se establece al dividir la frecuencia de la variable para el número total de casos.

$$\text{Frecuencia relativa} = \frac{\text{frecuencia}}{\text{número total de casos}}$$

Es decir:

$$\text{fr} = \frac{\text{f}}{\text{N}}$$

En donde:

fr = ***frecuencia relativa***
f = ***frecuencia***
n = ***número de casos***

Ejemplo:

Determinar la frecuencia relativa para los datos poblacionales de un colegio.

POBLACIÓN: número de estudiantes de un colegio.

VARIABLE: número de estudiantes por curso

X	F	fr
Octavo de Básica	68	0,143
Noveno de Básica	93	0,195
Décimo de Básica	77	0,162
Primero de Básica	87	0,183
Segundo de Básica	84	0,176
Tercero de Básica	67	0,141
TOTAL	476	1,000

Ejemplo:

Frecuencia relativa para el octavo de básica

$$\mathrm{fr} = \frac{\mathrm{f}}{\mathrm{N}}$$

$$\mathrm{fr} = \frac{68}{476}$$

$$\mathrm{fr} = 0{,}143$$

Porcentaje de la frecuencia

Es el valor que corresponde a cada frecuencia y que está dado por cada 100 casos de un hecho investigado. Para el cálculo del porcentaje de la frecuencia se utiliza la fórmula:

$$\mathbf{p} = \frac{\mathbf{f}\ .\ \mathbf{100}}{\mathbf{N}}$$

En donde:

p = ***porcentaje de la frecuencia***

f = ***frecuencia***

N = ***número total de los casos***

Ejemplo:

Porcentaje del personal docente seleccionado por el Ministerio de Educación, por provincias, para él seminario taller sobre reforma de los programas de estudio.

PROVINCIAS	f	%
Esmeraldas	23	5,53
Manabí	31	7,45
Guayas	76	18,27
El Oro	38	9,13
Carchi	22	5,29
Imbabura	17	4,09
Pichincha	40	9,62
Cotopaxi	22	5,29
Tungurahua	47	11,30
Chimborazo	24	5,77
Bolívar	25	6,00
Cañar	2	0,48
Azuay	23	5,53
Loja	23	5,53
Napo – Tena	2	0,48
Zamora – Chinchipe	1	0,24
TOTAL	416	100%

Si f = 23 y N = 416, Entonces el porcentaje de esmeraldas de acuerdo a la fórmula:

$$\mathbf{p} = \frac{\mathbf{f\,.\,100}}{\mathbf{N}}$$

Entonces:

$$p = \frac{23\,.\,100}{416}$$

$$p = 5{,}53$$

Para algunas investigaciones se hace necesario determinar el porcentaje de las frecuencias acumuladas, para lo cual la fórmula utilizarse es la siguiente

$$\mathbf{p} = \frac{\mathbf{fa\,.\,100}}{\mathbf{N}}$$

En donde:

p = ***porcentaje de la frecuencia***

fa = ***frecuencia acumulada***

N = ***número total de los casos***

Así, por ejemplo:

Calificaciones de un curso en la asignatura de matemáticas

X	f	fa	p
17	1	32	100
16	2	31	96,88
15	3	29	90,63
14	4	26	81,25
13	8	22	68,75
12	3	14	43,75
11	4	11	34,38
10	3	7	21,88
9	2	4	12,50
8	2	2	6,25
TOTAL	32		

Si tomamos $\mathrm{fa} = 32$ y si $\mathrm{p} = \frac{\mathrm{fa}\,.\,100}{\mathrm{N}}$

Entonces $\mathrm{p} = \frac{32\,.100}{32} = 100$

También si: $\mathrm{fa} = 31$

Entonces $\mathrm{p} = \frac{32\,.100}{32} = 96{,}88$

Ejercicios resueltos

El profesor de idioma Nacional de un colegio de la ciudad de Loja, después de la primera evaluación quimestral, obtiene las siguientes calificaciones de los alumnos de octavo año de básica

20	18	17	16	15	14	13	12	17
16	14	12	11	13	14	15	15	14
13	12	10	12	14	15			

a) Ordené en una serie estadística de frecuencia

b) Construye la columna de la frecuencia acumulada

c) Obtenga los porcentajes de la frecuencia

x	Valores que se repiten	f	fa	%f
20	I	1	24	4,17
19		0	23	0
18	I	1	23	4,17
17	II	2	22	8,33
16	II	2	20	8,33
15	IIII	4	18	16,67
14	IIIII	5	14	20,83
13	III	3	9	12,50
12	IIII	4	6	16,67
11	I	1	2	8,33
10	I	1	1	4,17
TOTAL		24		100%

Unos estudiantes, al ser preguntado por su estatura, dieron los siguientes datos en centímetros:

149	147	165	160	161	164	168	169	170	159	158
164	162	170	160	157	149	162	165	171	168	167
151	152	154	149	153	153	154	162	169	168	167
164	168	167	168	161	150	163	167	167	165	166
169										

Determinar:

a. La serie estadística de intervalo.
b. La amplitud.
c. El número de intervalos.
d. Los puntos medios o marca de clase de los intervalos.
e. Frecuencia relativa.
f. Porcentaje de frecuencia acumulada.

$$a = 171 - 147 = 24$$

si: $i = 3$

y $\quad ni = \frac{a}{i} + 1$

Entonces: $\quad ni = \frac{24}{3} + 1$

$ni = 8 + 1$

$ni = 9$

x	f	Xm	fr	fa	%f
169 – 171	6	170	0,13	45	100
166 – 168	11	167	0,24	39	88,67
163 – 165	7	164	0,16	28	62,22
160 – 162	7	161	0,16	21	46,67
157 – 159	3	158	0,07	14	31,11
154 – 156	2	155	0,04	11	24,44
151 – 153	4	152	0,09	9	20,00
148 – 150	4	149	0,09	5	11,11
145 – 147	1	149	0,02	1	2,22
TOTAL	45				100%

Las edades de un grupo de personas han sido tabuladas en el siguiente cuadro.

x	f
52 – 55	2
48 – 51	3
44 – 47	8
40 – 43	14
36 – 39	12
32 – 35	7
28-31	4

Obtener.

a. La amplitud
b. El ancho de intervalo
c. La marca de clase para los intervalos
d. La frecuencia acumulada
e. El producto f. Xm.
f. El porcentaje de frecuencia

Si **a = 55 – 28 = 27**

i = 55 – 52 + 1 =4

x	f	Xm	fr	fa	%f
52 – 55	2	53,5	50	107,0	4
48 – 51	3	49,5	48	148,5	6
44 – 47	8	45,5	45	364,0	16
40 – 43	14	41,5	37	581,0	28
36 – 39	12	37,5	23	450,0	24
32 – 35	7	33,5	11	234,5	14
28 - 31	4	29,5	4	118,0	8
TOTAL	50				100%

En un curso t 36 alumnos existen cinco estudiantes no promovidos con el profesor X, y en otra clase de 25 el profesor Y tiene 4 estudiantes no promovidos. Indicar con Qué profesor existen más alumnos no promovidos con relación al grupo

El porcentaje de estudiantes no promovidos en el curso de 36 es:

$$p = \frac{f\,.\,100}{N}$$

$$p = \frac{5\,.\,100}{36}\ 0\ 13{,}89$$

Es decir, qué con el profesor x existe el 13 como 89% de estudiantes no promovidos.

El porcentaje de estudiantes no promovidos en el curso de 25 es:

$$p = \frac{4\,.\,100}{25} = 16\%$$

Es decir, que con el profesor x existe el 13 como 89%, mientras que con el profesor Y existe el 16% de estudiantes no promovidos.

Luego, es con el profesor Y qué existe un mayor número de estudiantes no promovidos, de acuerdo al porcentaje anteriormente establecido

Ejercicios propuestos

Los productos tradicionales de exportación del Ecuador: Café, cacao Ivana no registraron en el año the 1979 el siguiente volumen de ventas: café, 74 millones de kilos; cacao, 14,3 millones de kilos; y, banano, 1368,8 millones de kilos

Determinar:

a. El porcentaje

Haga una recopilación de datos relacionados con el número de nacimientos ocurridos en el lugar de su residencia en los últimos cinco años y determina:

a. Las frecuencias relativas
b. Las frecuencias acumuladas
c. Los porcentajes de las frecuencias acumuladas

Conociendo número de habitantes de su provincia de origen, distribuidos por cantones, encuentre:

a. El porcentaje de frecuencia
b. La frecuencia acumulada

Recoge las calificaciones obtenidas en una prueba de matemáticas por sus compañeros de curso y, utilizando los intervalos de clase adecuados, dncuentre:

a. La marca de clase
b. La frecuencia
c. La frecuencia relativa
d. La frecuencia acumulada
e. El porcentaje de la frecuencia acumulada

En un tercer año de bachillerato se registró el siguiente conjunto de datos, que están en relación con la estatura dada en centímetros:

162	155	147	161	163	160	159	155	154	154	166
154	157	156	164	157	153	158	152	160	145	153
157	153	162	158	157	160	160	162	165	161	162
162	160	153	153	150	153	157	157	160	158	155
152										

Encontrar:

a. El ordenamiento de acuerdo a una serie estadística de frecuencia
b. La frecuencia relativa
c. La frecuencia acumulada
d. El porcentaje de la frecuencia

Revisión

Se llama frecuencia al número de veces que se repite un fenómeno estadístico

La diferencia entre el mayor valor y el menor valor de la variable en una serie se llama amplitud total

Para obtener el ancho del intervalo se establece la diferencia entre los límites reales de cada intervalo

La marca de clase se obtiene de la semisuma de los límites de cada intervalo

A continuación, se Proponen 3 series estadísticas. Escriba junto a ellas el nombre correspondiente.

a
X
20
19
18
17
16
15

b	
X	f
18 – 20	8
15 – 17	10
12 – 14	14
9 – 11	10
6 – 8	3
3 - 5	2

c	
x	f
18	2
17	5
16	3
15	2
13	1
12	1

a. Serie estadística.
b. Serie estadística de intervalo
c. Serie estadística de frecuencia

Para el cálculo te la frecuencia relativa debemos utilizar la fórmula.

$$fr = \frac{f}{N}$$

Determine la frecuencia acumulada para las siguientes series estadísticas

x	f	fa
170	1	___
169	2	___
168	1	___
167	3	___
166	2	___
165	1	___

fa
10
9
7
6
3
1

Determina el porcentaje de la frecuencia para la siguiente serie estadística de intervalos

x	f	fa
140 - 144	2	___
135 – 139	7	___
130 – 134	12	___
125 – 129	15	___
120 – 124	10	___
115 – 119	9	___
110 – 114	7	___
105 – 109	6	___
100 - 104	5	___
TOTAL		100%

%f
2,74
9,59
16,44
20,55
13,70
12,33
9,59
8,22

Autoevaluación

Instrucciones. - esta autoevaluación aspira a informarle hasta dónde ha aprendido usted los diversos temas de esta unidad. Contesta cada pregunta de esta prueba trazando una X en el cuadro de la letra apropiada. Luego de que reflexione lo suficiente sobre cada una de los temas propuestos, compare sus soluciones con nuestra hoja de respuestas

Una de las siguientes proposiciones es verdadera

a. A los números extremos Se los denomina intervalos de clase
b. El número de veces que se repite un mismo valor de la variable se llama frecuencia
c. La diferencia que se establece entre dos valores cualesquiera es la amplitud total
d. Las proposiciones anteriores son falsas

La palabra tabulación significa

a. Conteo de datos
b. Tabla estadística
c. Ordenamiento de material
d. Conjunto de valores de una variable

Se desea tabular 20 valores en una variable, Qué tipo de tabla de frecuencia utilizaría de preferencia.

a. Una tabla estadística
b. Una tabla estadística de frecuencia

c. Una tabla estadística de intervalo
d. No se utilizaría ninguna

Señale la proposición correcta:

a. El ancho del intervalo es propuesto por el autor del libro
b. El ancho del intervalo lo propone profesor de estadística
c. El ancho del intervalo se lo deciden en base a la amplitud o recorrido de la variable
d. El ancho del intervalo lo deciden estudiante

Identifique los límites reales de clase qué tiene el siguiente intervalo 18 20

a. 17,5 - 18,5
b. 17,5 – 19,5
c. 17,5 – 21,5
d. 17,5 – 20,5

Cuál es el ancho del siguiente intervalo 171 - 177

a. I = 7
b. i = 6
c. i = 8
d. i = 6,5

La marca de clase para el siguiente intervalo 140 151 es:

a. 145,5
b. 140,5
c. 147,5
d. 151,5

El siguiente ejemplo propuesto, sostenido la frecuencia acumulada. Determina Cuál es la verdadera columna (fa):

		a.	**b.**	**c.**	**d.**
x	**f**	**fa**	**fa**	**fa**	**fa**
70	1	17	18	15	1
69	2	16	15	14	3
68	3	12	13	12	6
67	2	9	9	9	8
66	2	7	7	7	10
65	3	5	5	5	13
64	2	2	2	2	15

a. ___
b. ___
c. ___
d. ___

¿Cuál es el error en el que se ha incurrido al determinar las frecuencias relativas en el siguiente cuadro estadístico?:

x	f	fr
120	2	0,20
119	4	0,60
118	3	0,30
117	1	0,10
	10	

a. 0,20
b. 0,60
c. 0,30
d. 0,10

La fórmula para encontrar el porcentaje de la frecuencia es:

a. $p = \frac{f\ .\ 10}{N}$
b. $p = \frac{fa\ .\ 100}{N}$
c. $p = \frac{f\ .\ N}{100}$
d. $p = \frac{f\ .\ 100}{N}$

Verifique las respuestas de la AUTOEVALUACIÓN en la página 339.

PRIMERA Y SEGUNDA UNIDADES

EJERCICIO Nº 1

1. *Desarrolle las siguientes operaciones indicadas*
   a. 7 – 6 + 8 – 10 + 3 – 15 =
   b. $\frac{2}{5} - \frac{3}{8} + \frac{7}{10} - \frac{9}{40} =$
   c. $\left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{5}{3}\right)\left(-\frac{2}{7}\right)\left(\frac{1}{3}\right) =$
   d. $\left(-\frac{4}{9}\right) \div \left(\frac{7}{6}\right) =$

2. *Redondear a dos cifras decimales los siguientes números*
   a. 7,705
   b. 176,089
   c. 521,0258
   d. 72,2606

3. *Escribe en menos de 100 palabras su juicio crítico respecto a la siguiente definición de estadística*

“La Estadística estudia el comportamiento de los fenómenos de masa. Como todas las ciencias, busca las características generales de un colectivo y prescinde de los particulares de cada elemento de dicho colectivo”

BARRANCHO Y ALFONSO

4. *En menos de 200 palabras escriba su criterio respecto a la importancia de la estadística*

5. *Mediante una síntesis establezca la diferencia que existe entre estadística descriptiva e inductiva*

6. *A través de ejercicios describa el significado de VARIABLE DISCRETA y CONTINÚA*

7. *Los siguientes datos corresponden a las calificaciones obtenidas por un grupo de estudiantes de la asignatura de estadística*

15	12	16	18	17	19	20	14
12	19	14	20	11	18	16	15
13	16	18	17	12	11	12	14
17	15	13	14	16	12	11	18

a. Encuentra la amplitud
b. Ordené los datos en una serie estadística en forma descendente
c. Escriba en un cuadro estadístico las columnas correspondientes a:
   - Los valores que se repiten
   - Las frecuencias
   - La frecuencia acumulada

ASESORÍA:

FRECUENCIA ACUMULADA *es la suma de las frecuencias a partir del menor valor de la variable*

Ejemplo:

x	***f***	***fa***
18	1	15
17	3	14
16	4	11
15	5	7
14	2	2
	15	

8. *Con la ayuda del siguiente cuadro estadístico encuentre las columnas de:*
   - Los puntos medios o marcas de clases.
   - Los límites reales de cada clase.

x	f
28 – 32	0
23 – 27	10
18 – 22	15
13 – 17	12
08 - 12	5

9. *Si la estatura en centímetros de un grupo de estudiantes es:*

96	*110*	*105*	*85*	*95*	*98*	*115*	*112*	*100*	*115*
116	*105*	*80*	*118*	*119*	*102*	*86*	*94*	*92*	*99*
108	*89*	*120*	*117*	*93*	*97*	*107*	*113*	*111*	*101*
91	*82*	*114*	*103*	*88*	*106*	*117*	*103*	*106*	*92*
96	*105*								

a. A encuentre la amplitud
b. Ordené los datos en forma descendente con intervalos de 5
c. Determine la columna de:
   - Las frecuencias
   - Los porcentajes de cada clase con dos decimales de aproximación
   - La frecuencia acumulada
   - Los porcentajes de la frecuencia acumulada con dos decimales de aproximación

EJERCICIO Nº 2

1. *Resuelva las siguientes operaciones indicadas:*
   a. - 12 + 8 – 18 + 15 – 32 + 17 =
   b. $\frac{3}{4} - \frac{5}{6} - \frac{12}{10} + \frac{1}{2} - \frac{7}{12} =$
   c. $\left(-\frac{2}{5}\right)\left(\frac{5}{3}\right)\left(-\frac{8}{9}\right) =$
   d. $\frac{11}{15} \div \frac{4}{9} =$

2. *Redondear a dos cifras decimales los siguientes números*
   a. 3.1815 =
   b. 1.536,845 =
   c. 2.343,375 =
   d. 421,2494 =

3. *Escriba en forma sintética su juicio crítico relacionado con la siguiente afirmación:*

“**Una de las razones que hacen muy útil a la estadística es el hecho de que posee técnicas que permiten llegar a conclusiones válidas, aun cuando los datos hayan sido recogidos siguiendo procedimientos errado”**

ALFONSO BARRANCHO

4. *Escriba tres ejemplos de variable discreta y 2 ejemplos de variable continua*

5. *A continuación, constan las calificaciones obtenidas por un grupo de estudiantes en la asignatura de matemáticas*

20	15	12	16	18	12	11	9	14	10
19	16	14	20	17	15	17	16	14	11
12	15	19	18	20	13	16	17	11	18
14	17	18	11	13	15	14	19	10	12

a. Determinar la amplitud
b. Elabora un cuadro estadístico en el cual incluya las columnas correspondientes a:
   - Los valores de la variable ordenados en forma ascendente
   - Los valores que se repiten
   - Las frecuencias la frecuencia acumulada

ASESORÍA:

FRECUENCIA ACUMULADA es la suma de las frecuencias a partir del menor valor de la variable

Ejemplo

Determinar la frecuencia acumulada para la serie estadística que se encuentra en el siguiente cuadro

Calificación	Frecuencia
20	2
19	4
18	5
17	12
16	17
	40

Desarrollo:

Las calificaciones están ordenadas en sentido descendente, por ello el menor valor de la variable es 16.

En consecuencia, la columna que corresponde a la frecuencia acumulada es:

fa
40
38
34
29
17

6. *Con los datos que se encuentran en el cuadro estadístico siguiente:*

x	f
150	5
149	7
148	14
147	11
146	6
145	2

Determinar:

a. El porcentaje de las frecuencias con dos decimales de aproximación
b. La columna de la frecuencia acumulada
c. Los porcentajes de la frecuencia acumulada

7. *El peso en kilogramos de un grupo de personas es:*

45	52	60	65	48	54	62	46	68	65
50	55	63	69	62	46	59	68	60	56
70	61	68	49	50	57	54	59	68	48
61	68	66	51	47	49	50	66	64	70
47	69	53	46	45	58	68	48	63	60
70	62	65	49	58					

a. Encuentre la amplitud
b. Ordena los datos de forma ascendente mediante intervalos de 5
c. Determine el número de intervalos
d. Determine las columnas de

- Las frecuencias
- Los porcentajes de las frecuencias con dos decimales de aproximación.
- La frecuencia acumulada
- Los porcentajes de la frecuencia acumulada con dos decimales de aproximación

8. Con la ayuda del siguiente cuadro estadístico Determine las columnas de

   a. La marca de clase para cada intervalo

   b. Los límites reales de cada clase

   c. Los productos de la frecuencia por cada marca de clase

x	**f**
145 – 147	2
142 – 144	9
139 – 141	11
136 – 138	15
133 – 135	16
130 - 132	8
127 - 129	6

AUTOEVALUACIÓN 2

1. *La frecuencia es:*
    a. El valor medio de cada intervalo
    b. Una parte de la población
    c. El número de veces que se repite un mismo valor de la variable
    d. Una característica cualitativa o cuantitativa que puede tomar diferentes valores

2. *Señale las proposiciones que son correctas:*
    a. Amplitud total o recorrido de la variable es el valor mayor de la variable
    b. La marca de clase es el valor medio de cada intervalo
    c. El número de intervalos se obtiene dividiendo la amplitud para el ancho del intervalo
    d. Límites de clase son los valores extremos que forman un intervalo

3. *La frecuencia acumulada es:*
    a. El número de veces que se repite un mismo valor de la variable
    b. Un conjunto de valores de una variable
    c. La suma de las frecuencias a partir del menor valor de la variable
    d. Un conjunto de valores ordenados en forma ascendente o descendente

4. *Es el ancho del intervalo **36 - 40** es*
    a. 3
    b. 5
    c. 7
    d. Ninguno de los valores anteriores.

5. *Señale la fórmula que se utiliza para el cálculo del número de intervalos:*
    a. $Ni = \frac{li+ls}{2}$
    b. $Ni = \frac{a+i}{2}$
    c. $Ni = \frac{a}{2} + 1$
    d. Ninguno de los valores anteriores.

6. *¿21 de Qué número es el 7%?*
   a. 120
   b. 147
   c. 300
   d. 310

7. *La frecuencia relativa se obtiene*
   a. Multiplicando la frecuencia por el valor total de casos
   b. Multiplicando la frecuencia por 100
   c. Dividiendo la frecuencia por el número total de casos
   d. Ninguna de las proposiciones anteriores

8. *La marca de clase del siguiente intervalo **55 - 59** es*
   a. 57
   b. 58
   c. 114
   d. Ninguna de las proposiciones anteriores

9. *Con la ayuda del siguiente cuadro estadístico Determine las columnas correspondientes a:*
   a. La marca de clase de cada intervalo
   b. Las frecuencias acumuladas

X	f	Xm	fa
75 – 79	1		
70 – 74	5		
65 – 69	4		
60 – 64	8		
55 – 59	10		
50 – 54	6		
	34		

10. *Con la información que se encuentra en el siguiente cuadro estadístico.*
    Determine el porcentaje de las frecuencias con dos decimales de aproximación

x	f	%
20	1	
19	5	
18	10	
17	12	
16	9	
12	2	
	39	

Segunda Unidad

FRECUENCIAS

CONTENIDOS:

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Al terminar el estudio de esta Unidad, usted estará en capacidad de:

1. Distinguir el significado de FRECUENCIA.
2. Calcular los límites reales de CLASE.
3. Calcular el ancho del INTERVALO.
4. Escribir la marca de clases de un INTERVALO.
5. Calcular el número de intervalos de una SERIE.
6. Tabular los datos estadísticos.
7. Escribir la frecuencia acumulada de una SERIE.
8. Calcular la frecuencia relativa de un conjunto de datos.
9. Calcular el porcentaje de la FRECUENCIA.

Para el logro de estos objetivos, usted debe:

1. Contestar la autoevaluación, con un nivel de eficiencia equivalente al ciento por ciento (100%), comparando sus soluciones con aquellas que ofrecemos al final del libro.
2. Hacer la revisión de esta Unidad contestando el material de refuerzo que proponemos.
3. Resolver los ejercicios propuestos.

Verifique las respuestas de la AUTOEVALUACION 2 en la página 340.

LECTURA RECOMENDADA

Breve historia de la estadística

La Estadística tiene una larga historia. Quizá la primera vez que se empleó fue cuando un primitivo Caudillo trato de saber la cantidad de guerreros disponibles en las tribus en cierto momento Hola que se necesitaría para vencer al enemigo; o quizá cuando un rey de la remota Antigüedad quiso averiguar los cambios en el número de sus súbditos o cuánto podría recaudar en forma de impuestos. En épocas más recientes, por ejemplo, la Estadística utilizada para cuantificar las tasas de defunción durante la gran peste sufrida en Londres, y en los primeros estudios de los recursos naturales. Estos usos de la estadística que constituyen un amplio campo de actividad que pueden denominarse "**aritmética gubernamental"** son puramente descriptivos.

En los siglos XVII y XVIII, apostadores profesionales pidieron algunos matemáticos que desarrollaron algunos principios que pudieran mejorar las oportunidades de ganar con los naipes y los dados. los dos matemáticos más notables que intervinieron en ese primer y más importante estudio de la probabilidad, fueron Bernoulli y DeMoivre en la década de 1730, el segundo, DeMoivre, desarrollo la ecuación de la curva de distribución normal durante las dos primeras décadas del siglo 19 otros dos matemáticos la plaza y gauss realizaron importantes trabajos sobre el cálculo de probabilidades. Su labor consistió en la aplicación de los principios de la probabilidad a la Astronomía.

Durante el siglo XVIII la ciencia Estadística tuvo aplicaciones de tipo matemático, político y gubernamental. A principios del siglo XIX, Quetelet, un famoso investigador belga, aplicó la Estadística en la investigación de problemas sociales y educativos. Walker (1929) atribuye a Quetelet el desarrollo de la teoría estadística como método general de investigación aplicable a todas las ciencias de la observación. Sin duda alguna, la persona que ejerció mayor influencia en la introducción y el empleo de la Estadística en las Ciencias Sociales, fue Francis Galton. En el transcurso de su larga vida contribuyó notablemente en los estudios de la herencia y de la eugenesia, de la Ppsicología, de la Antropometría y de la Estadística se le atribuye los actuales conocimientos que se tiene acerca de la correlación, es decir, la medida de la concordancia entre dos variables. El matemático Pearson colabora con Galton en años posteriores, y participó en la creación de muchas de las fórmulas de correlación y regresión qué se utilizan hoy en día. Entre las contribuciones importantes de galton hay que citar el desarrollo de los centiles (o porcentiles).

El famoso psicólogo estadounidense James Mckeen Cattell estudió en Europa en la década de 1880 y estuvo en comunicación con Galton y otros estadísticos europeos. A su regreso a Estados Unidos, él y sus discípulos, incluyendo a E.L. Thorndike, empezaron a aplicar los métodos estadísticos en problemas psicológicos y educativos. La influencia de estos hombres fue importante; al cabo de unos años ya se impartirán cursos de estadística teórica y aplicada en las universidades de ese país.

En el siglo XX se han aplicado nuevas técnicas y métodos en el estudio de muestras pequeñas. Las principales aportaciones a la teoría de las muestras pequeñas fue la del estadístico inglés R.A. Fisher. Aun cuando la mayoría de sus métodos fueron desarrollados en el campo agrícola o biológico, no transcurrió mucho tiempo antes que los sociólogos reconocieran su utilidad y aplicarán sus ideas. Actualmente, la Estadística es la principal herramienta metodológica de la investigación en las ciencias sociales. Se recomienda al lector o estudiante interesado en la historia de la estadística consultar un breve pero completó artículo de los autores Dudycha y Dudycha (1972).

3ra.

UNIDAD

REPRESENTACIÒN GRÀFICA

Tercera Unidad
REPRESENTACIÒN GRÀFICA

CONTENIDOS:

OBJETIVOS ESPECÌFICOS:

Al terminar es estudio de esta Unidad, usted estará en capacidad de:

Identificar y construir diagramas de superficie.

Identificar y construir diagramas lineales.

Interpretar correctamente las variaciones del fenómeno en un DIAGRAMA LINEAL.

Seleccionar el gráfico más apropiado para un fenómeno.

Aplicar principios y efectuar operaciones.

Para el logro de estos objetivos, usted debe:

Contestar la autoevaluación de esta Unidad, verificado así su aprendizaje.

Hacer la revisión de esta Unidad comprobando sus respuestas con aquellas que ofrecemos al margen.

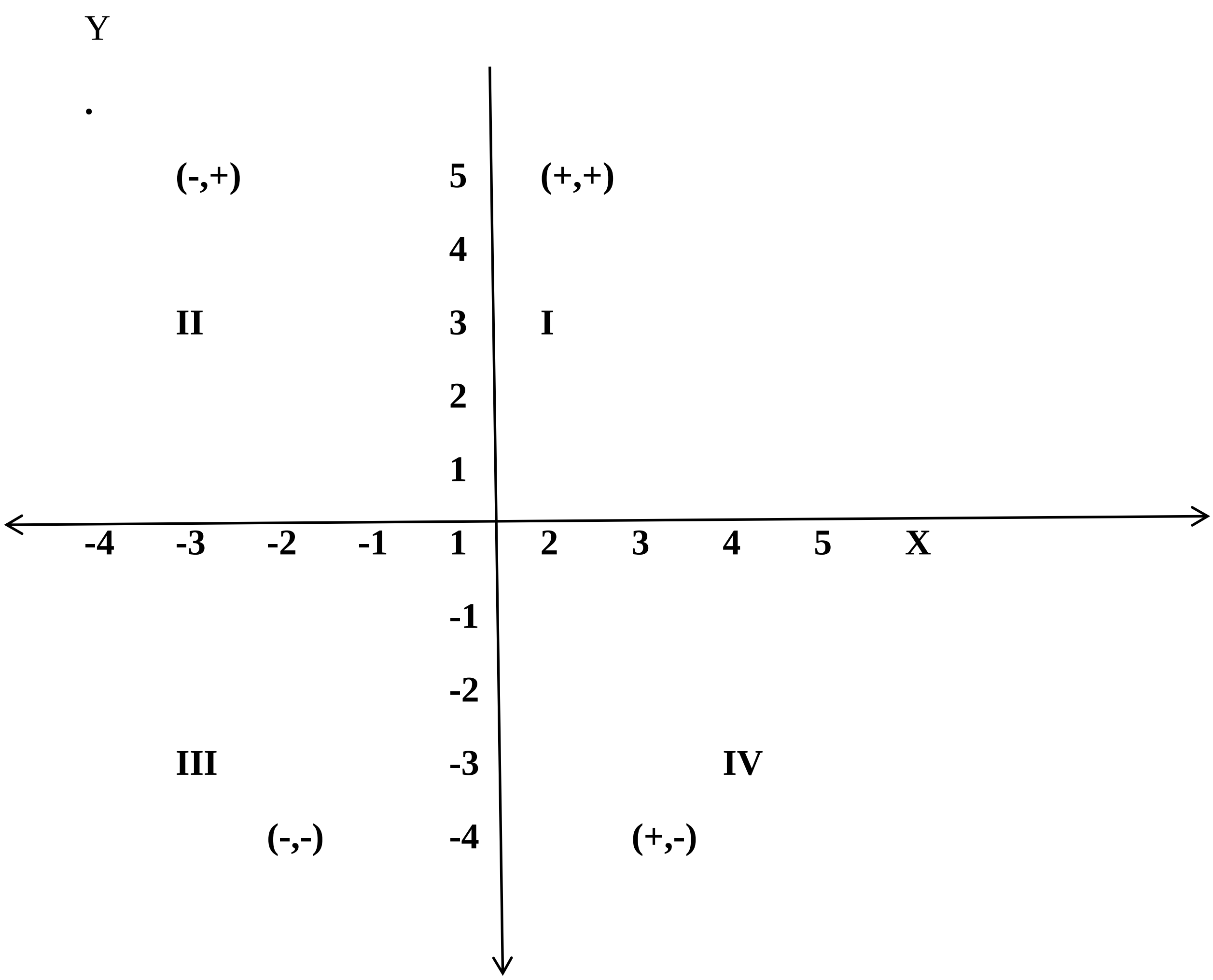
Resolver los ejercicios propuestos.

REPRESENTACION GRAFICA

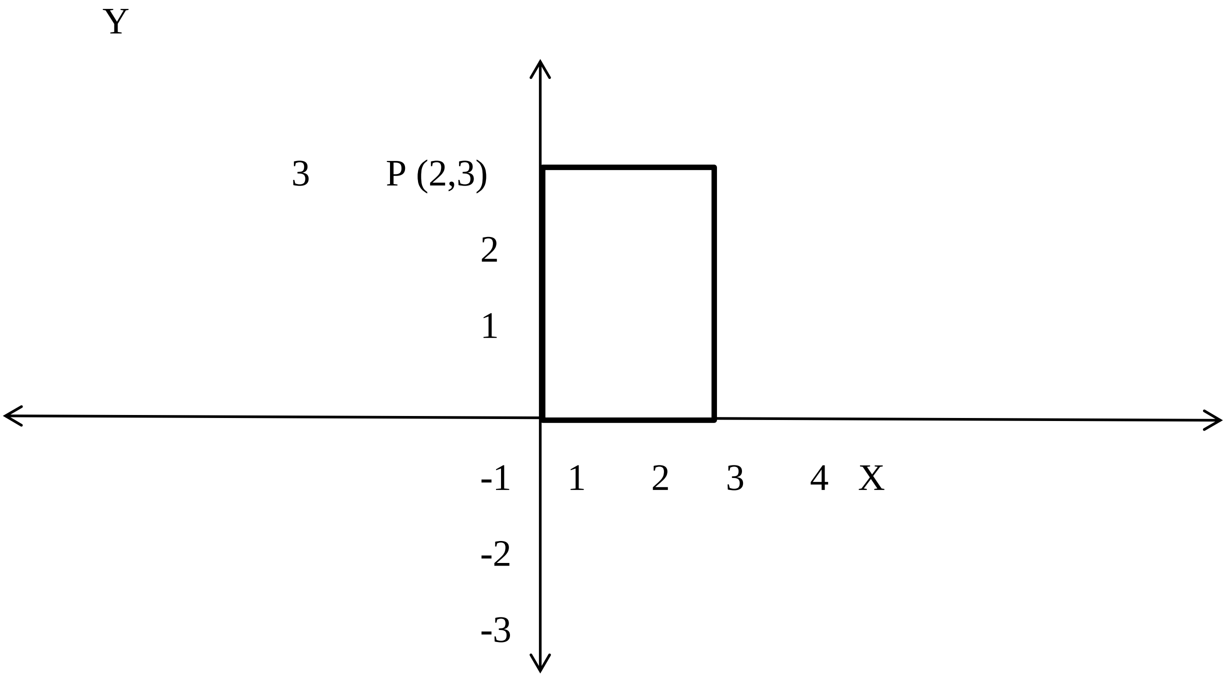
3.1. SISTEMAS DE CORDENADAS RECTANGULARES

Este sistema consta de dos ejes perpendiculares que se cortan en un punto común 0, dando lugar a la formación de cuatro cuadrantes. El eje horizontal se denomina también eje de las abscisas o eje de las x; y el vertical eje de las ordenadas o eje de las Y.

Un punto P cualquiera del plano está integrado por las coordenadas (x,y) que representación la distancia horizontal X y la distancia vertical Y. Estas distancias, horizontal y vertical, están graduadas según una escala, la misma que puede ser diferente para cada uno de los ejes. A la derecha del eje vertical están los números positivos y a la izquierda los números negativos. Hacia arriba del eje horizontal se encuentran los números positivos y hacia abajo los números negativos.

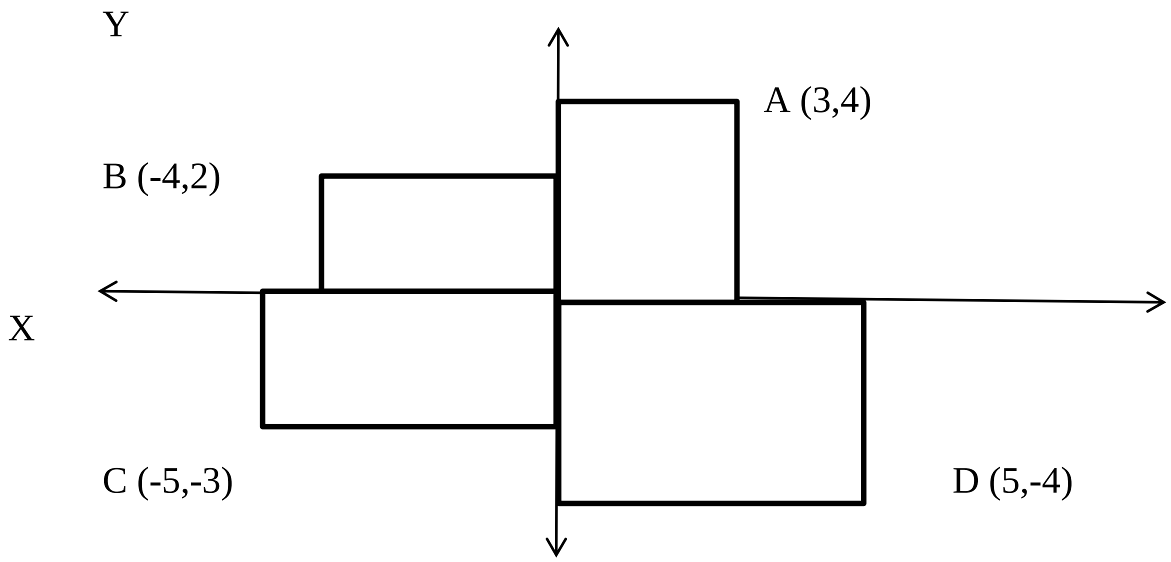


El trazo de un punto consiste en la localización de sus coordenadas. Asi por ejemplo: para trazar el punto P(2,3) contamos 2 unidades positivas hacia la derecha del eje vertical y 3 unidades también positivas hacia arriba del eje horizontal; el punto de corte o intersección determina el punto P de coordenadas (2,3).



Ejercicio:

Represéntelos siguientes puntos: A(3,4); B (-4,2); C (-5,-3) y D (5,-4):



3.2. DIAGRAMA DE BARRAS

El diagrama de barras está constituido por rectángulos o barras cuyas áreas son proporcionales a los datos de un fenómeno.

Este diagrama se lo utiliza para representar datos de una variable discontinua, es decir, aquellos datos que por su naturaleza pude ser medido o contados en valores enteros. Los valores de esta variable se los representa en el eje de las abscisas y las frecuencias, en el eje de las ordenadas. Para su construcción se deben tomar en cuenta los siguientes criterios:

- Debe utilizarse una escala adecuada.
- El ancho de las barras tiene que ser uniforme.
- La distancia entre las barras tiene que ser constante.

3.2.1. DIAGRAMA DE BARRAS VERTICALES

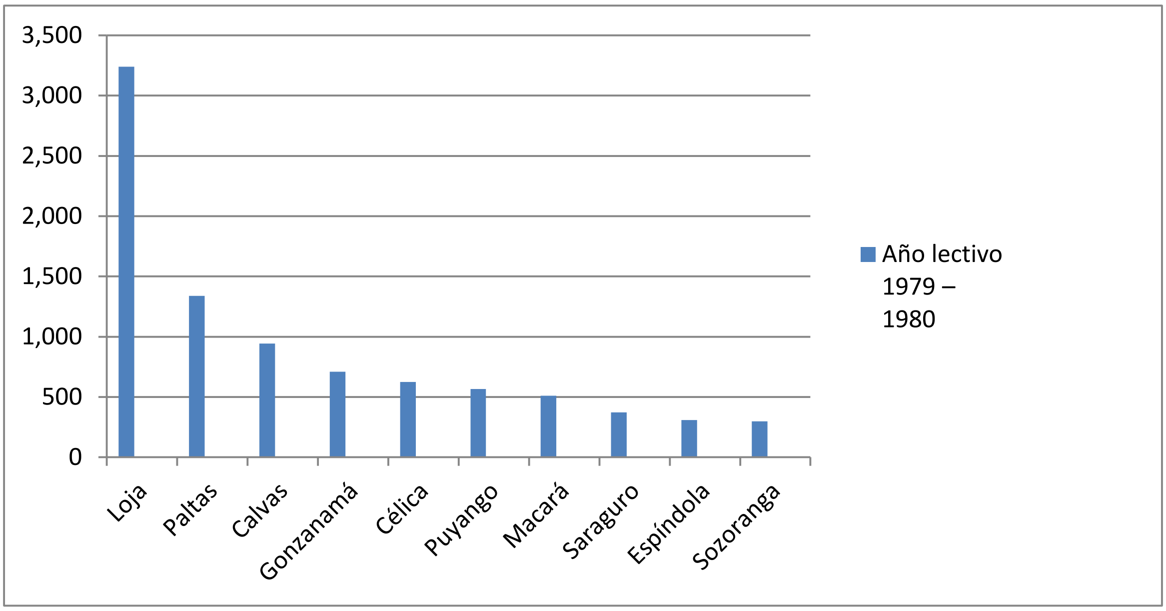
Este diagrama consiste en un conjunto de rectángulos que están ubicados en el primer cuadrante de un sistema de coordenadas, en el cual el eje de las abscisas sirve como base de los rectángulos. Asimismo, se debe tomar en cuenta que cada uno de los rectángulos representa uno de los datos de la variable.

Ejemplo:

Representar en un gráfico de barras verticales en el número de estudiantes que terminan el nivel primario en la provincia de Loja.

Cantones	**Año lectivo 1979 – 1980**
Loja	3.239
Paltas	1.338
Calvas	944
Gonzanamá	709
Célica	625
Puyango	565

Macará	509
Saraguro	372
Espíndola	309
Sozoranga	298



3.2.2. DIAGRAMA DE BARRAS HORIZONTALES

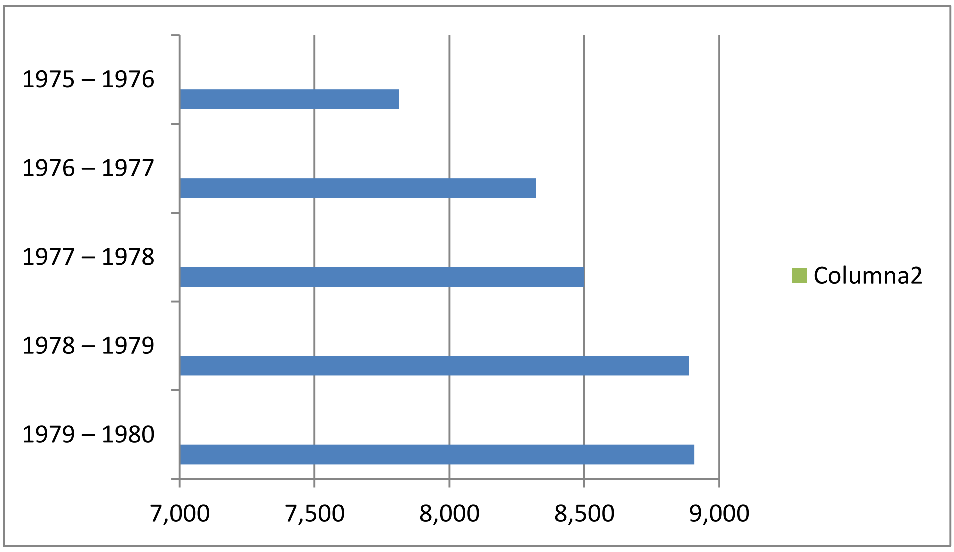
Este tipo de barras tienen la particularidad de que en el eje de las abscisas se localizan las frecuencias y en el eje de las ordenadas los datos de la variable. En el eje de las ordenadas se sitúan, además, las bases de los rectángulos.

Ejemplo:

Con la siguiente tabla de frecuencias que recoge el número de alumnos que terminaron la educación primaria, construir el diagrama de barras horizontales:

Años lectivos	**f**
1979 – 1980	8.908
1978 – 1979	8.889
1977 – 1978	8.499

1976 – 1977	8.321
1975 – 1976	7813



3.2.3. DIAGRAMA DE BARRAS COMPUESTAS

Este diagrama se lo utiliza para representar dos series de datos y así poder efectuar las correspondientes comparaciones.

Así, por ejemplo:

Representar en un diagrama de barras compuestas los resultados definitivos de la segunda vuelta electoral realizada el 6 de mayo de 1984, correspondiente a la Costa para el Ing. León Febres Cordero y para el Dr. Rodrigo Borja Cevallos.

Provincia	Ing. León Febres Cordero	Dr. Rodrigo Borja Cevallos
Guayas	493.581	232.410
Manabí	129.622	104.730
Los Ríos	68.309	56.321
El Oro	48.771	70.963
Esmeraldas	28.180	39.262

Para obtener el diagrama de barras compuestas, utilizamos el siguiente procedimiento:

Primero.- Sumamos las votaciones de los dos candidatos para cada una de las provincias.

Provincia	**Ing. León Febres Cordero**	**Dr. Rodrigo Borja Cevallos**	**TOTAL**
Guayas	493.581	232.410	725.991
Manabí	129.622	104.730	234.352
Los Ríos	68.309	56.321	124.630
El Oro	48.771	70.963	119.734
Esmeraldas	28.180	39.262	67.442

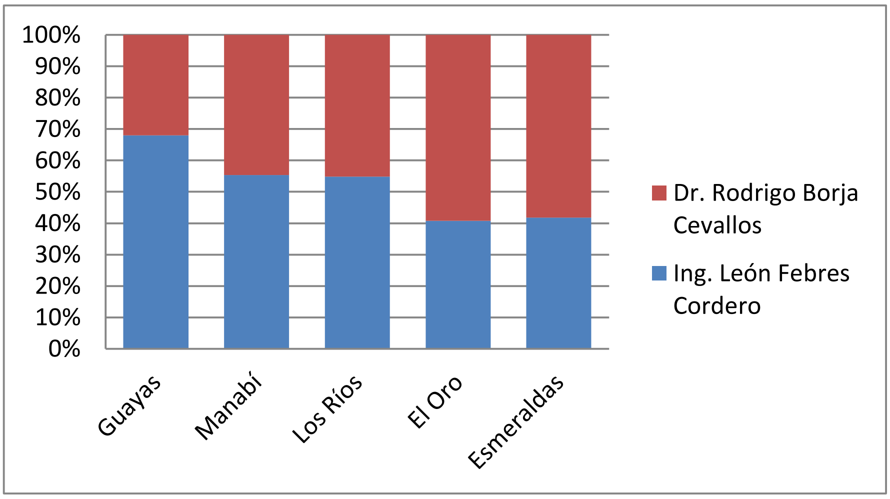
Segundo.- Utilizamos el primer cuadrante del sistema de coordenadas para representar las provincias en el eje de las equis (x) y las frecuencias en el eje de las (y).

Tercero.- Representamos en cadá una de las barras el total de las votaciones de los dos candidatos para la provincia.

Cuarto.- Ubicamos en cada una de las barras la frecuencia de cada candidato identificándolo con la leyenda convincente.

Entonces el grafico queda así;

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS RESULTADOS DEFINITIVOS DE LA SEGUNDA VUELTA ELECTORAL EN LA COSTA PARA EL ING. LEÓN FEBRES CODERO Y EL DR. RODRIGO BORJA CEVALLOS:



3.2.4. DIAGRAMA DE PORCENTAJE DE BARRAS COMPUESTAS

Con los datos observados en la siguiente tabla deseamos construir un diagrama de porcentaje de barras compuestas, para establecer comparaciones entre los años lectivos.

Procedemos de la siguiente manera:

ESTUDIANTES INSCRITOS EN LA UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR

Unidades académicas	Año: 1977 – 1978	Año: 1978 - 1979
Pedagogía	1.215	1.096
Psicología Educativa	263	188
Educación Física	102	83
Ciencias Psicológicas	115	327
Derecho	705	829
Estadística y Banca	672	756

Primero.- Se suma las frecuencias correspondientes a cada una de las variables.

Unidades académicas	Año: 1977 – 1978	Año: 1978 – 1979	TOTAL
Pedagogía	1.215	1.096	2.311
Psicología Educativa	263	188	451
Educación Física	102	83	185
Ciencias Psicológicas	115	327	442
Derecho	705	829	1.534
Estadística y Banca	672	756	1.428

Segundo.- Se obtiene los porcentajes de las frecuencias de cada una de las variables, con respecto al total registrado en los dos años.

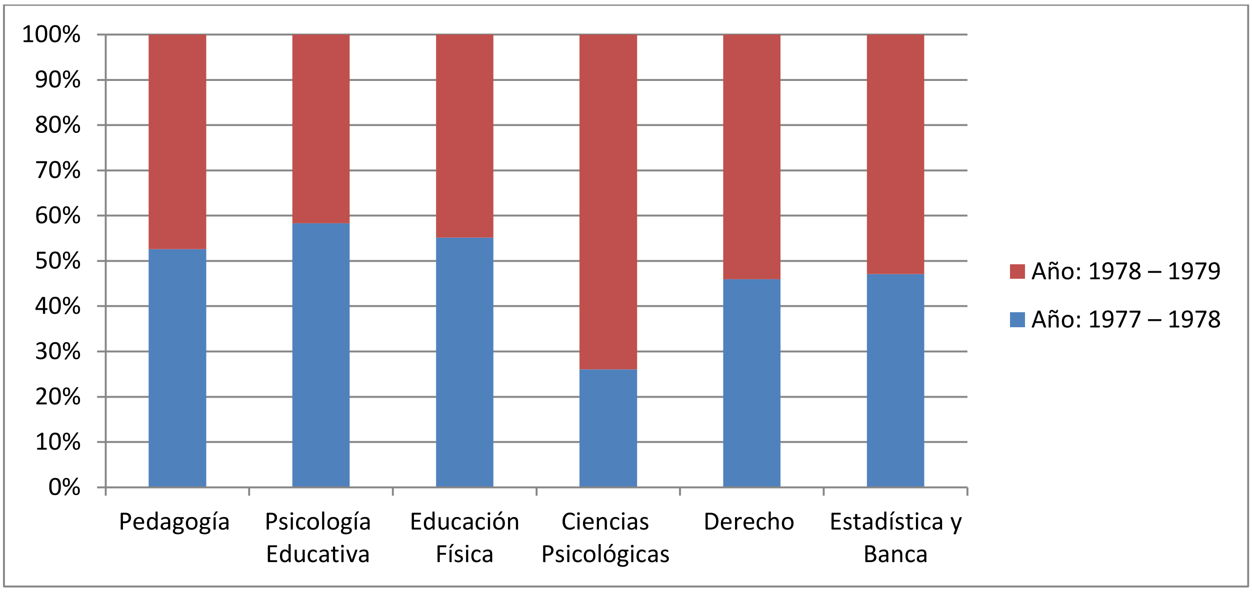
Unidades académicas	**Año: 1977 – 1978**	**Año: 1978 – 1979**	**TOTAL**	**% Año: 1997 - 1978**	**% Año: 1978 - 1979**
Pedagogía	1.215	1.096	2.311	52,57	47,43
Psicología Educativa	263	188	451	58,31	41,69
Educación Física	102	83	185	55,14	44,86
Ciencias Psicológicas	115	327	442	26,02	73,98
Derecho	705	829	1.534	45,96	54,04
Estadística y Banca	672	756	1.428	47,06	52,94

$$\boldsymbol{P} = \frac{\mathbf{f\ .\ 100}}{\boldsymbol{N}}$$

Porcentaje pedagógico 77 - 78 $= \frac{1.215 \text{ x } 100}{2.311} = 52{,}57\ \%$

Porcentaje pedagógico 78 - 79 $= \frac{1.096 \text{ x } 100}{2.311} = 47{,}43\ \%$

Tercero.- Construimos el diagrama de porcentaje de barras compuestas, haciendo que las barras tengan una misma altura (100%):



3.25. HISTOGRAMA

Es un diagrama de barras colocadas una junto a otra, la misma que corresponden a una distribución de frecuencias y que nos permiten representar las frecuencias de cada intervalo por regiones cerradas que constituyen un área.

Por ejemplo:

El Ing. León Febres Cordero obtuvo la mayor votación, en la segunda vuelta electoral del 6 de mayo de 1984 en las provincias de:

Provincias	**f**
Guayas	493.581
Manabí	129.622
Los Ríos	68.309
Tungurahua	63.156
Bolívar	23.070

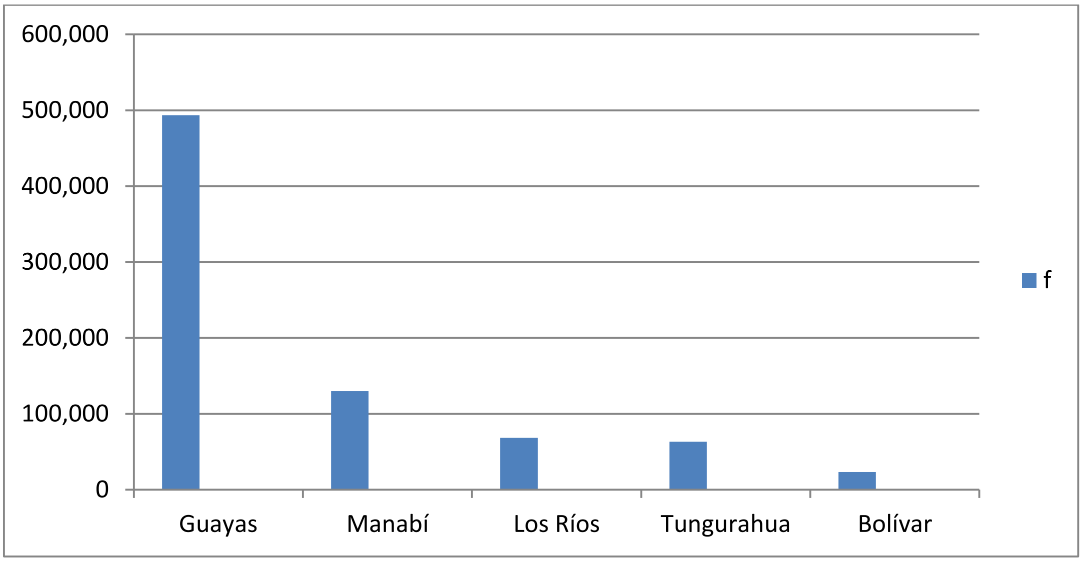
Construir un histograma

Desarrollo:

Primero.- Usamos el primer cuadrante del sistema de coordenadas para representar las provincias en el eje de las equis (x) y las frecuencias en el eje de la yes (y).

Segundo.- Trazamos las barras correspondientes para cada una de las provincias, una a continuación de otra, sin separarlas.

Tercero.- Construimos el gráfico:



3.3. POLÍGONO DE FRECUENCIAS

Es un gráfico lineal cerrado, que se forma por la intersección de la variable con las frecuencias; los diversos puntos de intersección están unidos por segmentos de recta, los mismos que forman una línea poligonal que también se llaman curva de frecuencias.

Este método de representación gráfica se lo utiliza por preferencias para variables cuantitativas de carácter continuo. Los ejes que sirven de base para esta representación están dispuestos de tal manera que, en el eje horizontal, se ubican los puntos medios de cada clase y, en el eje vertical, las frecuencias.

Ejemplos:

a. En el curso de 42 alumnos se aplicó una prueba de tipo objetivo, con el fin de detectar su grado de dificultad; luego de lo cual se elaboraron los datos disponiéndolos de la siguiente manera:

14 15 16 16 15 13 14 11 10 11 10 7 8 5
19 16

15 17 13 12 13 11 10 11 9 6 8 4 20 17
15 16

12 13 9 9 9 9 8 8 5 4

Construir el polígono de frecuencias

Desarrollo:

Primero.- Determinamos la amplitud:

a = 20 – 4 = 16

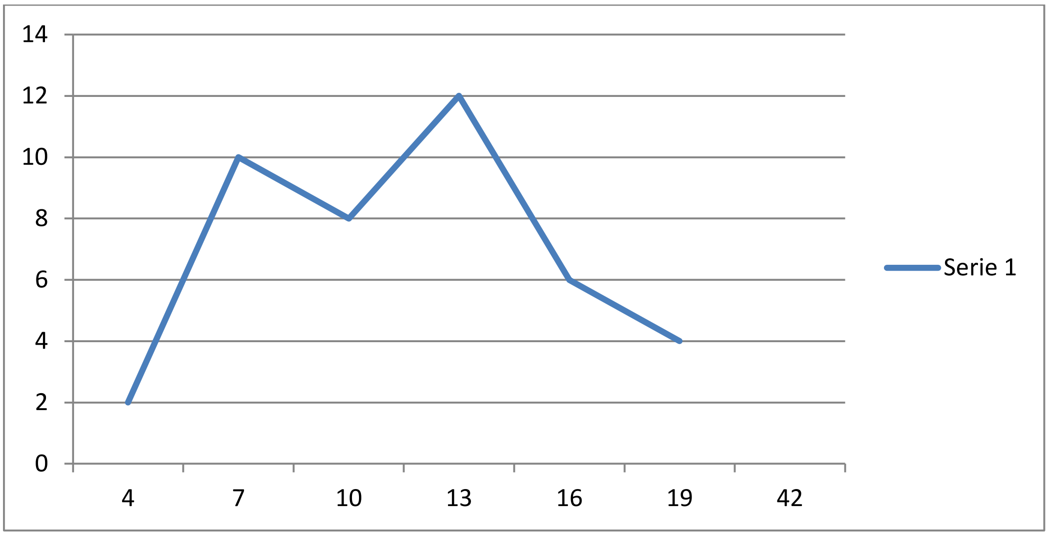
Segundo.- Obtenemos el número de intervalos, proponiendo que el ancho del intervalo sea 3, es decir:

$$\mathbf{ni = \frac{16}{3} + 1 = 5{,}3 + 1 = 6{,}3 = 6}$$

Tercero.- Ordenamos una serie estadística de intervalo, así:

X	**F**	**Xm**
18 – 20	2	19
15 – 17	10	16
12 – 14	8	13
9 – 11	12	10
6 – 8	6	7
3 – 5	4	4
		42

Cuarto.- Efectuamos la representación gráfica:



Quinto.- podríamos interpretar este grafico como que la prueba aplicada no está adecuada al curso, por existir un mayor agrupamiento en las calificaciones menores a 13, siendo el 13 sobre 20 un puntaje que demuestre un rendimiento bueno.

b.- En una asignatura de estudio Sociales correspondiente a un colegio se obtuvo los siguientes datos representativos de una prueba:

13 12 15 20 19 18 16 19 20 19 18 19 17 15 17 19

16 18 14 19 17 12 20 18 16 20 13 17 19 16 14 18

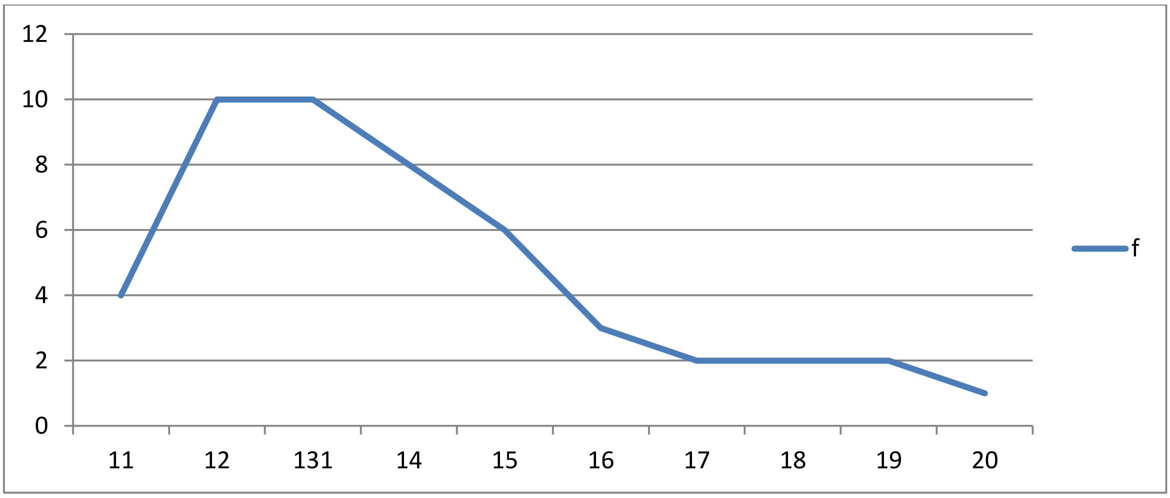
18 19 16 19 17 18 11 17 15 19 18 17 18 17 18 16

Primero.- Ordenar en serie estadística de frecuencia en forma descendente:

X	**f**

20	4
19	10
18	10
17	8
16	6
15	3
14	2
13	2
12	2
11	1
	48

Segundo.- Construimos el polígono de frecuencia:



Tercero.- En este polígono de frecuencia podemos apreciar que existe mayor agrupamiento en el extremo derecho a partir de la calificación 15, por lo cual podemos concluir que la prueba de Estudios Sociales fue demasiado fácil.

c. En una prueba de rendimiento aplicada a un curso de nivel medio, compuesto de 33 estudiantes, se pudo detectar los siguientes resultados:

10 05 07 08 14 12 13 08 10 06 07 09 08 11 05 07

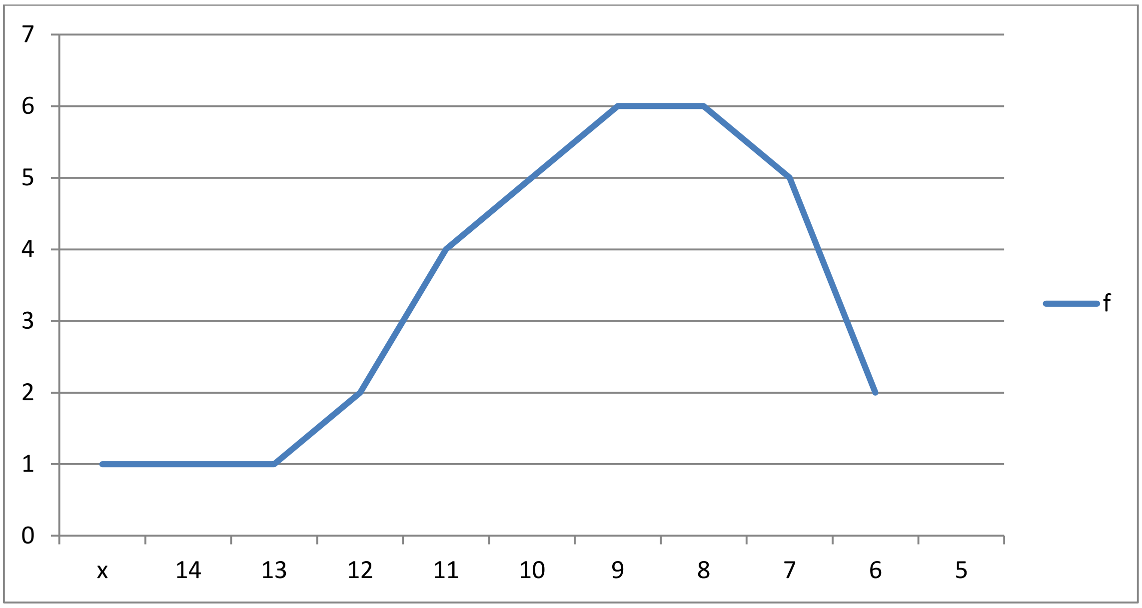
09 08 06 11 07 09 09 06 07 08 06 09 10 06 08 07

10

Primero.- Ordenamos los datos en una serie estadística de frecuencia:

x	**F**
14	1
13	1
12	1
11	2
10	4
9	5
8	6
7	6
6	5
5	2
	33

Segundo.- Realizamos la representación gráfica del polígono:



Tercero.- Al realizar la interpretación del polígono de frecuencia anterior observamos que existe mayor agrupamiento en el extremo izquierdo, por lo cual podemos deducir que la prueba tuvo un alto grado de dificultad; además, siendo la prueba calificada sobre 20 puntos, se logra apreciar que el mayor porcentaje (66,7%) se concentra en el intervalo 6 – 9.

d. Los siguientes datos se obtuvieron luego de aplicar una prueba de tipo objetivo en un curso de 42 alumnos correspondientes a un colegio de la ciudad de Loja:

20 11 07 17 15 19 10 16 09 07 14 12 16 09 06 13 15

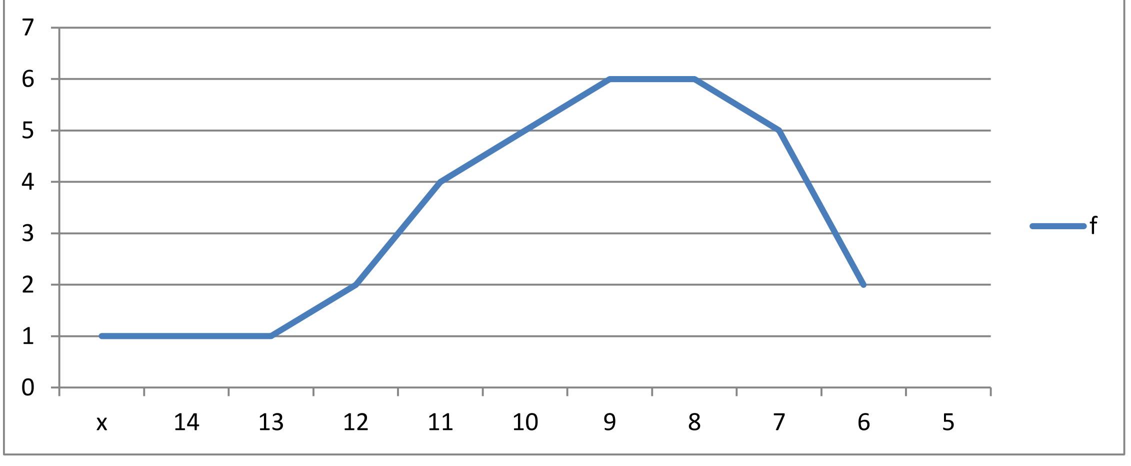
09 14 08 15 10 17 13 08 14 18 08 14 09 11 08 15 12

14 16 09 15 10 07 13 08

Primero.- Ordenamos los datos en una serie estadística de frecuencia:

Segundo.- Construimos el polígono de frecuencia.

X	F
20	1
19	1
18	1
17	2
16	3
15	5
14	5
13	3
12	2
11	2
10	3
9	5
8	5
7	3
6	1
	42



Tercero.- Al observar este polígono de frecuencia, notamos que existen dos agrupamientos, es decir, dos grupos bien diferenciados de alumnos porque, para el primer lugar, la prueba es inadecuada por ser difícil y, para el segundo grupo, la prueba sin ser demasiado fácil se encuentra en el

Ámbito de lo normal. El profesor al notar esta diferencia tan marcada debe equilibrar el grado de la dificultad de la prueba.

e. Del resultado de aplicar en forma combinada una prueba objetiva y una de ensayo, a un curso de educación media, se obtuvieron las siguientes calificaciones.

11 14 17 20 16 13 19 15 12 17 15 18 16 19 16

18 16 15 17 14 18 13 17 15 14 16

Primero.- Se ordena los datos en una serie estadística de frecuencia.

x	**F**
20	1
19	2
18	3
17	4
16	5
15	4
14	3
13	2
12	1
11	1
	26

Segundo.- Se construye el polígono de frecuencia:

Tercero.- Cuando en el polígono de frecuencia los puntajes se distribuyen en forma uniforme, entonces la prueba aplicada ha sido normal. Se entiende por distribución uniforme cuando los valores mayores y menores de la variable tienden a la misma frecuencia.

3.4 DIAGRAMA DE FRECUENCIA ACUMULADA

Es un diagrama lineal que está formado por una distribución agrupada de frecuencias, al mismo que se lo llama **OJIVA**

Ejemplos:

a. Al aplicar una prueba de Estudios Sociales a un curso de educación media, se recogieron los siguientes datos:

20 16 13 15 14 09 11 08 12 19 17 15 12 14 13 16 15

10 11 05 13 10 14 18 12 08 14 05 13 10 15 12 13 07

14 17 15 06 15 09 13 12 11

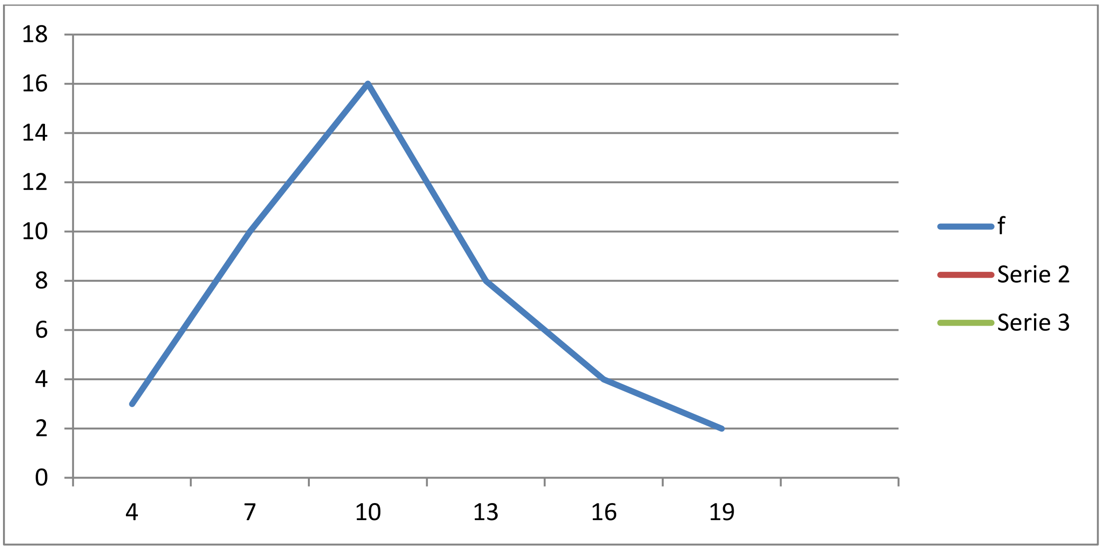
Primero.- Ordenamos los datos en una serie estadística de intervalos.

X	**F**
18 – 20	3
15 – 17	10
12 – 14	16
9 – 11	8
6 – 8	4
3 – 5	2
	43

Segundo.- Determinamos los puntos medios y las frecuencias acumuladas:

X	**f**	**Xm**	**Fa**
18 – 20	3	19	43
15 – 17	10	16	40
12 – 14	16	13	30
9 – 11	8	10	14
6 – 8	4	7	6
3 – 5	2	4	2
	43		

Tercero.- Efectuamos la representación gráfica, ubicando los puntos medios en el eje X, y la frecuencia acumulada en el eje Y.



b.- En un ejemplo, cuya representación correspondió a un polígono de frecuencias con tendencia a lo normal, se obtuvo la siguiente tabla:

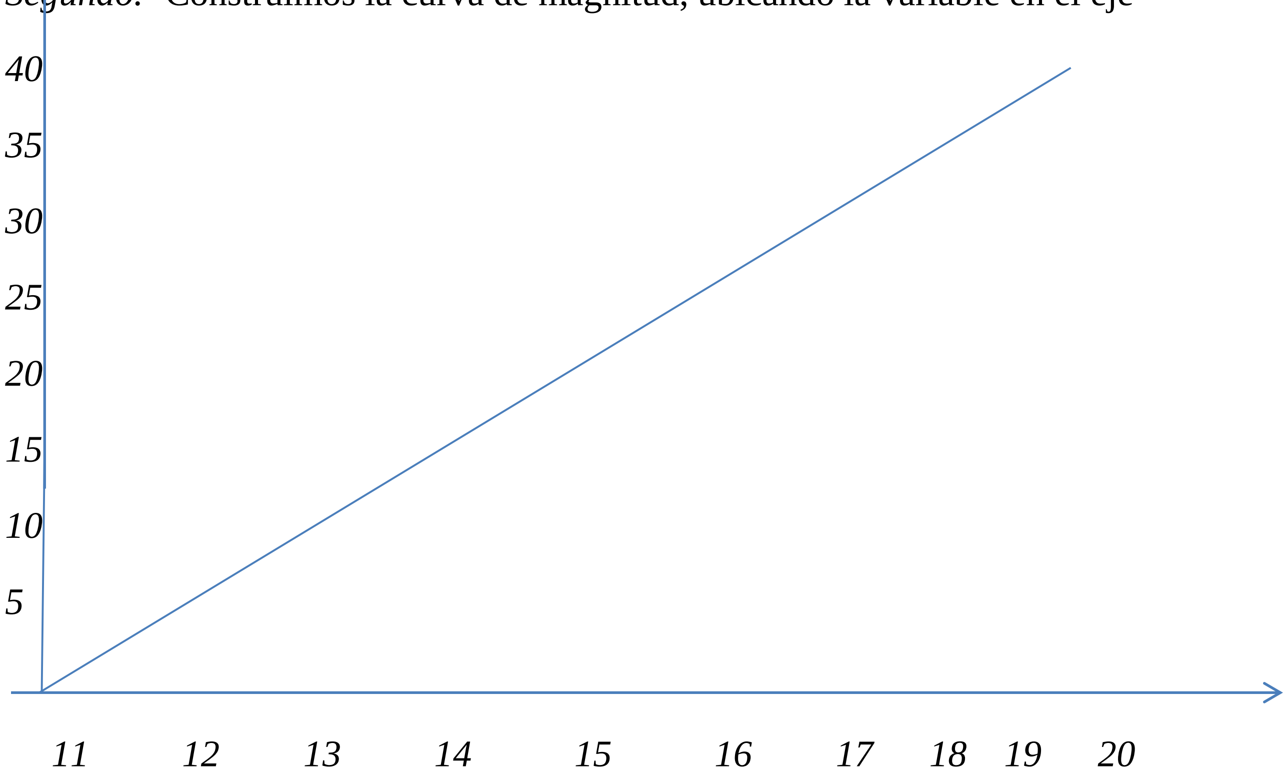
X	**F**
20	1
19	2
18	3
17	4
16	5
15	4
14	3
13	2
12	1
11	1
	26

Primero.- Se completa la tabla determinando la frecuencia acumulada:

x	f	Fa

20	1	26
19	2	25
18	3	23
17	4	20
16	5	16
15	4	11
14	3	7
13	2	4
12	1	2
11	1	1
	26	

Segundo.- Construimos la curva de magnitud, ubicando la variable en el eje



Tercero.- La ojiva trazada tiende a la normalidad; esto se debe a la prueba aplicada a un curso de 33 alumnos de educación media:

c. La siguiente tabla refleja los resultados obtenidos en una prueba aplicada un curso de 33 alumnos de educación media:

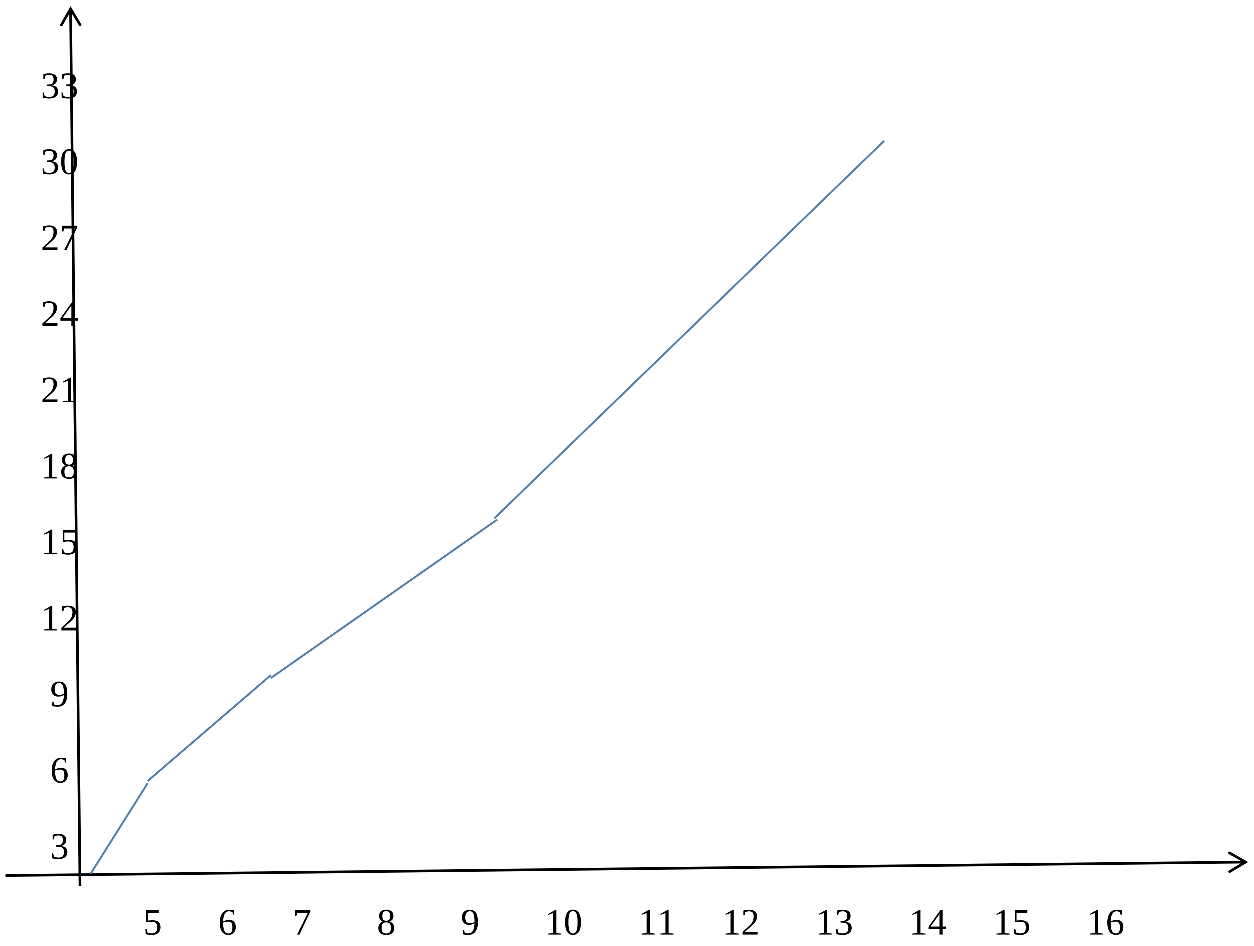
x	F
14	1
13	1
12	1
11	2
10	4
9	5
8	6
7	6
6	5
5	3
	33

Primero.- Determinamos la frecuencia acumulada:

x	F	Fa
14	1	33
13	1	32
12	1	31
11	2	30
10	4	28
9	5	24
8	6	19

7 6 5	6 5 2	13 7 2
	33	

Segundo.- Construimos la curva de magnitud.



Tercero.- En el gráfico anterior se observa que la ojiva correspondiente a los datos de la tabla está sobre la ojiva normal, de lo cual se deduce que la prueba tiene un cierto grado de dificultad; además, alejándonos de la influencia de todo tipo de consideraciones psicopedagógicas y metodológicas, se aprecia que el rendimiento es muy diferente, por existir un elevado porcentaje de alumnos **(72,72%)** con calificación menor a 10.

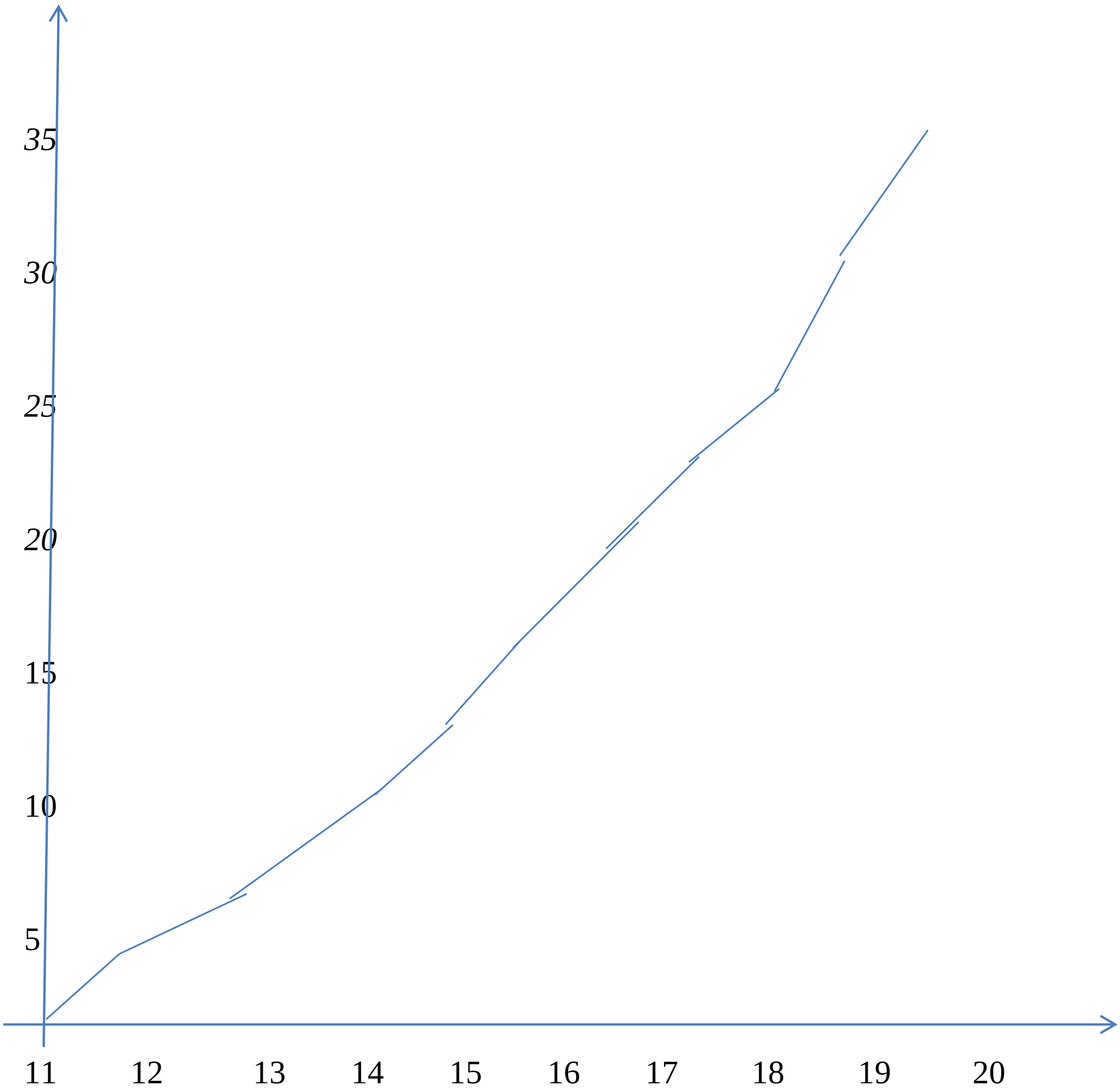
d. A continuación consta una tabla, en la cual están dispuestos los datos obtenidos luego de la aplicación de una prueba a 48 estudiantes.

x	F
20	4
19	10
18	10
17	8
16	6
15	3
14	2
13	2
12	2
11	1
	48

Primero.- Calculamos la frecuencia acumulada.

x	f	Fa
20	4	48
19	10	44
18	10	34
17	8	24
16	6	16
15	3	10
14	2	7
13	2	5
12	2	3
11	1	1

Segundo.- Representamos la curva de magnitud:



Tercero.- Se observa que la curva de magnitud trazada está bajo la ojiva normal, por lo que se deduce que la prueba es fácil, notándose inclusive que el mayor porcentaje de alumnos **(79,16%)** tiene calificaciones superiores a 15.

3.5 DIAGRAMA DE FRECUENCIAS RELATIVAS

A la proporción que se establece al dividir la frecuencia de la variable por el número total de casos la denominamos **frecuencia relativa**, y a ésta la podemos representar gráficamente utilizando un diagrama lineal.

Esta frecuencia relativa puede convertirse inclusive en **porcentaje** multiplicándola por 100.

Ejemplo:

Construir un diagrama de frecuencia relativa que esté acuerdo a los siguientes datos, los cuales representan las calificaciones de Idioma Nacional, correspondientes a 25 estudiantes:

18 15 14 17 16 10 18 13 12 17 14 12 15 16 09 17 13

17 14 12 14 13 11 14 15

Primero.- Ordenamos los datos en una serie estadística de frecuencia:

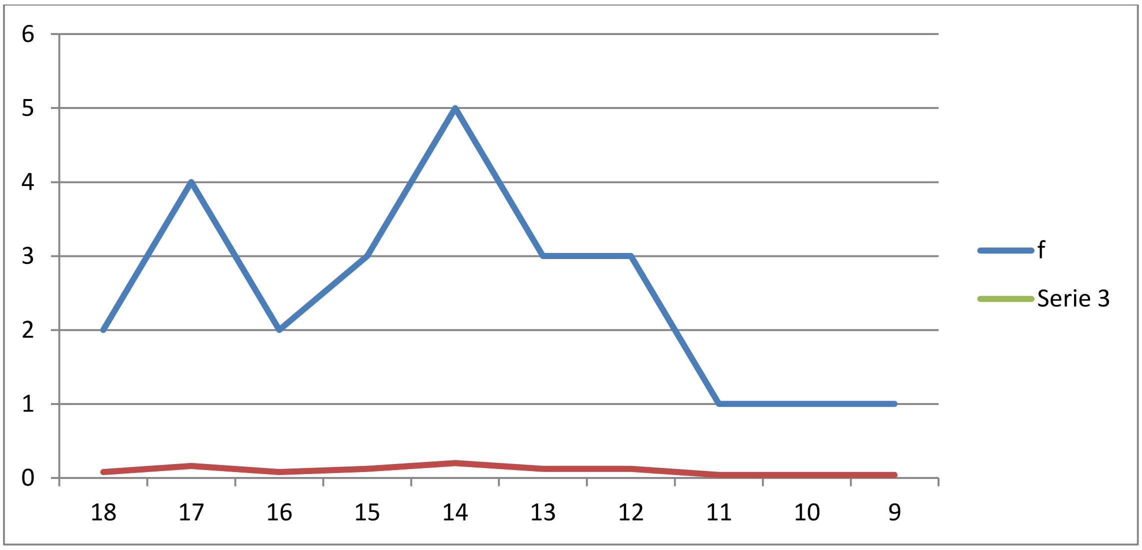
x	*f*
18	*2*
17	*4*
16	*2*
15	*3*
14	*5*
13	*3*
12	*3*
11	*1*
10	*1*
9	*1*
	25

Segundo.- Determinamos los valores que corresponden a la frecuencia relativa:

x	*f*	*Fx*
18	*2*	*0,08*
17	*4*	*0,16*
16	*2*	*0,08*
15	*3*	*0,12*
14	*5*	*0,2*
13	*3*	*0,12*
12	*3*	*0,12*
11	*1*	*0,04*
10	*1*	*0,04*
9	*1*	*0,04*
	25	

$fr = \frac{f}{N}$ $\qquad$ $fr = \frac{2}{25} = 0{,}08$

Tercero.- Construimos el diagrama, representando la variable en el eje X y la frecuencia relativa en el eje Y.



3.6. DIAGRAMA DE SECTORES

Consiste en distribuir los 360 grados del círculo en forma proporcional a las frecuencias que integran cada una de las variables del problema, así se logra dividir el círculo en partes o porciones que están limitadas por dos radios y por un arco de circunferencia que ellos interceptan.

Así, por ejemplo:

Representar en un diagrama de sectores a los profesores del país clasificados por niveles:

Niveles	F
Preprimario	960
Primario	37.161
Medio	28.806
Total	66.927

Observamos el siguiente proceso:

Primero.- Se distribuye los 360 grados para los tres niveles, utilizando para ello la siguiente fórmula:

$$A° = \frac{f.360°}{N}$$

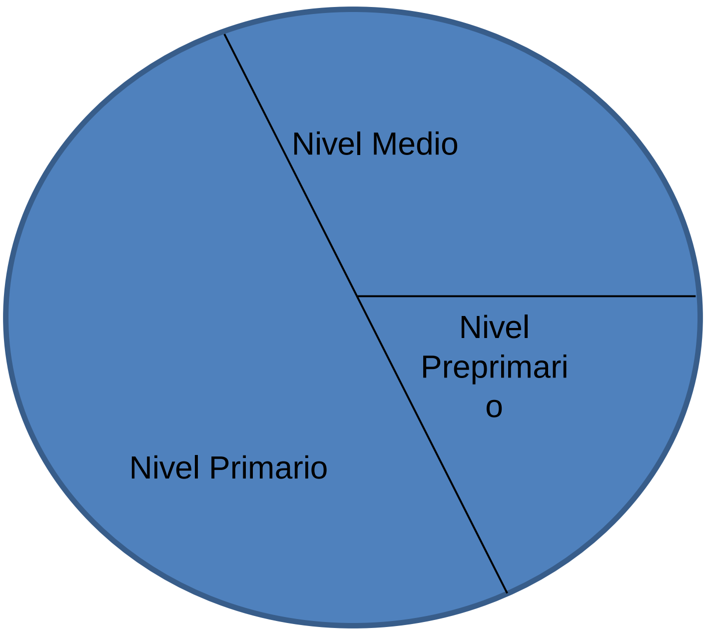
Con lo cual, para el nivel medio, tendríamos:

$$A° = \frac{28.806\ \ .\ 360°}{66.927} = \mathbf{154,95°}$$

Niveles		
Pre primario Primario Medio	960 37.161 28.806	5,16 199,89 154,95
	66.927	360°

Segundo.- construimos el diagrama de sectores haciendo que el radio de la circunferencia tenga una longitud cualquiera y la localización de las partes se la inicia a partir del semieje positivo de las equis (x), y siguiendo un sentido contrario a la rotación de las manecillas del reloj.

Para mayor precisión del diagrama es menester utilizar un graduador a través del cual localizamos las partes que están en proporción a los grados que anteriormente se determinaron.



3.7. DIAGRAMA EN ESPIRAL

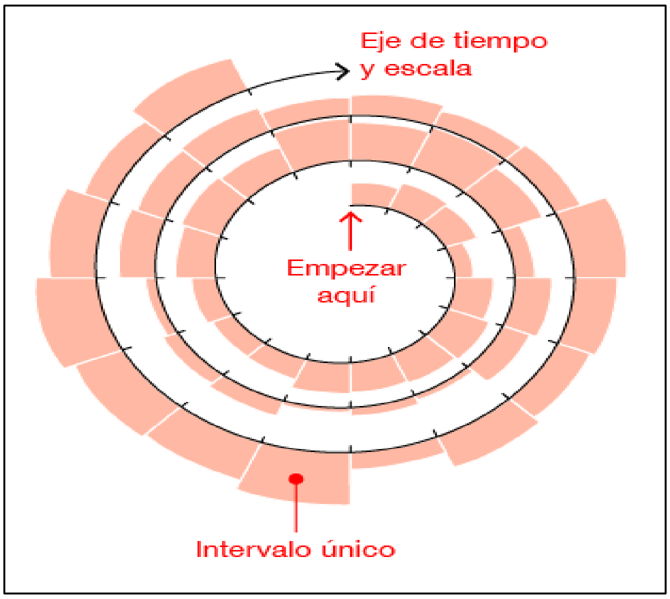
Fenómenos que denotan una expansión constante y que están en íntima relación con variaciones del tiempo, se pueden representar mediante una curva que se origina a partir de un punto y da sucesivas vueltas alejándose o acercándose conforme a la variación expansiva del fenómeno.

Así, por ejemplo:

Vamos a representar el índice de precios que corresponde a los alimentos, bebidas y cigarrillos en nuestro país, desde enero de 1979 a julio de 1980.

ÍNDICE DE PRECIOS AL POR MAYOR DE ALIMENTOS, BEBIDAS Y TABACOS		
Meses	**1979**	**1980**
Enero	174,5	191,0
Febrero	174,9	194,3
Marzo	177,9	196,8
Abril	188,5	198,4
Mayo	179,9	199,2
Junio	180,7	200,0
Julio	182,4	
Agosto	184,3	
Septiembre	185,4	
Octubre	185,8	
Noviembre	187,2	
Diciembre	187,6	

Dividamos al gráfico en **12 sectores** proporcionales que están en relación con los meses del año, adoptamos una escala conveniente para el índice de precios y el número de vueltas de la espiral señalará los años a los cuales se refiere el fenómeno.

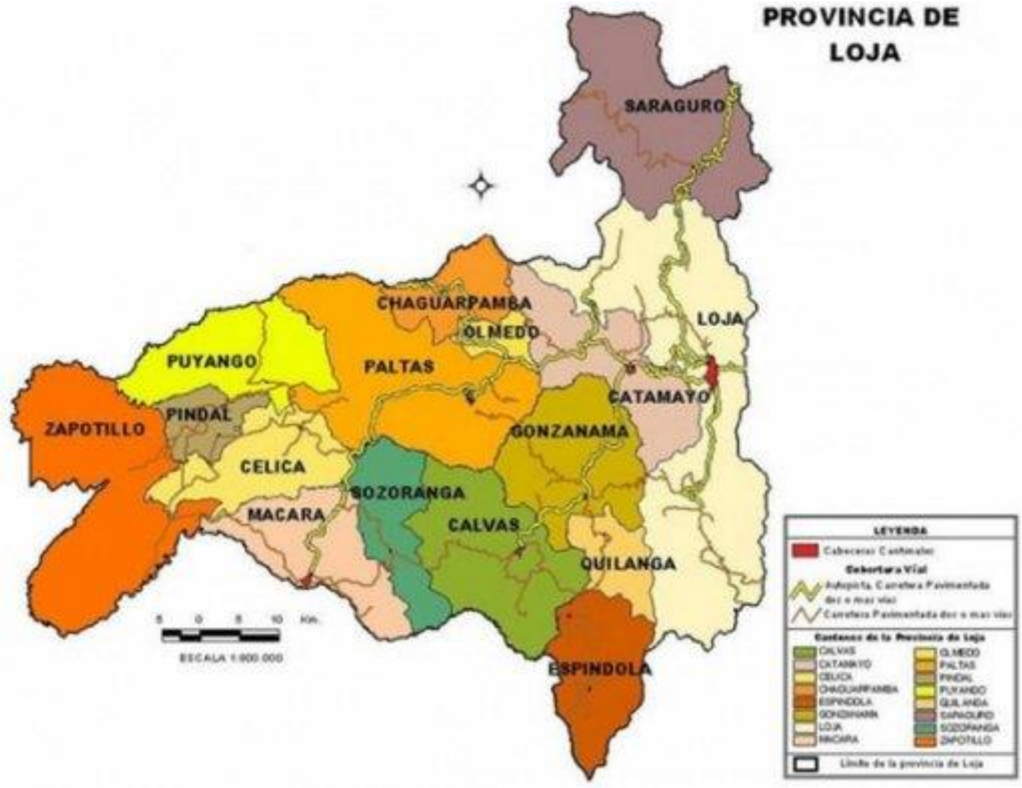


3.8. CARTOGRAMA

Consiste en un mapa sobre el cual se destacan diferentes motivos, sea rayando, coloreando o utilizando diversas figuras o signos convencionales que estén en relación con el hecho o fenómeno que se quiere resaltar.

Así por ejemplo:

CARTOGRAMA DE LA PROVINCIA DE LOJA



3.9. PICTOGRAMA

Es un recurso que se utiliza para efectuar la representación de los fenómenos investigados, mediante signos o figuras que atraigan la atención; por lo cual es el gráfico que se utiliza con gran ventaja en situaciones publicitarias, antes que en representaciones estadísticas, en las que también existe el inconveniente de no poder representar la fracción.

Por ejemplo:

Vamos a representar la población de 6 provincias del Ecuador según datos estimados a junio de 1980 por el Instituto Nacional de Estadísticas.

Provincias más densamente pobladas del Ecuador	
Guayas	2 038.703
Pichincha	1 330.076
Manabí	1 025.858
Los Ríos	516.840

Azuay	438.760
Loja	410.509

Guayas: X X X X X X X X X X X X X X

Pichincha: X X X X X X X X X X X X X

Manabí: X X X X X X X

Los Ríos: X X X X X X X X X

Azuay: X X X X X X X X

Loja: X X X X X X X X X

LEYENDA

X X= 100.000 habitantes

X=25.000 a 38.000 habitantes

3.10. EJERCICIOS RESUELTOS

3.10.1. A continuación se menciona un conjunto de datos referentes al lugar de nacimiento de un grupo de estudiantes que corresponden a una especialización técnica de un colegio de la ciudad de Loja.

Cantones Provincia de Loja	f
Loja	44
Calvas	7
Celica	7
Macará	2
Paltas	3
Puyango	3

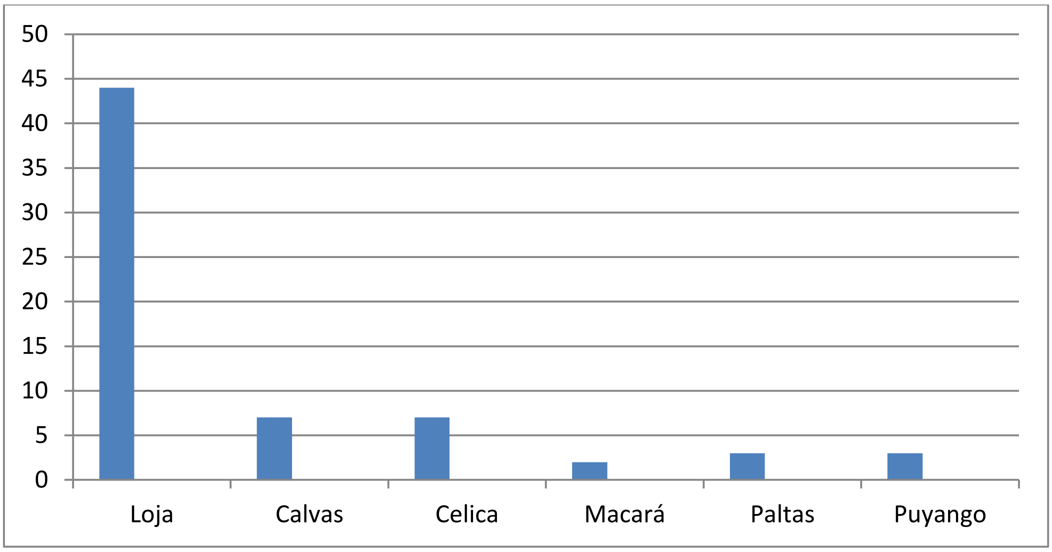
Representar

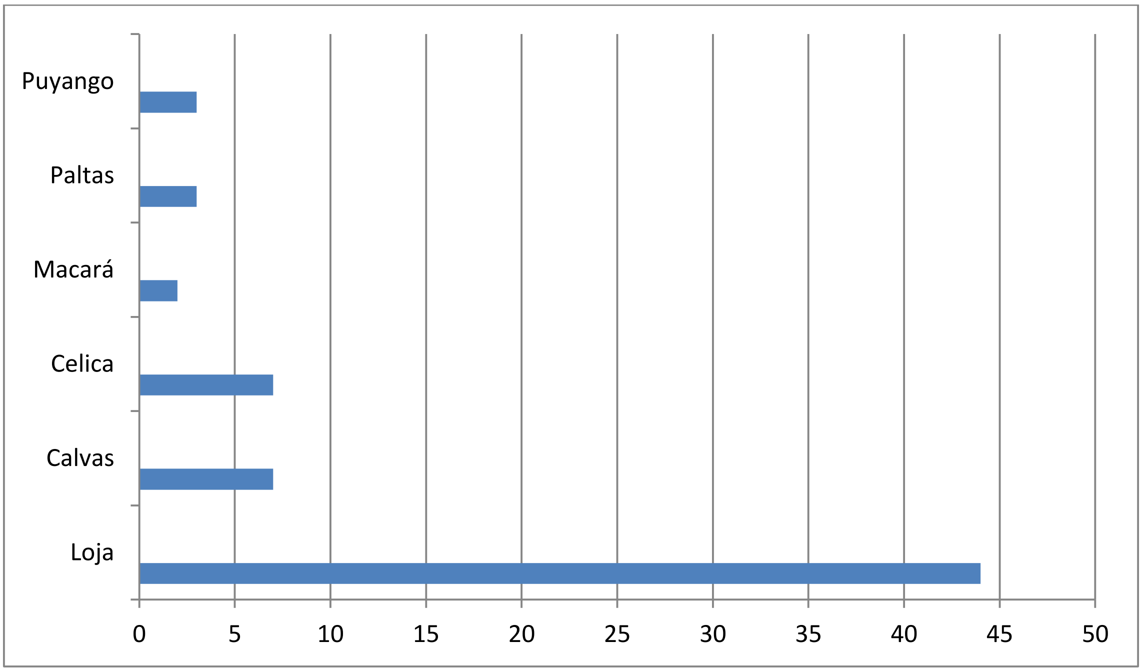
a. En barras verticales.

b. En barras horizontales.

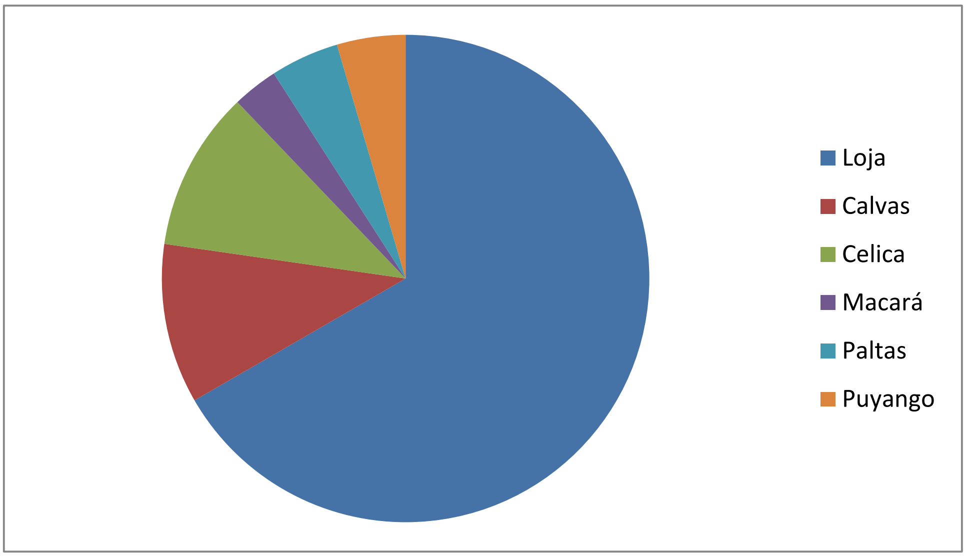
c. En un sector circular.

Desarrollo:





Cantones Provincia de Loja	f	A
Loja	44	240
Calvas	7	38,18
Celica	7	38,18
Macará	2	10,91
Paltas	3	16,36
Puyango	3	16,36
	66	**539,99**



3.10.2. A través de un cuestionario se logró determinar la edad de los padres de los estudiantes matriculados en una especialización técnica:

34	40	41	48	49	51	50	55	67	36	41	41	47	54	52	47	60
79	36	42	45	46	49	51	55	60	45	37	40	50	45	49	51	56
61	38	40	45	54	49	52	55	61	39	40	45	53	50	51	56	65
37	43	47	53	50	50	55	65	36	44	45	54	50	51	57	66	37
41	54	52	50	50	57	66										

a. Ordenar los datos en una serie estadística de intervalo, siendo i = 5.

b. Representar los datos en un histograma.

c. Obtener el polígono de frecuencia.

d. Trazar la curva de magnitud.

e. Construir el diagrama de frecuencias relativas.

Desarrollo:

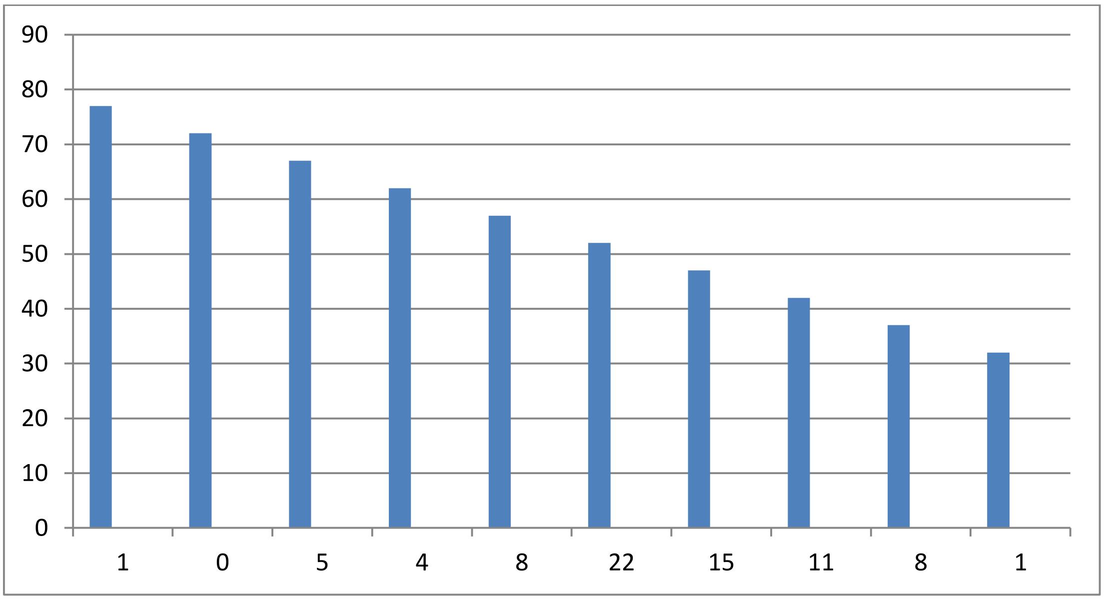
a. Amp = 79 – 34 = 45

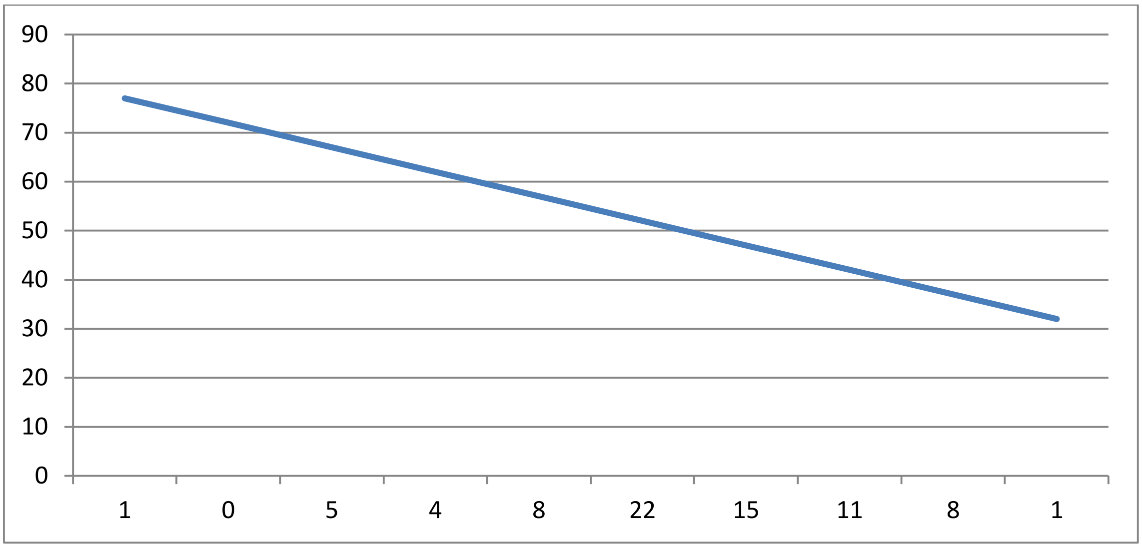
$$ni = \frac{45}{5} + 1 = 9 + 1 = 10$$

X	F
75 - 79	1
70 - 74	0
65 - 69	5
60 - 64	4
55 - 59	8
50 - 54	22
45 - 49	15
40 - 44	11
35 - 39	8
30 – 34	1

b.

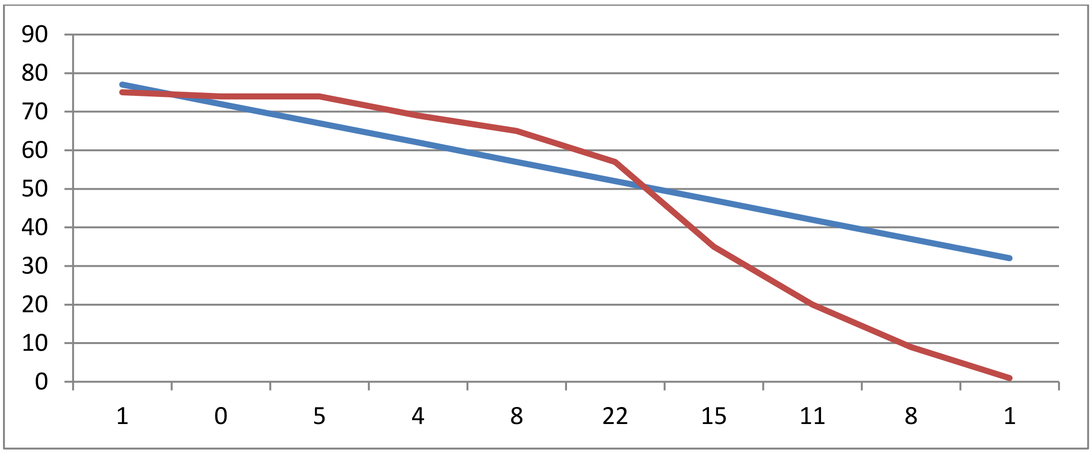
X	**f**	**Xm**
75 - 79	1	77
70 - 74	0	72
65 - 69	5	67
60 - 64	4	62
55 - 59	8	57
50 - 54	22	52
45 - 49	15	47
40 - 44	11	42
35 - 39	8	37
30 - 34	1	32





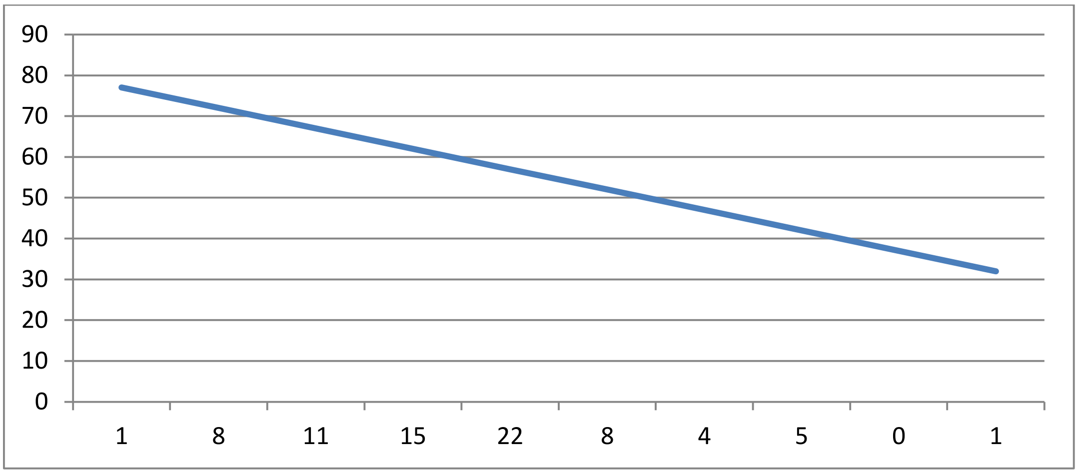
c.

x	f	Xm	Fa
75 - 79	1	77	75
70 - 74	0	72	74
65 - 69	5	67	74
60 - 64	4	62	69
55 - 59	8	57	65
50 - 54	22	52	57
45 - 49	15	47	35
40 - 44	11	42	20
35 - 39	8	37	9
30 - 34	1	32	1
	75		



e.

x	f	Xm	Fr
75 - 79	1	77	0,01
70 - 74	0	72	0
65 - 69	5	67	0,07
60 - 64	4	62	0,05
55 - 59	8	57	0,11
50 - 54	22	52	0,29
45 - 49	15	47	0,20
40 - 44	11	42	0,15
35 - 39	8	37	0,11
30 - 34	1	32	0,01
	75		1



3.10.3. Las calificaciones de la asignatura de Física de dos cursos diferentes, una vez tabuladas, se encuentran representadas en el siguiente cuadro:

x	F(A)	F(B)
18 – 20	2	2
15 - 17	4	10
12 - 14	16	2
9 - 11	8	5
6 - 8	4	14
3 - 5	3	2
	37	35

a. Representar los datos en barras compuestas.

b. Representar el porcentaje de barras compuestas.

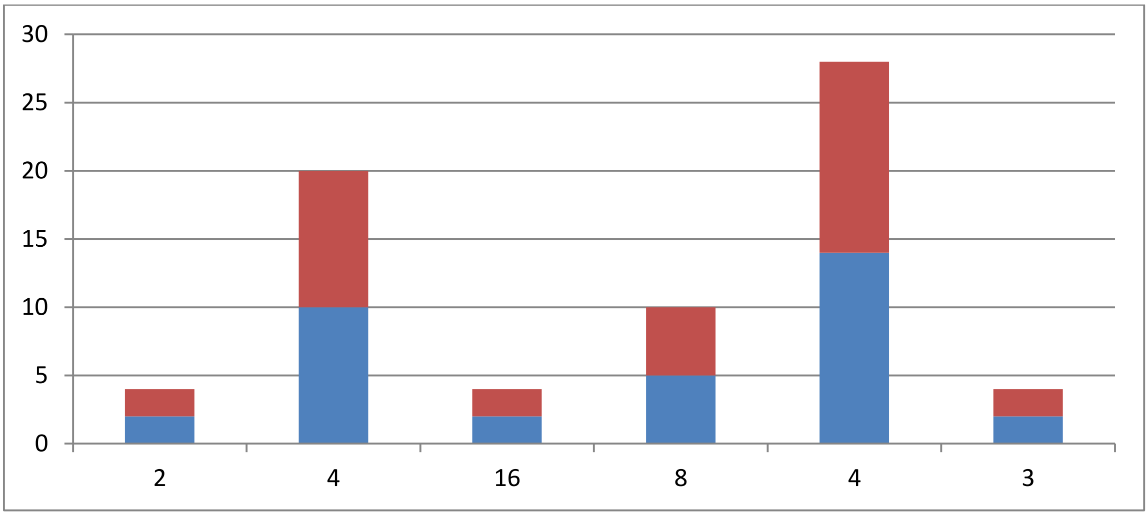
c. Construir los polígonos de frecuencia en un mismo sistema de ejes coordenados, a fin de establecer una comparación entre los cursos.

d. Trazar el diagrama de magnitud para cada curso y efectuar un análisis acerca del tipo de evaluación.

Desarrollo:

a.

x	f(A)	F(B)	Total(f)	Xm
18 - 20	2	2	4	19
15 – 17	4	10	14	16
12 - 14	16	2	18	13
9 - 11	8	5	13	10
6 - 8	4	14	18	7
3 - 5	3	2	5	4
	37	***35***		

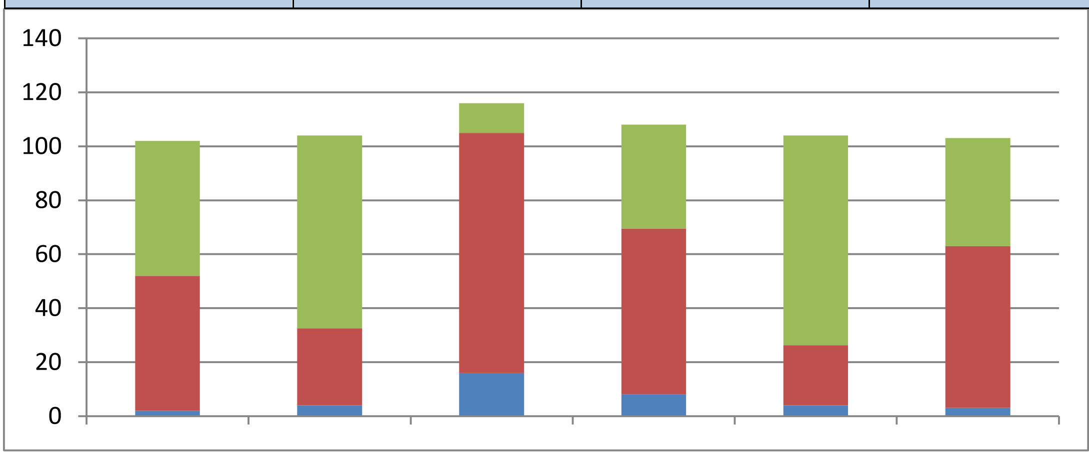


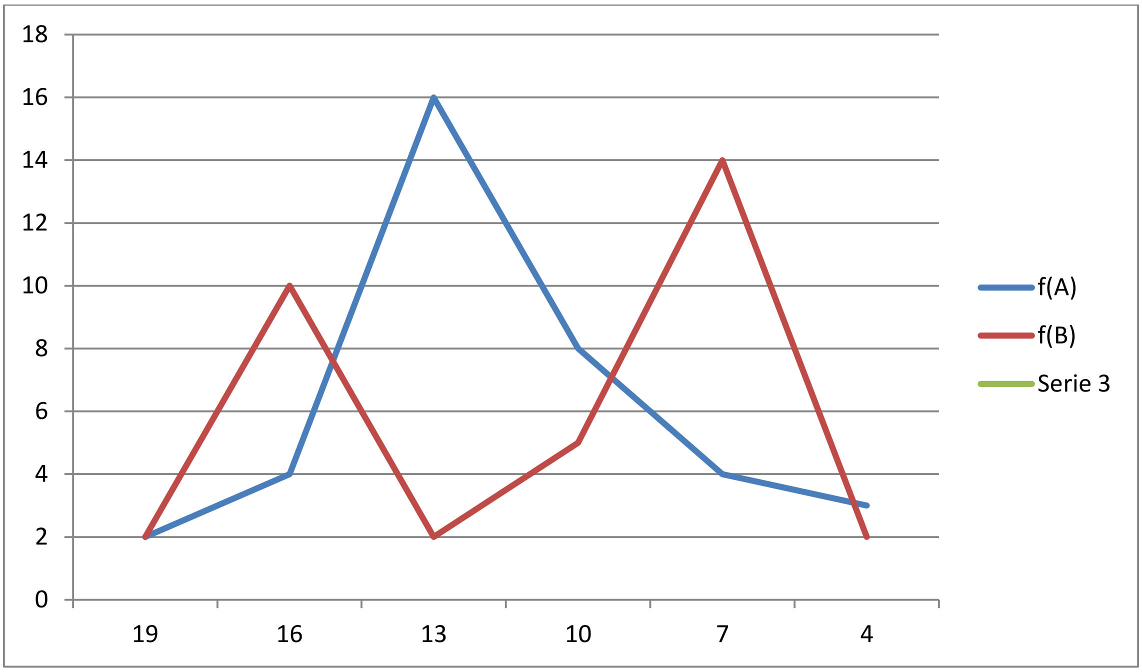
b.

x	Xm	f(A)	f(B)	Total (f)	%f (A)	% f(B)
18 - 20	19	2	2	4	50	50
15 – 17	16	4	10	14	28,57	71,43

12 - 14	13	16	2	18	88,89	11,11
9 - 11	10	8	5	13	61,54	38,46
6 - 8	7	4	14	18	22,22	77,78
3 - 5	4	3	2	5	60	40
		37	35			

x	Xm	f(A)	f(B)
18 - 20	19	2	2
15 – 17	16	4	10
12 - 14	13	16	2
9 - 11	10	8	5
6 - 8	7	4	14
3 - 5	4	3	2
		37	35



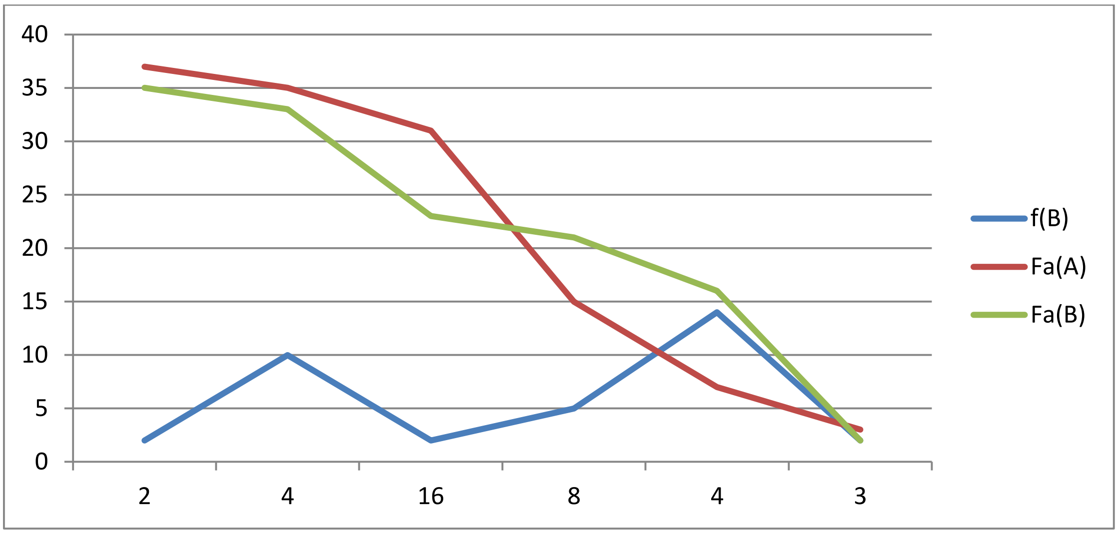


Interpretando el diagrama anterior se concluye que el curso A tiene un mejor rendimiento escolar que el curso B; además en curso B resulta ser muy heterogéneo.

También se pudo manifestar que la prueba del curso A tiende a ser normal; en cambio la prueba del curso B tiene un alto grado de dificultad para el 40% de los estudiantes.

d.

x	Xm	f(A)	f(B)	Fa(A)	Fa(B)
18 - 20	19	2	2	37	35
15 – 17	16	4	10	35	33
12 - 14	13	16	2	31	23
9 - 11	10	8	5	15	21
6 - 8	7	4	14	7	16
3 - 5	4	3	2	3	2
		37	35		



Del análisis de este diagrama apreciamos que la prueba del cursoA tiende a la normalidad, mientras tanto la prueba del curso B tiende a estar sobre la normal, deduciéndose que tiene un cierto grado de dificultad.

3.10.4. Los cinco países de mayor producción bananera del mundo para 1978 fueron:

Países	Miles de Toneladas
Brasil	6.403
India	3.853
Ecuador	2.375
Indonesia	2.352
Tailandia	1.564

Determinar el pictograma correspondiente:

Desarrollo:

Brasil: x x x x x x x

India: x x x x

Ecuador: x   x

Indonesia: x   x

Tailandia: x

3.11. EJERCICIOS PROPUESTOS

3.11.1. Las exportaciones ecuatorianas de café para el año de 1980 fueron:

1980	Kilos
Enero	6.607
Febrero	2.587
Marzo	4.389
Abril	697
Mayo	4.011
Junio	1.546
Julio	1.304
Agosto	5.155
Septiembre	8.479
Octubre	9.763
Noviembre	9.314

Representar:

a. En barras verticales.

b. En barras horizontales.

c. En un histograma.

3.11.2. El peso expresado en kilos, para un grupo de 40 personas, nos da los siguientes valores:

54   56   81   58   61   72   75   72   67   65   58   57   62   60   65

58   61   63   70   71   57   56   55   63   75   78   79   80   63   67

68   67   59   61   70   60   62   61   65   64

a. Ordenar los datos en una serie estadística de intervalo, siendo **i= 4.**

b. Obtener el polígono de frecuencia.

c. Traza la curva de magnitud.

d. Construir el diagrama de frecuencias relativas.

3.11.3. Un curso de 42 estudiantes en dos asignaturas diferentes obtienen calificaciones que están agrupadas en la siguiente tabla.

x	Estudios Sociales	Idiomas
18 – 20	4	2
15 – 17	8	6
12 – 14	16	12
9 – 11	7	10
6 – 8	4	5
3 - 5	3	7
	42	42

a. Representar los datos en barras compuestas.

b. Representar el porcentaje en barras compuestas.

c. Construir los polígonos de frecuencia en un mismo sistema de ejes coordenados, a fin de establecer un análisis e interpretación de los dos cursos.

d. Trazar la ojiva para cada curso y luego efectuar un análisis acerca del tipo de evaluación.

3.11.4. El Instituto Nacional de Estadísticas y censos ha estimado que la población del Ecuador a junio de 1981, está distribuida por regiones de la siguiente manera:

Regiones	F
Costa	4 382.508
Sierra	3 993.528
Oriente	259.320
Galápagos	8.644

a. Construir el diagrama de sectores.

b. Determinar el pictograma correspondiente

3.11.5. En la cordillera occidental y oriental de nuestro callejón interandino se destacan las siguientes elevaciones.

Elevaciones	Altura
Chimborazo	6.267 metros
Cotopaxi	5.897 metros
Cayambe	5.790 metros
Antisana	5.704 metros
Illiniza	5.265 metros

Obtener:

a. El diagrama de barras verticales.

b. El cartograma.

3.11.6. La estatura en centímetros registrada por dos cursos diferentes son las siguientes:

x	F(A)	F(B)

176	1	2
175	2	1
174	2	1
173	1	1
172	3	2
171	3	1
170	1	5
169	6	2
168	1	1
167	2	1
166	1	2
165	2	1
164	1	1
	26	21

Determinar:

a. El gráfico de barras compuestas.

b. Construya el gráfico de porcentaje de barras compuestas.

c. Obtenga los polígonos de frecuencia en el mismo sistema de ejes coordenados.

d. Mediante el diagrama de magnitud, interprete en cuál de los dos cursos tienen los estudiantes una estatura aproximada a la normal.

3.11.7. Para averiguar el costo del alquiler en sucres de la vivienda en la provincia de Loja en 1980, se tomó la muestra de 156 personas, distribuidas en la siguiente tabla de frecuencias:

x	F
10.500 – 12.000	4
8.500 – 10.000	10
6.500 – 8.000	14
4.500 – 6.000	45
2.500 – 4.000	65
500 – 2.000	18
	156

Representar los datos:

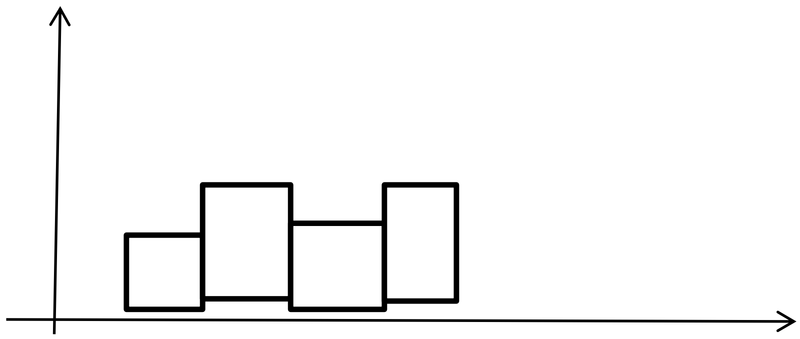
a. En un histograma.

b. En un diagrama de sectores.

3.12. REVISÍON

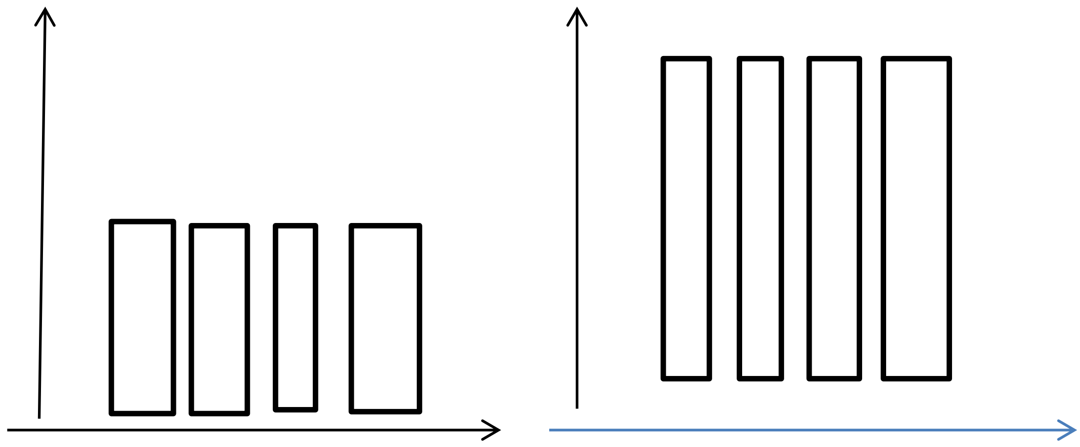
3.12.1. El sistema de coordenadas rectangulares lo utilizamos para la representación ______________ y para la representación estadística utilizamos el _____________cuadrante.

3.12.2. La siguiente representación gráfica se denomina ___________

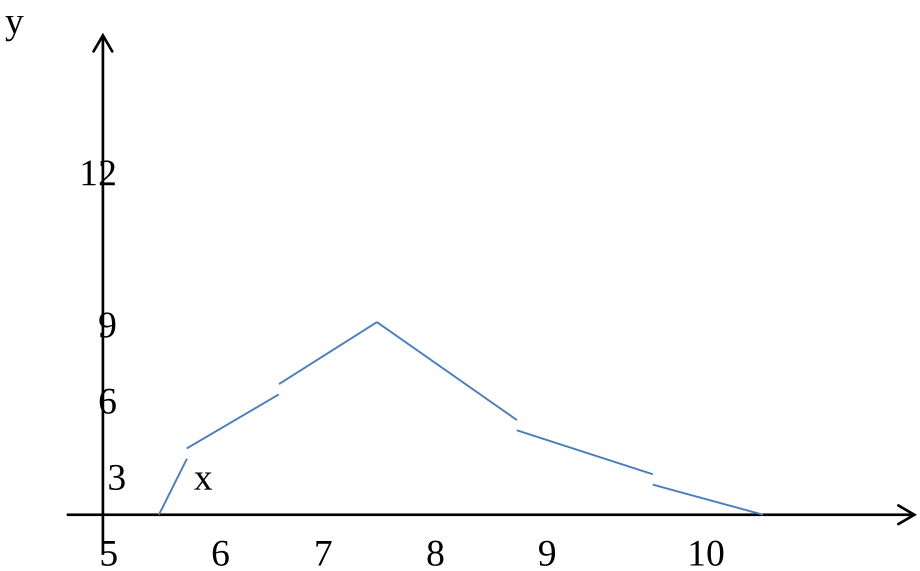


3.12.3. El polígono de frecuencia es un diagrama de______________

3.12.4. ¿Con que nombre identifica usted a los siguientes gráficos?:



3.12.5. El siguiente grafico representa los resultados de una prueba calificada sobre una escala de 20 puntos; según lo cual esta prueba resulto ser ____________



3.12.6. El grafico que no obtiene al representar la variable y la frecuencia acumulada se llama ___________ o curva de magnitud.

3.12.7. El siguiente grafico constituye la representación de un diagrama de _______________ ___________________

3.12.8. La fórmula $A° = \frac{f\ .\ 360°}{N}$ se la aplica para la construcción del diagrama de ______________.

3.12.9. El diagrama en espiral se utiliza para representar la variación __________ de un fenómeno.

3.12.10. Mediante signos o figuras convenientes se puede representar un fenómeno; este grafico se llama ____________.

3.13. AUTOEVALUACIÓN

Las preguntas que aparecen a continuación le permitirán autoevaluarse, de acuerdo a los objetivos que hemos propuesto para esta Unidad.

Lea con atención las siguientes preguntas y señale con una equis (x) la respuesta correcta. Compare su respuesta con las que aparecen al final de este libro.

3.13.1 El sistema que consta de dos ejes perpendiculares que se cortan en un punto común O, se denominan:

a. Sistema de coordenadas lineales.

b. Sistema de coordenadas rectangulares.

c. Sistema de ordenadas.

d. Sistema de ejes polares.

3.13.2. El eje OX, o eje horizontal, se llama eje de las abscisas y el eje OY, es de las:

a. Coordenadas.

b. Variables.

c. Ordenadas.

d. Unidades positivas.

3.13.3. Un par de números reales dados en un orden determinado siempre representan:

a. Una magnitud.

b. Una curva.
c. Una recta.
d. Un punto.

3.13.4. Las representaciones graficas se utilizan cuando:

a. Se requiere representar exactamente ciertas cifras numéricas.
b. No se puede condensar los datos en un cuadro.
c. Queremos dar una visión clara y rápida acerca de los datos.
d. Ninguna de las apreciaciones anteriores se cumple.

3.13.5. Para construir un diagrama de barras verticales colocamos los valores de la variable en el eje de las abscisas y en el eje de las ordenadas se ubican:

a. Los intervalos.
b. Las frecuencias.
c. Las frecuencias acumuladas.
d. Los puntos medios.

3.13.6. En los diagramas de barras:

a. No se requiere el uso de ninguna escala.
b. Están pueden tener distinto ancho.
c. La distancia entre las barras tiene que ser constante.
d. Estás nunca deben ir separadas.

3.13.7. Si contamos con una serie de datos que se refieren a los colegios de la ciudad de Loja, y en ella se hace mención al número de alumnos distribuidos de acuerdo al sexo, nos interesa comparar los distintos colegios y la variación que existe entre el número de hombres y mujeres. ¿Cuál de los diagramas considera usted que es el más adecuado para esta serie?:

a. Barras verticales.
b. Barras compuestas.

c. Pictogramas.

d. Ninguno de los anteriores.

3.13.8. El diagrama de barras compuestas se utiliza:

a. Para representar dos series de datos y poder realizar comparaciones.

b. Para representar solo series con datos geográficos.

c. Para comparar cantidades o porcentajes de la misma serie.

d. Para representar datos en los cuales no se puede utilizar el diagrama.

3.13.9. En un histograma, los valores representados en el eje horizontal correspondientes:

a. Las frecuencias.

b. La amplitud de la variable.

c. Los limites reales de clase.

d. Los puntos medios de los intervalos de clase.

3.13.10. Para construir el polígono de frecuencia colocamos en el eje horizontal los puntos medios de cada clase y en el eje vertical colocamos:

a. Las variables cuantitativas.

b. Los porcentajes de la variable.

c. Las frecuencias.

d. Las frecuencias acumuladas.

3.13.11. Los gráficos lineales siempre se usan para representar.

a. Datos geográficos.

b. Serie cualitativas.

c. La amplitud de una serie.

d. De preferencias series cuantitativas.

3.13.12. Un diagrama lineal, que está formado por una distribución de frecuencias, se llama también:

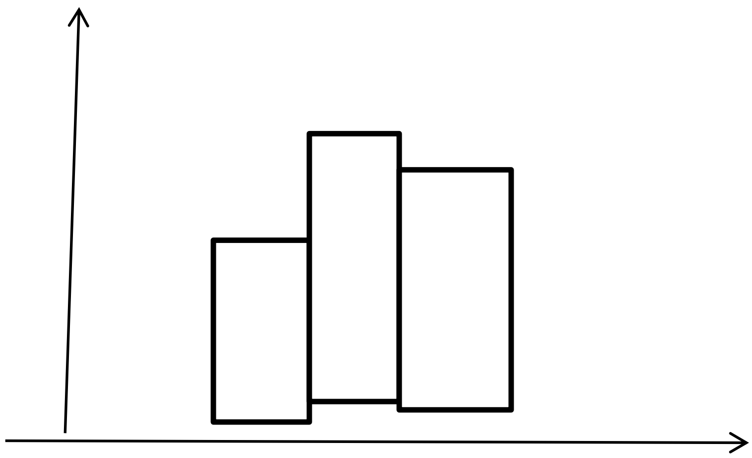
a. Curva de frecuencias.

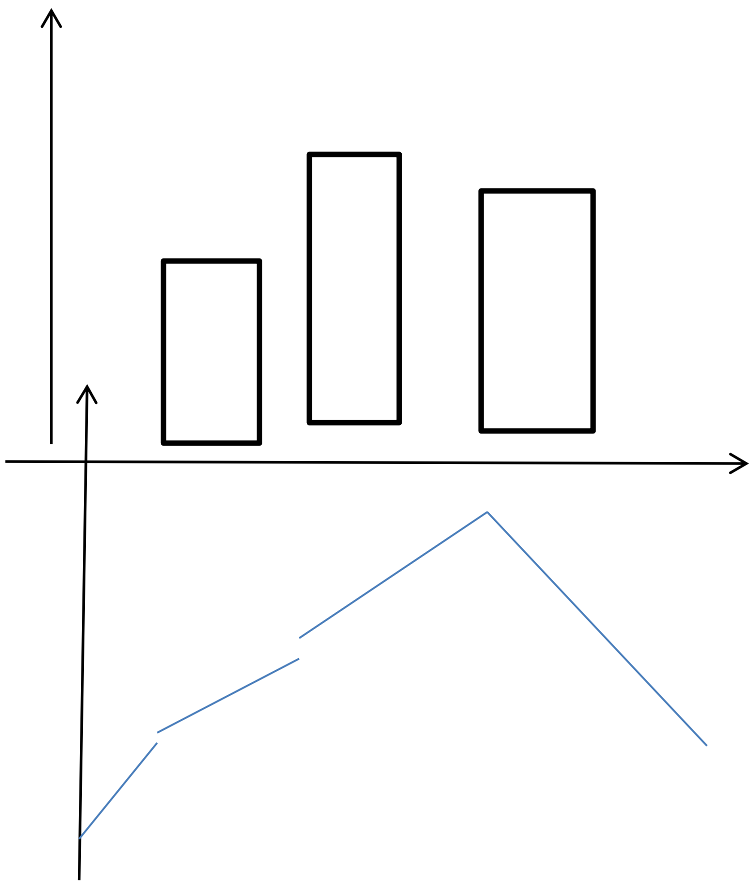
b. Diagrama de frecuencias.

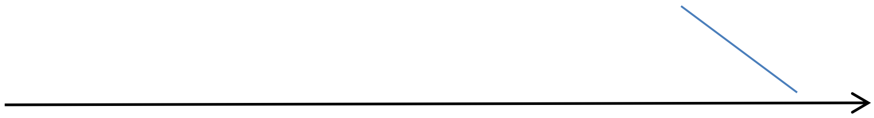
c. Polígono de frecuencias.

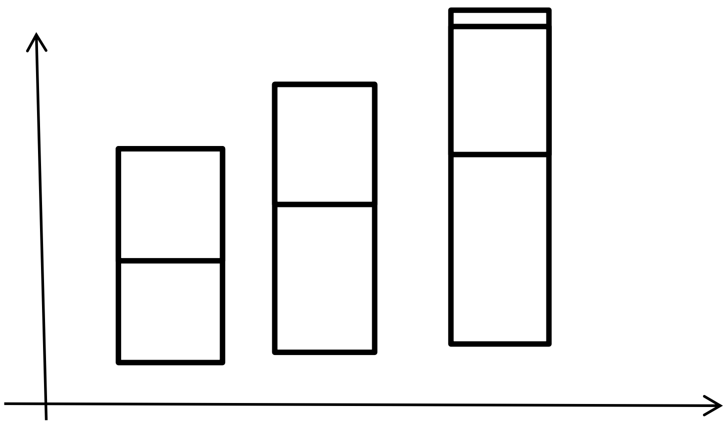
d. Ojiva.

3.13.13. ¿Cuál de los siguientes gráficos es un histograma?:









3.13.14. En un diagrama de sectores es recomendable que:

a. Se calcule el radio de la circunferencia.

b. La localización de las partes se inicie a partir del semieje positivo de las x, y siguiendo un sentido contrario a la rotación de las manecillas del reloj.

c. Se anote dentro de los sectores del número de grados.

d. Se anote las frecuencias de cada categoría y se distribuyen los 360 grados de circunferencia de acuerdo a las frecuencias.

3.13.15 En los pictogramas utilizamos:

a. Símbolo de cualesquier índole.

b. El sistema de coordenadas.

c. signos o figuras que atraigan la atención y muy parecidos a lo que se quiere representar.

d. símbolos geográficos.

3.13.16. Los diagramas en espiral denotan una expansión constante y se usan cuando los datos son:

a. Cuantitativos.

b. De tiempo.

c. Cualitativos.

d. Geográficos.

Verifique las respuestas de la AUTOEVALUACION en la página339.

TERCERA UNIDAD

EJERCICIO N° 1

1. Escriba una síntesis acerca de la finalidad de las gráficas y de sus sistemas de representación.
2. Represente en el sistema de coordenadas rectangulares los puntos que corresponden a los siguientes pares ordenados:

P1(2,5); P2(-3,4); P3(-4,-4); P4(5,-4); P5(0,3)

3. Con la ayuda del siguiente cuadro estadístico construya un histograma.

X	**F**
60 – 64	7
55 – 59	10
50 – 54	12
45 – 49	10
40 – 44	7
35 - 39	5

ASERORÍA:

Toda representación gráfica debe realizarla en una hoja de papel milimetrado.

Aplique correctamente las normas que se recomiendan para la construcción de gráficas, poniendo especial cuidado en la buena presentación y en la precisión de los trazos.

4. Construya el polígono de frecuencia con los datos que se registran en el siguiente cuadro estadístico:

X	**f**
155	3
154	6
153	10
152	15
151	12
150	9
149	8
148	5

5. Construya el grafico de frecuencias acumuladas o curva de magnitud, con los datos que se encuentran en el siguiente cuadro:

x	F
38 – 42	2
33 – 37	7
28 – 32	9
23 – 27	15
18 – 22	12
13 – 17	8
0 - 12	6

6. Construya el grafico de barras horizontales para la sigue serie de datos que representan la población estudiantil de un colegio distribuida por año lectivos.

Años lectivos	Número de alumnos
1990 – 1991	1.200
1992 – 1993	1.500
1993 – 1994	1.650
1994 - 1995	1.800
1995 - 1996	2.200
1996 - 1997	2.400
1997 - 1998	2.700
1998 - 1999	2.800
1999 -2000	2.900
2000 -2001	3.000

ASESORÍA:

Para la construcción de este gráfico, usted debe ubicar las frecuencias en el eje de las abscisas y en el eje de las ordenadas los datos correspondientes a la variable.

7. Represente en gráfico de barras compuestas los datos del siguiente cuadro estadístico:

Edades	**F1**	**F2**
25 – 27	5	3
28 - 30	12	15
31 - 33	14	20
34 - 36	18	15
37 - 39	10	9
40 - 42	7	6

8. Represente en un diagrama de porcentaje de barras compuestas los datos que constan en el siguiente cuadro.

Calificaciones	Segundo Curso	Tercer curso
18 - 20	9	6
15 - 17	15	16
12 - 14	10	12
9 - 11	7	6
6 - 8	4	2

9. Construya un gráfico circular o diagrama de sectores para los datos que observa en el siguiente cuadro estadístico.

Años lectivos	Frecuencia
Sexto año	200
Séptimo año	180
Octavo año	250
Noveno año	240
Décimo año	230

10. Construya un ejemplo de CARTOGRAMA y otro de PICTOGRAMA.

ASESORIA:

CARTOGRAMAS.- Son representaciones de áreas geográficas, utilizando para ello escalas determinadas y datos estadísticos generales.

PICTOGRAMAS.- Son ciertas figuras utilizadas para representar datos estadísticos, en una forma que llame la atención.

Muchos de estos gráficos nos muestran gran originalidad de ingenio en su representación.

EJERCICIO N° 2

1. Represente en el sistema de coordenadas rectangulares o cartesiano, los puntos que corresponden a los siguientes pares ordenados:

P1(4,3); P2(-3,-6); P3(0,5); P4(-4,0); P5(7,-2)

2. El siguiente cuadro estadístico contiene el peso de un grupo de personas, construya un histograma.

X	f
70 - 74	7
65 - 69	10
60 - 64	18
55 - 59	15
50 - 54	11
45 - 49	9
40 – 44	2

3. Las calificaciones de Estadística correspondientes a un curso de un colegio se encuentran ordenadas en la siguiente tabla.

X	f
17 – 20	9
13 – 16	15
9 – 12	8
5 – 8	2
1 - 4	1

Trazar el polígono de frecuencia.

4. Construir el gráfico de la frecuencia acumulada u ojiva, con los datos que se encuentran en el siguiente cuadro.

X	f
20	7
19	10
18	16
17	14
16	8
15	5
14	3
13	1

5. Represente mediante un gráfico de barras verticales el número de alumnos de un colegio.

Años lectivos	Número de alumnos
1995 - 1996	1.200
1996 - 1997	1.350
1997 - 1998	1.500
1998 - 1999	1.800
1999 - 2000	2.100
2000 - 2001	2.400

ASESORIA:

Para la construcción de este grafico usted debe ubicar las frecuencias en el eje de las ordenadas (eje OY).

El eje horizontal o de las abscisas sirve como base de los rectángulos y en él deben constar los datos de la variable.

6. Construya un gráfico de barras compuestas para los datos que hacemos constar en el siguiente cuadro:

Peso	F1	F2
70 70	5	6
69	12	14
68	16	15
67	20	18
66	15	16
65	13	15
64	9	10
63	8	9
62	4	6
61	2	3
60	1	1

7. Trazar el diagrama de porcentaje de barras compuestas para los siguientes datos:

Colegios	Año lectivo 1999 - 2000	Año lectivo 2000 - 2001
A	1.200	1.350
B	1.750	1.900
C	2.000	2.100
D	2.600	2.800
E	2.800	3.000

ASESORIA:

Al construir el diagrama de porcentaje de barras compuestas, debe tener presente que las barras tengan la misma altura, esto es que equivalgan al 100 por ciento.

8. Con la información que encuentra en el siguiente cuadro, construya el gráfico circular o diagrama de sectores correspondientes.

Cursos y años	f
Octavo año	750
Noveno año	1.000
Décimo año	1.400
Primer curso	1.500
Segundo curso	1.200
Tercer curso	900

9. Construya un ejemplo de CARTOGRAMA.

ASESORIA:

CARTOGRAMA.- Es un mapa en el cual se hacen constar diferentes datos, utilizando para ella diversas figuras i símbolos que se relacionen con el fenómeno que se quiere investigar.

AUTOEVALUACION 2

1. Cuál de los siguientes es un gráfico lineal?

a. Pictograma.

b. Histograma.

c. Polígono de frecuencia.

d. Ninguno de los anteriores.

2. El siguiente cuadro contiene calificaciones de la asignatura de matemáticas ordenadas en una serie estadística de frecuencias.

Construir un polígono de frecuencias.

X	f
18	5
17	12
16	8
15	5
14	3
13	2
12	1

3. Construya el histograma correspondiente a los siguientes datos.

X	f

50 – 54	8
45 – 49	10
40 – 44	14
35 – 39	20
30 - 34	25

4. El siguiente cuadro contiene el total de la población de sesenta y cinco años de edad y más en los años 2000 y 2050.

Construya el gráfico de barras compuestas.

Países	2000	2050
Alemania	17,1	24,5
Austria	14,9	21,7
España	14,4	22,9
E.U.A.	12,5	19,3
Francia	15,3	22,3
Italia	15,3	22,6
Reino Unido	14,5	28,7
Suecia	16,6	21,4

5. En el siguiente cuadro usted encuentra el peso de un grupo de personas.

Construya la curva de magnitud y el diagrama de frecuencias relativas.

X	f
55 – 59	5
50 – 54	8

45 – 49 40 – 44 35 – 39 30 – 34	20 12 7 3

6. Las calificaciones de las asignaturas de Estadística de dos cursos se encuentran en el siguiente cuadro:

Representar el porcentaje de barras compuestas.

X	F(A)	F(B)
18 – 20 15 – 17 12 – 14 9 – 11 6 – 8	5 12 10 6 3	3 10 12 8 1

7. Los siguientes datos representan en número de visitantes en el año de 1996 a diversos países de América.

Representarlos en un diagrama de sectores.

Destino	Visitantes (miles)
E.U.A. México	44.791 21.428

Canadá	17.386
Argentina	4.286
Puerto Rico	3.065
Perú	515
Ecuador	500

8. Fenómenos que están en íntima relación con el tiempo que representan gráficamente por medio de un:

a. Diagrama de sectores

b. Diagrama en espiral

c. Pictograma

d. Cartograma

9. En un diagrama de sectores los 360 grados del ángulo central del círculo se distribuyen utilizando la fórmula siguiente:

a. $\frac{360°}{N}$

b. $\frac{f.360°}{N}$

c. $\frac{f.100}{N}$

d. Ninguna de las anteriores.

10. Cuál de los siguientes es un gráfico de superficie?

a. Curva de magnitud

b. Barras compuestas

c. Polígono de frecuencia

d. Pictograma

11. Las frecuencias relativas las podemos representar gráficamente utilizando un diagrama:

a. Lineal

b. De superficie

c. Libre

d. Ninguno de los gráficos anteriores

12. El diagrama en espiral se utiliza para representar:

a. Dos series de datos

b. Sólo series con datos geográficos

c. Los porcentajes de la variable.

d. Una variación expansiva de un fenómeno.

Verifique las respuestas de la AUTOEVALUACION 2 e la página 340.

Lectura Recomendada

Importancia y utilidad de los gráficos como medio de presentación de datos

Los gráficos constituyen uno de los medios de uso más difundidos para la presentación y el análisis de la información estadística. Esto se debe al hecho comprobado que de las ideas presentadas gráficamente son entendidas con mayor rapidez y comodidad que las explicaciones numéricas y verbales. También descansa en la observación de que, comúnmente, un lector que se salta un cuadro o una explicación detallada no hace lo mismo con un gráfico atractivo y bien construido, sino que se le despierta inmediatamente un interés por estudiarlo, hacer comparaciones y sacar deducciones.

El gráfico no da una expresión más exacta de las cifras, sino que permite una visión más clara y rápida acerca de lo que presentan los datos, ahorrando al lector el esfuerzo y el tiempo que quería analizar un cuadro. Presenta mejor una idea general, a expensas de los detalles.

Los gráficos son más atractivos que los cuadros y más adecuados, cuando las cifras deben ser interpretadas por personas no especializadas en el asunto. Tienen, sin embargo, ciertas limitaciones que es conveniente mencionar:

a. En ellos no se puede incluir tanta información como en los cuadros. Sólo se puede presentar a la vez una cantidad limitada de datos, ya que demasiada información y/o la variedad en ella, conspiran contra la utilidad del gráfico.

b. Dan valores aproximados, mientras que los cuadros permiten incluir la información con toda exactitud.

La presentación tabular y el gráfico no son competidores, sino más bien elementos que se complementan. Los gráficos deben agregarse a los cuadros de distribuciones de frecuencias para llamar la atención y despertar el interés por los datos que se presentan, así como para reforzar argumentaciones o conclusiones a que se haya llegado. Como un principio muy conveniente, debe adoptarse el que en ningún caso puede considerarse que el gráfico sustituye a la presentación tabular. La tendencia, de algunas personas, de presentar gráficos omitiendo los cuadros o distribuciones de frecuencias que contienen la información básica, debe ser evitada y combatida por inconveniente y por limitar la calidad y utilidad de las publicaciones y estudios. Sólo en casos de verdadera excepción, como cuando se trata de propaganda o de artículos meramente divulgativos, podría aceptarse la práctica comentada.

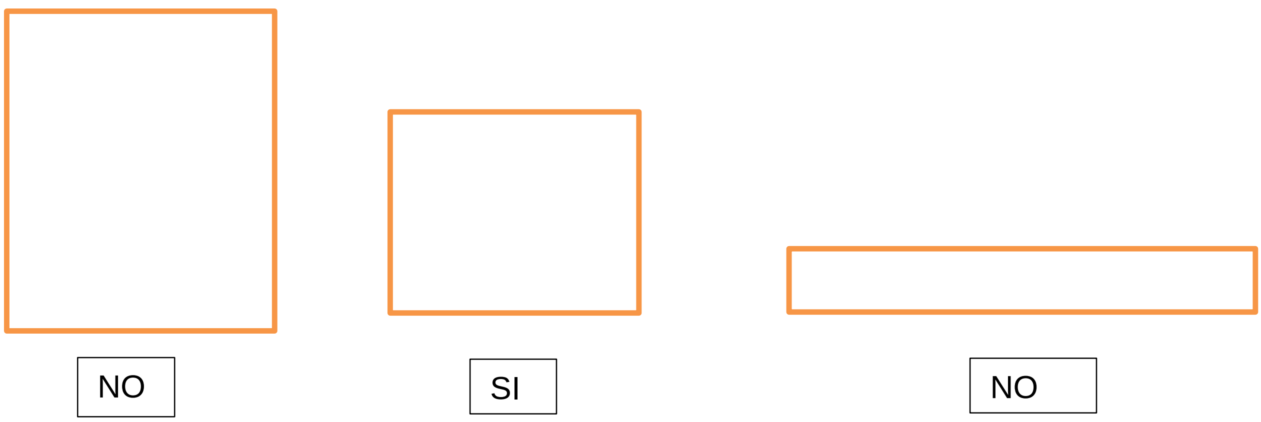
Características deseables en los gráficos

Un gráfico es un instrumento que tiene por objeto presentar datos numéricos por medio de magnitudes geométricas, es decir, a través de longitudes, anchuras, áreas, pendientes, volúmenes, etc. Como su propósito es el que las ideas o comparaciones entren por la vista, evidentemente debe procurarse que los gráficos sean construidos de tal manera que existan factores que exageren o amortigüen las tendencias.

Se pueden servir de guía para construir un gráfico atractivo y adecuado y que, a la vez, protegen contra la posibilidad de una interpretación inadecuada por parte del lector. Algunos de esos principios son esencialmente los mismos que se comentaron cuando se discutió la construcción de cuadros. Seguidamente hace referencia a las reglas básicas que rigen en la construcción de los gráficos.

a. El gráfico debe tener un tamaño adecuado, es decir, no debe ser ni muy ancho ni excesivamente alto. Como regla general puede adoptarse la que la relación entre la base y la altura sea de 1,5 a 1,0, o sea, que si la base de un cuadro es de 15 centímetros, su altura debe ser alrededor de 10 centímetros.

También debe colocarse centrado en la página o en el espacio del papel donde aparezca.



b. Debe explicarse por sí mismo. Para eso tiene que contar con título, leyenda, símbolos, escalas y fuentes. Además, si incluye información correspondiente a dos o más serie de datos, éstas deben aparecer claramente diferenciadas. El título corrientemente se coloca en la parte inferior del gráfico, pero también puede ir en la parte superior.

c. No se deben incluir muchas series de datos, porque eso puede hacer el gráfico confuso o incomprensible.

d. Las escalas no deben desfigurar los hechos o relaciones que se quieren mostrar. Sobre todo se debe tener especial cuidado en indicar, cuando sea necesario, la base cero en la escala vertical que se sirva como punto de referencia. Además, debe señalarse claramente si la escala ha sido cortada.

e. Debe ser sencillo, cómodo de interpretar y adecuado al tipo de información que se tiene. Debe tratarse siempre se seleccionar el gráfico más adecuado para el tipo de información que se quiere representar y para el fin que se persigue. En igualdad de condiciones, la selección debe ser siempre el grafico más sencillo y de interpretación más fácil; en otras palabras, el que imponga menos exigencias al lector.

(TOMADO DE ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

DE MIGUEL GÓMEZ BARRANTES,

PÁGINAS 227, 228, 229 Y 230)

4ta.

UNIDAD

Medidas de tendencia central

Cuarta unidad
Medidas de tendencia central
Contenidos

Objetivos específicos

- Al terminar el estudio de esta unidad usted estará incapacidad de
- Dar la definición de medidas de tendencia central y señalar su clasificación
- Definir las diversas medidas de tendencia central
- Calcular la media aritmética mediana modo media geométrica y media armónica de una serie estadística
- Calcular la media aritmética mediana y moda de una serie estadística de frecuencia
- Calcular la media aritmética mediana y moda de una seria estadística de intervalos
- Representar gráficamente la media aritmética mediana y modo Señalar la ubicación y calcular los cuartiles deciles sentíles de una serie de frecuencias y de una serie de intervalos
- Señalar la relación que existe entre cuartil es deshiles y sentíles
- Distinguir las propiedades y aplicaciones de las medias de tendencia central

Para el logro de estos objetivos usted debe:

- Contestar la autoevaluación que le ofrecemos al final de esta unidad con un nivel de eficiencia equivalente al 100%
- Desarrollar la revisión comprobando sus respuestas
- Resolver los ejercicios propuestos.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Las medidas de tendencia central o medidas de posición central, son aquellos valores promedios hacia los cuales tienden a acercarse o alejarse los demás valores que integran una serie.

Siendo los promedios valores representativo de una serie, consideramos a la media aritmética, mediana, modo y medida geométrica como las medidas más comunes, cada una de las cuales tiene sus propiedades y aplicaciones correspondientes.

MEDIA ARITMETICA

La media aritmética o término medio es la suma de varios valores dividida por el número de ellos.

La media aritmética, por definición, construye una medida de concentración, siendo por otro lado el valor más representativo de la serie.

EL SIGNO SUMATORIO

Es la letra griega mayúscula llamada sigma, $\sum$ y significa suma.

Así por ejemplo:

La suma de los 25 primeros números pares, 2+4+6+…+50, se puede expresar abreviadamente así:

$$\sum_{I=2}^{50} i$$

Esta exprecios se lee:

Suma desde I=2 hasta 50

Si a los resultados de n observaciones los llamamos X1,X2,X3,….Xn, la suma de todos ellos se expresara:

$$X1+X2+X3+\ldots Xn=\sum_{I=1}^{n} i$$

En la que ∑i representa el valor de todas las n observaciones, de modo que el subíndice i toma los valores 1,2,3,4,…n, o sea desde 1 hasta n inclusive, los mismos que se escriben debajo y encima de la letra ∑.

Series estadísticas como las siguientes:

Peso en kilos 47,45,43,40,37

Estaturas en centímetros 170, 160, 160, 150, 150,140

Edad en años 22,20,18,17,16

Están compuestas por un conjunto de valores en las cuales se aprecia la ausencia de frecuencias.

Para obtener la media aritmética de una serie estadística, se utiliza la siguiente formula:

$$\dot{X} = \frac{\sum x}{N}$$

Por ejemplo

a. Determinar la media aritmética de los pesos expresados de un grupo de estudiantes cuyos valores son los siguientes 47,45,43,40,37

Mediante la aplicación de la fórmula:

$$\dot{X} = \frac{\sum x}{N}$$

Se tiene: $\dot{X} = \frac{47+45+43+40+37}{5} = \frac{212}{5} = 42.4$ kg

Valor que constituye el peso medio del grupo de estudiantes

b. La estatura en centímetros de grupo de personas es: 170,160,160,150,150,140. Calcular la media aritmética

Si $\dot{X} = \frac{\sum x}{N}$

Entonces:

Estatura en cm (x)
170
160
160
150
150
$\sum x = 930$

$\dot{X} = 930 \div 6 = 155$ cm, que es la estatura promedio del grupo de persona.

MEDIA ARITMETICA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE FRECUENCIA

Para la obtención de la media aritmética de una serie estadística de frecuencia, multiplicamos la variable por la frecuencia respectiva, luego encontramos la suma de todos estos productos y dividimos por el número de casos.

Este proceso descriptivo lo podemos sintetizar en la formula

$$\dot{X} = \sum x.f$$

N

En donde

Ẋ=media aritmética

∑x.f=sumatoria del producto de la

variable por la frecuencia

N= número de casos

Media aritmética=suma de producto de la variable por la frecuencia

Número de casos

Ejemplos:

a. Los datos del cuadro estadístico siguiente corresponden a estaturas en centímetros de 25 personas.

x	F
167	2
166	2
165	2
164	3
163	4
162	3
161	4
160	4
159	1
	25

Calcular la media aritmética.

X	f	x.f
167	2	334
166	2	332
165	2	330
164	3	492
163	4	652
162	3	486
161	4	644
160	4	640
159	4	159
	25	4.069

Entonces Ẋ=4.069 =167.76 cm, que es la estatura promedio de las 25 personas

25

b. Los datos de una encuesta aplica a estudiantes de una especialidad técnica, en relación al número de hermanos, una vez tabulados quedan así:

X	f
12	1
11	2
10	0
9	7
8	8
6	7
5	14
4	16
3	10
2	10
1	3
79	

Determinar la media aritmética

Desarrollo:

X	f	x.f
12	1	12
11	2	22
10	0	0
9	1	9
8	7	56
7	8	56
6	7	42
5	14	70
4	16	64
3	10	30
2	10	20
1	3	3
	79	384

Si $\dot{X} = \frac{\sum x.f}{N} = \frac{384}{79} = 4{,}86$

MEDIA ARITMETICA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE INTERVALOS

PRIMER METODO: A este método lo podemos sintetizar así:

1. Obtenemos los puntos medios de toda la serie
2. Multiplicamos las frecuencias por los puntos medios respectivos
3. Sumamos todos los productos de las frecuencias por los puntos medios
4. Dividimos la suma anteriores obtenida por el número de elementos de la serie

El procedimiento descrito se puede concretar en la siguiente formula

$$\dot{X} = \frac{\sum f.Xm}{N}$$

$$\text{Media aritmética} = \frac{\text{suma de los productos de las frecuencias por los puntos medios}}{\text{Numero de elementos}}$$

Ejemplos:

a. Si la edad de los productos de los colegios del cantón Loja en el año 1978 fue:

X	f
21-25	83
26-30	191
31-35	99
36-40	67
41-45	41
46-50	27
51-55	16
56-60	7
61-65	4
	535

Calcular la media aritmética:

Desarrollo

x	f	Xm	f.Xm
21-25	83	23	1.909
26-30	191	28	5.348
31-35	99	33	3.267
36-40	67	38	2.546
41-45	41	43	1.763
46-50	27	48	1.296
51-55	16	53	848
55-60	7	58	406
61-65	4	63	252
	535		17.635

N= 535, es decir que la suma de Las frecuencias es el número total de casos o de individuos

Entonces $\dot{X}$=17.635/535=32,963= 32,96 años

Hemos obtenido 32,96 años como la edad promedia de los 535 profesores del cantón Loja

b. El ingreso mensual neto de los padres de familia de un colegio de la ciudad de Loja es:

X	f
16.501-18.000	41
15.001-16.500	13
13.501-15.000	8
12.001-13.500	14
10.501-12.000	33
9.001-10.500	48
7.501-9.000	58
6.001-7.500	76
4.501-6.000	228
3.001-4.500	258
1.501-3.000	354
1-1.500	247
	1.378

Entonces $\dot{X}$=6,182.198/1.378=4.486.349=4.486.35

Este es el sueldo promedio mensual de los 1.378 padres de familia que fueron encuestados

Segundo método: para encontrar la media aritmética por este método, observaremos el siguiente procedimiento:

1. Determinamos los puntos medios.
2. Suponemos un punto medio, de preferencia aquel que tenga mayor frecuencia (Xms).
3. Establecemos las diferencias (u) entre los puntos medios y el punto medio supuesto, dividiendo luego cada diferencia por el ancho del intervalo.
   $U=Xm-Xms/i$

4. Multiplicamos algebraicamente cada una de las frecuencias por sus correspondientes diferencias.
5. Sumamos algebraicamente todos los productos de las frecuencias por las deferencias.

El procedimiento antes enunciado lo podemos traducir en la siguiente forma

$\dot{X}=Xms+\sum f.u\ /N\ \ .i$

De donde:

$\dot{X}$=media aritmética

Xms=punto medio supuesto

$\sum f.u$= sumatoria del producto de las frecuencias por las diferencias

I= ancho del intervalo

N= número de casos

$\dot{X}$=punto medio supuesto suma de frecuencias. Diferencias / número de casos. ancho del intervalo

Ejemplos:

a. Si la edad de los profesores de los colegios del cantón Loja en el año de 1978, fue

X	f
21-25	83
26-30	191
31-35	99
36-40	67
41-45	41
46-50	27
50-55	16
56-60	7
61-65	4
	535

Determinar la media aritmética

Desarrollo

X	f	Xm	Xms	u	f.u
21-25	83	23		-1	-83
26-30	191	28	28	0	0
31-35	99	33		1	99
36-40	67	38		2	134
41-45	41	43		3	123
46-50	27	48		4	108
50-55	16	53		5	80
56-60	7	58		6	42
61-65	4	63		7	28
	535				531

Si $u=Xm-Xms/i$

$U=23-28/5$

$U=-5/5=-1$

$U=28-28/5$

$U=0/5=0$

Etc…

Del cuadro estadístico anterior obtenemos

$Xms=28$

$\sum f.u=531$

$I=5$

$N=535$

Si $\dot{X}=Xms+\sum f.u/N\ .i$

Entonces

$\dot{X}= 28+531/535\ .5$

$\dot{X}=28+2.655/535$

$\dot{X}=28+4.963$

$\dot{X}=32.963=32,96$ años

b. El ingreso neto de los padres de familia de un colegio de la ciudad de Loja fue

X	f
16.501-18.000	41
15.001-16.500	13
13.501-15.000	8
12.001-13.500	14
10.501-12.000	33
9.001-10.500	48
7.501-9.000	58
6.001-7.500	76
4.501-6.000	228
3.001-4.500	258
1.501-3.000	354
1- 1.500	247

1.378

Calcular la media aritmética desarrollo:

X	f	Xm	Xms	u	f.u
16.501-18.000	41	17.250.50		10	410
15.001-16.500	13	15.750.50		9	117
13.501-15.000	8	14.250.50		8	64
12.001-13.500	14	12.750.50		7	98
10.501-12.000	33	11.250.50		6	198
9.001-10.500	48	9.750.50		5	240
7.501-9.000	58	8.250.50		4	232
6.001-7.500	76	6.750.50		3	228
4.501-6.000	228	5.250.50		2	456
3.001-4.500	258	3.750.50		1	258
1.501-3.000	354	2.250.50	2.250.50	0	0
1- 1.500	247	750.50		-1	-247
	1.378				2.054

Del cuadro estadístico anterior deducimos que

Xms=2.250.50

∑f.u=2.050

I=1.500

N=1.378

Entonces

Ẋ=2.250.50+2.054/1.378 .1.500

Ẋ =2.250.50+3.081.000/1.378

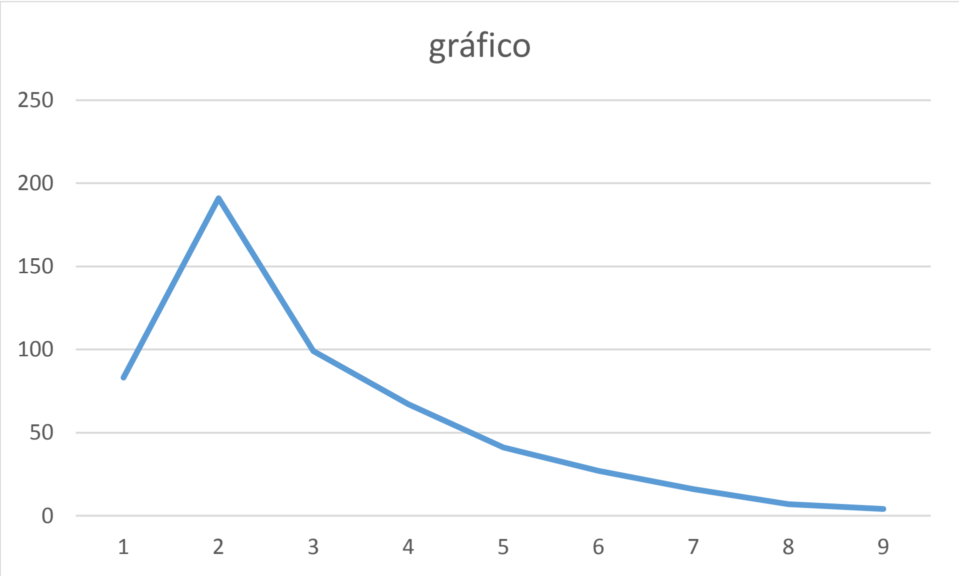
Ẋ=2.250.50+2.235.85=4.486,35 sucres

REPRESENTACION GRAFICA DE LA MEDIA ARITMETICA

Si 32.96 años es la edad promedio de un grupo de 535 profesores de la ciudad de loja construir la representación gráfica de esta media aritmética

X	f	Xm
21-25	83	23
26-30	191	28
31-35	99	33
36-40	67	38
41-45	41	43
46-50	27	48
50-55	16	53
56-60	7	58
61-65	4	63
	535	

Es decir que:



Para la representación gráfica de la media aritmética se construye un polígono de frecuencia, luego, se aplica el siguiente procedimiento

1. Se localiza el eje x el valor que corresponde a la media aritmética
2. En el punto donde se encuentra la media aritmética levantamos una perpendicular hasta el punto de corte con el polígono esta semirrecta traza es la representación de la media aritmética

En el grafico anterior se aprecia que la media aritmética siempre está situada en un punto de equilibrio con respecto al polígono dependiendo esto de la homogeneidad o no de la serie .

Propiedades y aplicaciones

La fórmula de la media aritmética puede ser tratada matemáticamente es decir se puede despejar cualesquiera de sus elementos

Si $\dot{X}=\sum x \cdot f/N$
Despejar N
Entonces $N=\sum x \cdot f/\dot{X}$

La media aritmética es un promedio que depende de todos los valores de la serie y se halla afectada por el recorrido demasiado amplio de los valores extremos con respecto al promedio

Sea

a. 2,10,50,60,70,

$\dot{X}=\sum x=192/5=38,4$

Sea

b. 7,8,10,80,120

$\dot{X}=\sum x=225/5=45$

La suma de las desviaciones con respecto a la media aritmética es igual a 0

X	$d=x-\dot{X}$
19	2
18	1
17	0
16	-1
15	-2
	0

Se puede establecer la media aritmética de un conjunto de promedios o lo que es mismo determinar la medias aritméticas

Cuando se desea calcular el promedio general de un curso conociendo las medias aritméticas de cada asignatura y de un trimestre

Asignaturas	
Matemáticas	x
Física	13.40
Química	14.30

Elementos de economía	14.20
Dibujo técnico	15.60
Biología	15.80
Laboratorio	14.20
Investigación	14.60
Literatura	15.30
Historia general	16.20
Geografía	15.40
Lógica y ética	15.50
Idiomas extranjeros	14.80
Educación física	14.60
	221,30

$\dot{X}$=221,30/14

$\dot{X}$=15,09

MEDIA

Es una media de tendencia central que ocupa el centro de una serie ordenada en sentido ascendente o descendente

MEDIANA DE UNA SERIE ESTADISTICA

Consideramos las series 2, 4, 6, 8, 10, 12,14 ordenada en sentido ascendente y que consta de un número impar de términos.

La mediana es 8 porque en la serie 2, 4, 6, 8, 10, 12,14 es el valor central pudiendo observarce que tanto a la izquierda como a la derecha de este promedio existe el cincuenta por ciento de elementos

Así mismo si tomamos 3, 3, 4, 4, 6, 7, 7,8 la cual consta de un número par de términos entonces la mediana es la semisuma de los valores centrales

Así: 5+6/2 =5,5

MEDIANA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE FRECUENCIAS

Los datos del cuadro siguiente corresponden a estaturas en cm de 25 personas

X	f
167	2
166	2
165	2
164	3
163	4
162	3
161	4
160	4
159	1
	25

Para determinar el valor de la mediana, hemos utilizado el siguiente procedimiento

1. Calculamos la columna de la frecuencia acumulada
2. La mediana la encontramos en la variable que corresponde a la frecuencia acumulada inmediata a aquella que sobrepasa la mitad del número total de casos

Así 25/2=12.5
La inmediata superior a este valor es este caso 16 en consecuencia 163 es la variable que representa la mediana

c. Los datos de una encuesta aplicada a estudiantes de una especialidad técnica sobre el número de hermanos de cada uno de ellos una vez tabulados quedan asi

X	f
1	3
2	10
3	10
4	16
5	14
6	7
7	8
8	7
9	1
10	0
11	2
12	1
	79

Desarrollo

X	f	fa
1	3	3
2	10	13
3	10	23
4	16	39
5	14	53
6	7	60
7	8	68
8	7	75
9	1	76
10	0	76
11	2	78
12	1	79
	79	

Si 79/2= 39,5

Mdn=5

MEDIANA DE UN SERIE ESTADISTICA DE INTERVALOS

1. Determinamos la columna de la frecuencia acumulada
2. Dividimos el número de casos por dos N/2 este valor nos permite localizar la posición que corresponde a la mediana buscando la frecuencia acumulada que sobrepasa la mitad del número total del caso
3. Encontramos el limite real inferior del intervalo
4. Obtenemos la frecuencia acumulada menor a la del intervalo donde está ubicada la mediana

5. Encontramos el valor de la frecuencia que corresponde al intervalo donde está ubicada la mediana
6. Hallamos el ancho del intervalo

Todo este procedimiento lo podemos traducir el lenguaje matemático y escribir la siguiente formula

a. Mdn=Li+(N/2 - fa.m)/f .i

MDn =mediana

El leí igual límite real inferior N dividido para dos igual número total de casos dividido por dos es fea. M igual frecuencia con Mulada menor y igual anuncio del intervalo FC igual frecuencia Ejemplos

- Si la edad de los profesores de los colegios del cantón Loja en el año 1978 fue

X	**f**
25-21	83
26-30	191
31-35	99
36-40	67
41-45	41
46-50	27
51-55	16
56-60	7
61-65	4
	535

- Encontrar la mediana desarrollo

X	**f**	**fa**
25-21	83	83
26-30	191	274
31-35	99	373
36-40	67	440
41-45	41	481
46-50	27	508
51-55	16	524
56-60	7	531
61-65	4	535
		535

fa.m=83

f=191

i=5

Si $\boxed{Mdn = Li + \frac{\left(\frac{N}{2} - fa.m\right)}{f} . i}$

Entonces:

$$Mdn = 25{,}5 + \frac{(267{,}5 - 83)}{191} . 5$$

$$Mdn = 25{,}5 + \frac{(184{,}5)}{191} . 5$$

$$Mdn = 25{,}5 + \frac{(922{,}5)}{191}$$

$$Mdn = 25{,}5 + 4{,}83$$

$$Mdn = 30{,}33 \; que\ esl\ valor\ central\ de\ la\ serie$$

b. El ingreso mensual neto de los padres de familia de un colegio de la ciudad de Loja es:

X	f
16.501 – 18.000	41
15.001 – 16.500	13
13.501 – 15.000	8
12.001 – 13.500	14
10.501 – 12.000	33
9.001 – 10.500	48
7.501 – 9.000	58
6.001 – 7.500	76
4.501 – 6.000	228
3.001 – 4.500	258
1.501 – 3.000	354
1 – 1.500	247
	1.378

Calcular la media

Desarrollo:

X	f	fa
16.501 – 18.000	41	1.378
15.001 – 16.500	13	1.337
13.501 – 15.000	8	1.324
12.001 – 13.500	14	1.316
10.501 – 12.000	33	1.302
9.001 – 10.500	48	1.269
7.501 – 9.000	58	1.221
6.001 – 7.500	76	1.163
4.501 – 6.000	228	1.087
3.001 – 4.500	258	859
1.501 – 3.000	354	601
1 – 1.500	247	247
	1.378	

$$\frac{N}{2} = \frac{1.378}{2} = 689$$

$$Li = \frac{3.000 + 3.001}{2} = 3.000{,}5$$

$$fa.m = 601$$

$$f = 258$$

$$i = 1.500$$

$$\boxed{Mdn = Li + \frac{\left(\frac{N}{2} - fa.m\right)}{f} . i}$$

Reemplazando:

$$Mdn = 3.000{,}5 + \frac{(689 - 601)}{258} . 1.500$$

$$Mdn = 3.000{,}5 + \frac{(132.000)}{258}$$

$$Mdn = 3.000{,}5 + 511{,}63 = 3.512{,}13$$

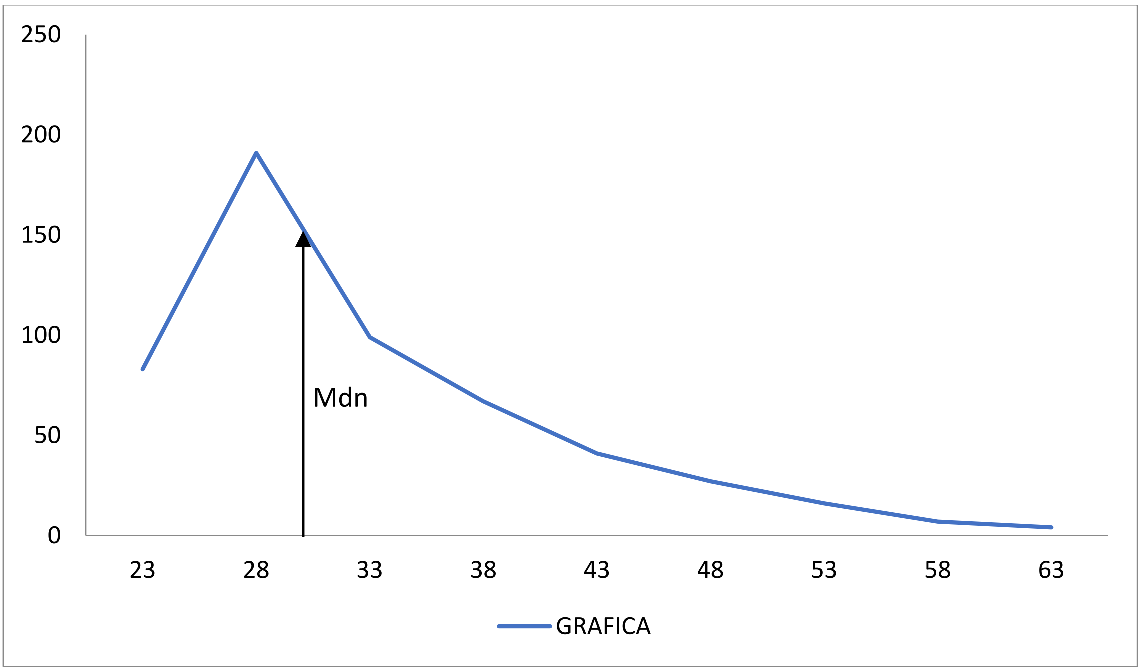
4.2.4. REPRESENTACION GRAFICA DE LA MEDIANA

Ejemplo:

Si 30,33 es el valor de la mediana que corresponde a la edad de un grupo de 535 profesores de la ciudad de Loja, construir la representación gráfica de la mediana.

x	f	Xm
21 – 25	83	23
26 – 30	191	28
31 – 35	99	33
36 – 40	67	38
41 – 45	41	43
46 – 50	27	48
51 – 55	16	53
56 – 60	7	58
61 - 65	4	63
	535	

Mdn=30,33



Hemos construido en primer término un polígono de frecuencias y luego se a tomado en cuenta el siguiente procedimiento.

1. Localizamos en el eje de la equis (x), el valor que representa a la mediana.
2. En el punto donde se encuentra la mediana, levantamos una perpendicular hasta el punto de corte con el polígono. Esta semirrecta es la representación gráfica de la mediana.

Esta representación gráfica nos permite hacer una interpretación objetiva de una serie y apreciar sus características en relación con la mediana, que es un valor único y central de la serie.

4.2.5. CUARTILES, DECILES Y CENTILES

Los cuartiles, deciles y centiles, al igual que la mediana, dividen a una serie en partes iguales, así la mediana divide a la serie en dos partes, los cuartiles en cuatro partes, los deciles en diez partes y los centiles en cien partes.

4.2.5.1. Cuartiles de una serie de frecuencias

Ejemplo:

Los datos de una encuesta aplicada a los estudiantes de una especialización técnica, sobre el número de hermanos se encuentran representados en el siguiente cuadro:

x	f
12	1
11	2
10	0
9	1
8	7
7	8
6	7
5	14
4	16
3	10
2	10
1	3
	79

Determinar los cuartiles:

	x	f	fa
	12	1	79
	11	2	78
	10	0	76
	9	1	76
	8	7	75
	7	8	68
Q_3	6	7	60
Q_2	5	14	53
	4	16	39
Q_1	3	10	23
	2	10	13
	1	3	3
		79	

$\boxed{P_1 = \frac{N}{4}}$ Es el valor que nos permite encontrar la

posición del primer cuartil.

Entonces:

$P_1 = \frac{N}{4} = \frac{79}{4} = 19{,}75$; este se localiza en la columna de la frecuencia acumulada, en un valor que corresponda al próximo mayor, en este caso 23.

Entonces el Q1 equivale a la variable 3.

$$P_2 = \frac{2N}{4} = \frac{N}{2} = \frac{79}{2} = 39{,}5;$$

$entonces, Q_2 = 5.$

$$P_3 = \frac{3N}{4} = \frac{3{,}79}{4} = 59{,}25;$$

$por\ tanto, Q_3 = 6.$

Por lo tanto Q_1, Q_2, Q_3, son los cuartiles que dividen a la serie en cuatro partes.

4.2.5.2. Cuartiles de una serie de intervalos

Ejemplo:

Si la edad de los profesores de los colegios del cantón Loja en el año de 1978 fue:

x	f
61 – 65	4
56 – 60	7
51 – 55	16
46 – 50	27
41 – 45	41
36 – 40	67
31 – 35	99
26 – 30	191
21 – 25	83
	535

Determinar los **cuartiles**

Desarrollo

	X	f	fa
	61 – 65	4	535
	56 – 60	7	531
	51 – 55	16	524
	46 – 50	27	508
	41 – 45	41	481
P_3	36 – 40	67	440
	31 – 35	99	373
$P_1\ y\ P_2$	26 – 30	191	274
	21 – 25	83	83
		535	

En primer lugar encontramos la posición de los cuartiles, así:

$$P_1 = \frac{N}{4} = \frac{535}{4} = 133{,}75$$

$$P_2 = \frac{2N}{4} = \frac{2x535}{4} = \frac{1070}{4} = 267{,}5$$

$$P_3 = \frac{3N}{4} = \frac{3x535}{4} = \frac{1606}{4} = 401{,}25$$

Luego, se coloca en la columna de la frecuencia acumulada un valor próximo mayor que corresponda a cada una de las posiciones anteriores.

Para el cálculo matemático del primer cuartil utilizaremos la formula:

$$\boxed{Q_1 = Li + \frac{\left(\frac{N}{4} - fa.m\right)}{f}.i}$$

$$\begin{cases} Li = 25{,}5 \\ \frac{N}{4} = 133{,}75 \\ f = 191 \\ i = 5 \\ fa.m = 83 \end{cases}$$

Reemplazando:

$$Q_1 = 25{,}5 + \frac{(133{,}75 - 83)}{191}.5$$

$$Q_1 = 25{,}5 + \frac{50{,}75}{191}.5$$

$$Q_1 = 25{,}5 + \frac{253{,}75}{191}$$

$$Q_1 = 25{,}5 + 1{,}33 = 26{,}83$$

Es decir, que la cuarta parte de los profesores del cantón Loja (133,75) son menores a 27 años.

Para el segundo cuartil se utiliza la fórmula:

$$Q_2 = Li + \frac{\left(\frac{2N}{4} - fa.m\right)}{f}.i$$

$$\begin{cases} Li = 25{,}5 \\ \frac{2N}{4} = 267{,}5 \\ f = 191 \\ i = 5 \\ fa.m = 83 \end{cases}$$

Reemplazando:

$$Q_2 = 25{,}5 + \frac{(267{,}5 - 83)}{191}.5$$

$$Q_2 = 25{,}5 + \frac{184{,}5}{191}.5$$

$$Q_2 = 25{,}5 + \frac{922{,}5}{191}$$

$$Q_2 = 25{,}5 + 4{,}83 = 30{,}33$$

Esto significa que la mitad de los profesores tienen edades menores a 30,33 años.

Para el cálculo del tercer cuartil emplearemos la formula siguiente:

$$Q_3 = Li + \frac{\left(\frac{3N}{4} - fa.m\right)}{f}.i$$

$$\begin{cases} Li = 35{,}5 \\ \frac{3N}{4} = 401{,}25 \\ f = 67 \\ i = 5 \\ fa.m = 373 \end{cases}$$

Reemplazando:

$$Q_3 = 35{,}5 + \frac{(401{,}25 - 373)}{67}.5$$

$$Q_3 = 35{,}5 + \frac{28{,}25}{67}.5$$

$$Q_3 = 35{,}5 + \frac{141{,}25}{67}$$

$Q_3 = 35{,}5 + 2.11 = 37{,}61$

Es decir, que el 75% de los profesores tiene una edad inferior a 37,61 años y el 25% restante son profesores y pasa a los 37,61 años.

4.2.5.3. Deciles

Ejemplo:

Al ser encuestados grupos de familias, se detectó que si ciudades se encuentran entre cuatro y 51 años; los resultados de una vez tabulados son:

x	f
48 – 51	2
44 – 47	6
40 – 43	7
36 – 39	10
32 – 35	12
28 – 31	18
24 – 27	13
20 – 23	10
16 – 19	6
12 – 15	5
8 – 11	4
4 – 7	2
	95

Hallar los deciles.

Desarrollo:

x	f	fa	
48 – 51	2	95	
44 – 47	6	93	
40 – 43	7	87	P_9
36 – 39	10	80	P_8
32 – 35	12	70	P_7
28 – 31	18	58	$P_5\ y\ P_6$
24 – 27	13	40	$P_3\ y\ P_4$
20 – 23	10	27	P_2
16 – 19	6	17	
12 – 15	5	11	P_1
8 – 11	4	6	
4 – 7	2	2	
	95		

Encontramos la posición de los deciles $P_1,\ P_2,\ P_3,\ P_4, P_5,\ P_6,\ P_7,\ P_8, P_9$ de la siguiente manera:

$$P_1 = \frac{N}{10} = \frac{95}{10} = 9{,}5$$

$$P_2 = \frac{2N}{10} = \frac{190}{10} = 19$$

$$P_3 = \frac{3N}{10} = \frac{285}{10} = 28{,}5$$

$$P_4 = \frac{4N}{10} = \frac{380}{10} = 38$$

$$P_5 = \frac{5N}{10} = \frac{475}{10} = 47{,}5$$

$$P_6 = \frac{6N}{10} = \frac{570}{10} = 57$$

$$P_7 = \frac{7N}{10} = \frac{665}{10} = 66{,}5$$

$$P_8 = \frac{8N}{10} = \frac{760}{10} = 76$$

$$P_9 = \frac{9N}{10} = \frac{855}{10} = 85{,}5$$

Estos resultados los localizamos en la columna de la frecuencia acumulada, en un valor que corresponde al próximo mayor.

Así: $P_1 = 9{,}5$ el próximo mayor es 11; entonces aquí está ubicado el decil de posición P_1.

Luego, para el cálculo de los deciles utilizamos el siguiente procedimiento

$$D_1 = Li + \frac{\left(\frac{N}{10} - fa.m\right)}{f}.i$$

$$\text{Datos}\begin{cases} Li = 11{,}5 \\ \frac{N}{10} = 9{,}5 \\ f = 5 \\ i = 4 \\ fa.m = 6 \end{cases}$$

Reemplazando:

$$D_1 = 11{,}5 + \frac{(9{,}5 - 6)}{5} . 4$$

$$D_1 = 14{,}3 \ años$$

$$\boxed{D_2 = Li + \frac{\left(\frac{2N}{10} - fa.m\right)}{f} . i}$$

$$\text{Datos}\begin{cases} Li = 19{,}5 \\ \frac{2N}{10} = 19 \\ f = 10 \\ i = 4 \\ fa.m = 17 \end{cases}$$

Reemplazando:

$$D_2 = 19{,}5 + \frac{(19 - 17)}{10} . 4$$

$$D_2 = 20{,}3 \ años$$

$$\boxed{D_3 = Li + \frac{\left(\frac{3N}{10} - fa.m\right)}{f} . i}$$

$$\text{Datos}\begin{cases} Li = 23{,}5 \\ \frac{3N}{10} = 28{,}5 \\ f = 13 \\ i = 4 \\ fa.m = 27 \end{cases}$$

Reemplazando:

$$D_3 = 23{,}5 + \frac{(38 - 27)}{13} . 4$$

$$D_3 = 23{,}96 \ años$$

$$\boxed{D_4 = Li + \frac{\left(\frac{4N}{10} - fa.m\right)}{f} . i}$$

$$\text{Datos}\begin{cases} Li = 23{,}5 \\ \frac{4N}{10} = 38 \\ f = 13 \\ i = 4 \\ fa.m = 27 \end{cases}$$

Reemplazando:

$$D_4 = 23{,}5 + \frac{(38 - 27)}{13}.4$$

$$D_4 = 26{,}88 \ años$$

$$D_5 = Li + \frac{\left(\frac{5N}{10} - fa.m\right)}{f}.i$$

$$\text{Datos}\begin{cases} Li = 27{,}5 \\ \frac{5N}{10} = 47{,}5 \\ f = 18 \\ i = 4 \\ fa.m = 40 \end{cases}$$

Reemplazando:

$$D_5 = 27{,}5 + \frac{(47{,}5 - 40)}{18}.4$$

$$D_5 = 29{,}17 \ años$$

$$D_6 = Li + \frac{\left(\frac{6N}{10} - fa.m\right)}{f}.i$$

$$\text{Datos}\begin{cases} Li = 27{,}5 \\ \frac{6N}{10} = 57 \\ f = 18 \\ i = 4 \\ fa.m = 40 \end{cases}$$

Reemplazando:

$$D_6 = 27{,}5 + \frac{(57 - 40)}{18}.4$$

$$D_6 = 31{,}28\ años$$

$$D_7 = Li + \frac{\left(\frac{7N}{10} - fa.m\right)}{f}.i$$

$$\text{Datos}\begin{cases} Li = 31{,}5 \\ \frac{7N}{10} = 66{,}5 \\ f = 12 \\ i = 4 \\ fa.m = 58 \end{cases}$$

Reemplazando:

$$D_7 = 31{,}5 + \frac{(66{,}5 - 58)}{12}.4$$

$$D_7 = 34{,}33\ años$$

$$D_8 = Li + \frac{\left(\frac{8N}{10} - fa.m\right)}{f}.i$$

$$\text{Datos}\begin{cases} Li = 35{,}5 \\ \frac{8N}{10} = 76 \\ f = 10 \\ i = 4 \\ fa.m = 70 \end{cases}$$

Reemplazando:

$$D_8 = 35{,}5 + \frac{(76 - 70)}{10}.4$$

$$D_8 = 35{,}5\ años$$

$$D_9 = Li + \frac{\left(\frac{9N}{10} - fa.m\right)}{f} . i$$

$$\text{Datos}\begin{cases} Li = 39{,}5 \\ \frac{9N}{10} = 85{,}5 \\ f = 7 \\ i = 4 \\ fa.m = 80 \end{cases}$$

Reemplazando:

$$D_9 = 39{,}5 + \frac{(85{,}5 - 80)}{7} . 4$$

$$D_9 = 42{,}64\ años$$

4.2.5.4. Centiles

Ejemplo:

Los resultados de una encuesta aplicada a grupos de familia, para detectar su edad, se encuentra en el siguiente cuadro estadístico:

x	F
48 – 51	2
44 – 47	6
40 – 43	7
36 – 39	10
32 – 35	12
28 – 31	18
24 – 27	13
20 – 23	10
16 – 19	6
12 – 15	5
8 – 11	4
4 – 7	2
	95

Determinar los centiles: C_{10}, C_{30}, C_{50} , C_{75}

Desarrollo:

x	F	fa
48 – 51	2	95
44 – 47	6	93
40 – 43	7	87

P_{75}	36 – 39	10	80
	32 – 35	12	70
P_{50}	28 – 31	18	58
P_{30}	24 – 27	13	40
	20 – 23	10	27
	16 – 19	6	17
P_{10}	12 – 15	5	11
	8 – 11	4	6
	4 – 7	2	2
		95	

Averiguamos, en primer lugar la posición de los centiles de la siguiente manera:

$$P_{10} = \frac{10.N}{100} = \frac{10.95}{100} = 9{,}5$$ Es decir, 10 por ciento de 95.

$$P_{30} = \frac{30.N}{100} = \frac{30.95}{100} = 28{,}5$$

$$P_{50} = \frac{50.N}{100} = \frac{50.95}{100} = 47{,}5$$

$$P_{75} = \frac{75.N}{100} = \frac{75.95}{100} = 71{,}25$$

Éstos resultados los ubicamos en la columna de la frecuencia acumulada, en un valor equivalente al próximo mayor.

Así: 9,5 Corresponde al valor máximo mayor 11; 28,5 corresponde a 40; 47,5 corresponde a 58; 71,25 corresponde 80.

De esta manera hemos localizado los centiles en los intervalos de clase, donde necesariamente se encontrará el valor del centil

Luego, para el cálculo de los centiles seguiremos el siguiente procedimiento

$$C_{10} = Li + \frac{\left(\frac{10.N}{100} - fa.m\right)}{f}.i$$

$$\text{Datos}\begin{cases} Li = 11{,}5 \\ \frac{10.N}{100} = 9{,}5 \\ f = 13 \\ i = 4 \\ fa.m = 27 \end{cases}$$

C_{10}=11,5+$\frac{(9{,}5-6)}{5}$.4
C_{10}=14,3 *años*, *que se encuentra en el intervalo* 12−15.

$$C_{30} = Li + \frac{\left(\frac{30.N}{100} - fa.m\right)}{f}.i$$

$$\text{Datos}\begin{cases} Li = 23{,}5 \\ \frac{30.N}{100} = 28{,}5 \\ f = 13 \\ i = 4 \\ fa.m = 27 \end{cases}$$

C_{30}=23,5+$\frac{(28{,}5-27)}{13}$.4
C_{30}=23,96 *años*

$$C_{50} = Li + \frac{\left(\frac{50.N}{100} - fa.m\right)}{f}.i$$

$$\text{Datos}\begin{cases} Li = 27{,}5 \\ \frac{50.N}{100} = 47{,}5 \\ f = 18 \\ i = 4 \\ fa.m = 40 \end{cases}$$

C_{50}=27,5+$\frac{(47{,}5-40)}{18}$.4
C_{50}=29,17 *años*

$$C_{75} = Li + \frac{\left(\frac{75.N}{100} - fa.m\right)}{f}.i$$

$$\text{Datos}\begin{cases} Li = 35{,}5 \\ \frac{75.N}{100} = 71{,}25 \\ f = 10 \\ i = 4 \\ fa.m = 70 \end{cases}$$

C_{75}=35,5+$\frac{(71{,}25-70)}{10}$.4
C_{75}=36 *años*

4.2.6. PROPIEDADES Y APLICACIONES

4.2.6.1. Propiedades

- La mediana no es como la media que señale precisión en el cálculo, así que es un promedio que ocupa el valor central de la serie, haciendo que la mitad de la población se ubique a su izquierda y, la otra mitad, a su derecha.

Ejemplo:

Las estaturas de un grupo de personas son en centímetros:

180-179-178-177-176-175-175-174-173

Determinar la mediana

Mdn= 176, Es decir, el valor central.

X= 176,33, es un valor preciso derivado de un cálculo matemático.

- La mediana es un valor central y para su determinación seria conocer todos los elementos de la serie

Ejemplo:

Los salarios que han sido detectados en base a una consulta a 50 personas son:

x	f
Menos de - 4000	5
4501 - 6000	5
6001 - 7000	10
7501 - 9000	20
9001 - 10,000	2
10501 - 12,000	2
12,001 - 13,000	2
13501 - 15,000	2
15,001 - 16,500	1
16,501 - más de	1
	50

Entonces:
Mdn=7650,5

- Los elementos de la variable demasiado grandes o demasiado pequeños, no influyen en la determinación de la **mediana**.

Ejemplo:

Encuestados persona se encontraron los siguientes datos relacionados con su edad:

Mdn.

3 - 6 – 9 - 12 - 15 - - 18 – 24

-La fórmula propuesta para el cálculo de la mediana, es una serie de intervalos, recoge a un proceso que se utiliza para su cálculo aproximado.

Ejemplo: las calificaciones de la asignatura de idioma extranjero son las siguientes:

20	19	18	18	17	17	17	16	16	16	16
16	16	16	15	15	15	15	14	14	14	14
14	14	$\boxed{13}$	13	13	13	13	13	13	12	12
12	12	12	12	11	10	10	10	09	09	08
08	07	07	06	06	05					

Si $Mdn = \frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$ Este valor representa la ubicación de la Mediana en la serie ordenada. Entonces para encontrar una mediana y, vas a contar elementos a partir del mayor o del menor valor de la serie. En esta forma hemos obtenido la mediana , que es 13

Si la serie anterior la ordenamos mediante intervalos, se entiende:

x	f	fa
18 – 20	4	50
15 – 17	14	46
12 – 14	19	32
9 – 11	6	13
6 – 8	6	7
3 – 5	1	1
	50	

- Para el cálculo de la mediana es necesario determinar la frecuencia acumulada, conforme consta en el cuadro anterior.

El proceso consiste en utilizar la fórmula:

$$Mdn = Li + \frac{\left(\frac{N}{2} - fa.m\right)}{f} . i$$

$$\text{Datos} \begin{cases} Li = 11{,}5 \\ N = 50 \\ f = 19 \\ i = 3 \\ fa.m = 13 \end{cases}$$

Reemplazando:

$$Mdn = 11{,}5 + \frac{(25-13)}{19}.3$$

$$Mdn = 11{,}5 + \frac{36}{19}$$

$$Mdn = 11{,}5 + 1{,}89$$

$$Mdn = 13{,}39$$

La mediana de acuerdo a lo observado anteriormente, es 13; este valor, lo hemos señalado fundamentándonos en el concepto mismo de mediana, que sostiene que equivale al valor central de la serie.

Pero al aplicar la fórmula $Mdn = Li + \frac{\left(\frac{N}{2} - fa.m\right)}{f}.i$ obtenemos 13,39 que es el valor aproximado con respecto al valor real es 13.

4.1.6.2. Aplicaciones

Éste promedio se utiliza para.

- Encontrar el valor central de la serie.
- Dividir el área del polígono de frecuencias en dos partes iguales.
- Establecer la verificación de la hipótesis, en los métodos no para métricos, con la prueba de la mediana.
- Encontrar un promedio más fiable en cierto tipo de variables como: salarios, estaturas, pesos, etc., Ya que no influyen en esta determinación los valores extremos muy grandes o muy pequeños.

4.3. MODO

Es el valor que corresponde a la mayor frecuencia, en otras palabras, es el valor más frecuente, o que mayor número de veces se repite en la serie.

4.3.1. MODO DE UNA SERIE DE ESTADÍSTICA.

En la serie estadística que corresponde a la variable coeficiente intelectual de un grupo de personas, sean obtenidos los siguientes datos:

130-128-120-120-110-115.

El monto es de 120.

Es decir que para obtener el modo de una serie de estadística no es necesario utilizar ninguna fórmula, sino que se lo hace tomando el valor que más veces se repite.

4.3.2. MODO DE UNA SERIE DE ESTADÍSTICA DE FRECUENCIA.

Ejemplos:

a. Al tabular una encuesta publicada a estudiantes de una especialidad técnica, acerca del número de hermanos de cada uno de ellos, se obtuvieron los siguientes datos:.

x	f
12	1
11	2
10	0
9	1
8	7
7	8
6	7
5	14
4	16
3	10
2	10
1	3
	79

En este caso, el modo es 4, porque el valor 16 corresponde a la mayor frecuencia.

En conclusión, para determinar el modo de una serie de estadística de frecuencia, se encuentra la variable que tiene mayor frecuencia y dicha variable será el modo de esta serie.

b. La tabulación de una encuesta en relación con el número ideal de hijos que debe tener una familia nos dan los siguientes datos:

x	f
7	5
6	4
5	6
4	20
3	8
2	20
1	10
	73

Encontrar el modo

Observando el cuadro estadístico, apreciamos que existen dos valores que coinciden y que poseen la mayor frecuencia (20).

Por lo tanto, los modos correspondientes son 4 y 2, De donde se deduce que se trata de una serie bimodal por cuanto pertenece a valores iguales con mayor frecuencia.

4.3.3. MODO DE UNA SERIE DE ESTADÍSTICA DE INTERVALOS.

Ejemplos:.

a. La edad de los profesores que trabajan en los colegios del cantón Loja, referidos a 1980, fueron:

x	f
61-65	4
56-60	7
51-55	16
46-50	27
41-45	41
36-40	67
31-35	99
26-30	191
21-25.	83
	535

Hallar el nodo.

Desarrollo:

Cuando los datos están agrupados en una serie de intervalos, como en este caso, localizamos el intervalo con mayor frecuencia (26 – 30), llamado también *clase modal*, en el mismo que necesariamente estará ubicado el modo que pretendemos calcular.

Ahora, el problema consiste en hallar en qué punto de esta clase modal se encuentra el modo, para lo cual encontramos en primer lugar el límite real inferior, de esta manera:

$$Li = \frac{25 + 26}{2} = 25{,}5$$

Luego, será necesario determinar las diferencias $\mathbf{d_1}$ y $\mathbf{d_2}$ siendo:

$\mathbf{d_1} =$ diferencia entre la frecuencia modal y la frecuencia intervalo menor de la serie.

$\mathbf{d_2} =$ diferencia entre la frecuencia modal y la frecuencia intervalo menor de la serie.

$\mathbf{d_1} =$ 191 – 83 = 108

$\mathbf{d_2} =$ 191 – 99 = 92

También debemos obtener el ancho del intervalo; por lo tanto **i = 5**

Finalmente, aplicamos la formula

$$Mo = Li + \frac{\mathbf{d1}}{\mathbf{d1} + \mathbf{d2}} x\ i$$

La misma que recoge uno de los procesos para calcular el modo de una manera aproximada

Reemplazando:

$$Mo = 25{,}5 + \frac{\mathbf{108}}{(\mathbf{108} + \mathbf{92})} x\ 5$$

$$Mo = 25{,}5 + \frac{\mathbf{540}}{\mathbf{200}}$$

$$Mo = 25{,}5 + 2{,}7$$

$$Mo = 28{,}2$$

b. El cuadro estadístico anteriormente indicado y que corresponde a la edad de los profesores del Cantón Loja, también lo podemos ordenar en sentido ascendente:

x	f
21 – 25	83
26 – 30	191
31 – 35	99
36 – 40	67
41 – 45	41
46 – 50	27
51 – 55	16
56 – 60	7
61 – 65	4
	535

Calcular el modo.

Desarrollo:

$$Li = \frac{25 + 26}{2} = 25{,}5$$

$d_{1=}$ 191 – 83 = 108

d_2 = 191 – 99 = 92

i = 5

Aplicamos la formula:

$$\boxed{Mo = Li + \frac{\mathbf{d1}}{\mathbf{d1 + d2}} x\ i}$$

Reemplazando, se tiene:

$$Mo = 25{,}5 + \frac{\mathbf{108}}{(\mathbf{108 + 92})} x\ 5$$

$$Mo = 25{,}5 + \frac{\mathbf{540}}{\mathbf{200}}$$

$$Mo = 25{,}5 + 2{,}7$$

$$Mo = 28{,}2$$

En síntesis podemos enunciar el procedimiento en los siguientes términos:

Se localiza el intervalo de mayor frecuencia (clase modal)

Se halla el límite real inferior

Se encuentra el valor de las diferencias

$d_{1\,=}$ diferencia entre la frecuencia modal y la frecuencia del intervalo menor de la serie.

$d_{2\,=}$ diferencia entre la frecuencia modal y la frecuencia del intervalo menor de la serie.

Se obtiene el valor del ancho del intervalo

Se aplica la formula:

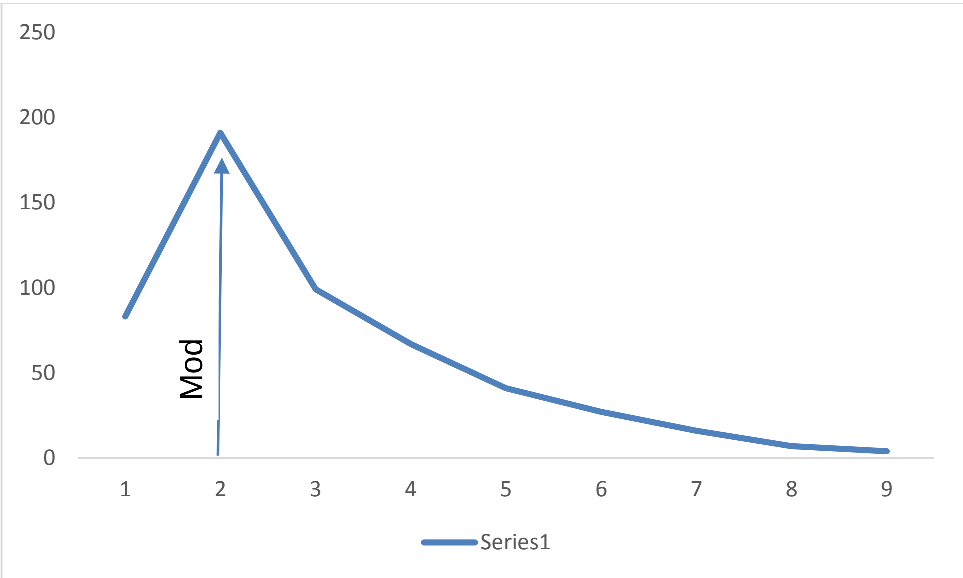
$$Mo = Li + \frac{\mathbf{d1}}{\mathbf{d1} + \mathbf{d2}} x\ i$$

4.3.4. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL MODO

***E**jemplo:*

Si 28,2 es el valor del modo correspondiente a la variable edad de un grupo de 535 profesores de la ciudad de Loja, representar gráficamente el modo.

x	f	Xm
21 – 25	83	23
26 – 30	191	28
31 – 35	99	33
36 – 40	67	38
41 – 45	41	43
46 – 50	27	48
51 – 55	16	53
56 – 60	7	58
61 – 65	4	63
	535	



El modo 28,2 realmente representa la edad más común de este grupo de profesores y en el grafico se puede apreciar que es el valor más alto de la serie, debiendo coincidir, como es lógico, con el punto más alto del polígono de frecuencias.

4.3.5. PROPIEDADES Y APLICACIONES

4.3.5.1. PROPIEDADES

- Es el valor de la variable que más se repite en la serie, pues pertenece a la mayor frecuencia.

Ejemplo:

Si las calificaciones de un grupo de estudiantes en la asignatura de Física son:

10 – 12 – 13 – 13 – 16 – 18.

El Mo = 13 por ser la calificación que más se repite.

- El valor del modo no se altera por lo valores muy grandes o muy pequeños que existan en la serie.

Ejemplo:

Los salarios mensuales de un grupo de personas son:

2 000 – 3 000 – 5 100 – 5 100 – 12 000 – 18 000,

Entonces, el modo es **5 100**, pues constituye el salario más corriente observado en la serie.

- El modo no tiene ninguna significación en series compuestas de pocos elementos y que no se repitan.

Ejemplo:

Si en una familia integrada por 4 miembros se aprecia que sus edades son:

40 – 35 – 15 – 12,

No es posible determinar el modo porque no hay edades que se repiten.

- La determinación del modo en una serie distribuida en intervalos de clase, de acuerdo al proceso antes señalado, nos conduce hacia la obtención de un valor aproximado

Así por ejemplo:

El modo 28,2 de la serie siguiente:

x	f
21 – 25	83
26 – 30	191
31 – 35	99
36 – 40	67
41 – 45	41
46 – 50	27
51 – 55	16
56 – 60	7
61 – 65	4
	535

Resulta ser un valor aproximado que se encuentra comprendido en la clase modal 26-30.

4.3.5.2 Aplicaciones

- Es una medida muy fácil de calcular, pero resulta ser un valor aproximado
- El modo es una distribución puede no existir, pero si existe, puede que no sea el único; así, por ejemplo, el caso de una distribución bimodal, trimodal, multimodal, en las cuales se admite en su orden la existencia de dos modos, tres modos y varios modos como solución
- El modo se lo utiliza para detectar la estatura más corriente, el salario más común, la calificación que más se repite; en otros casos tiene muy significación.

4.4 MEDIA GEOMÉTRICA

Media geométrica es la raíz enésima del producto de los valores que representan a la variable.

Esta definición no hace sino traducir el significado de la siguiente formula.

$$G = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times X_3 \times \dots . X_n}$$

En la cual:

G = media geométrica

N = número de casos o elementos

X_1, X_2, X_3, etc. = valores de la variable

Ejemplos:

a. En la siguiente serie: **3, 12, 48, 192, 768**, calcular la media geométrica.

$$Si \qquad G = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times X_3 \times \ldots . X_n}$$

Entonces:

$$G = \sqrt[5]{3 \ x \ 12 \ x \ 48 \ x \ 192 \ x \ 768}$$

$$G = \sqrt[5]{254.803.000}$$

G = 48

b. Determinar la media geométrica de los siguientes valores: **15, 16, 17, 18**

$$Si \qquad G = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times X_3 \times \ldots . X_n}$$

Entonces:

$$G = \sqrt[4]{15 \ x \ 16 \ x \ 17 \ x \ 18}$$

$$G = \sqrt[4]{73.440}$$

G = 16,46 = 16,5

Para nuestros propósitos, creemos que es suficiente considerar ejemplos con series sin frecuencia, pudiendo, desde luego, realizarse cálculos de la media geométrica de una serie con frecuencia y de una distribución con intervalos de clase, utilizando las siguientes formulas, que son una extensión de la que citamos anteriormente.

4.4.1. SERIE CON FRECUENCIA

$$\boldsymbol{G = \sqrt[n]{\frac{f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot \ldots . f_n}{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \ldots . X_2}}}$$

Siendo:

G = media geométrica

N = número de casos

f1, f2, f3, fin = frecuencias correspondientes a la variable, siendo fn la última de sus frecuencias

X1, X2, X3, Xn = valores de la variable

4.4.2. SERIE DE INTERVALOS DE CLASE

$$\boldsymbol{G = \sqrt[n]{\frac{f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot \ldots . f_n}{Xm_1 \cdot Xm_2 \cdot Xm_3 \cdot \ldots . Xm_2}}}$$

Siendo:

G = media geométrica

N = número de casos

f1, f2, f3, fn = frecuencias de los puntos medios

Xm1, Xm2, Xm3, Xmn = puntos medios de la serie con intervalos

El cálculo de la media geométrica, por intermedio de esas formulas, tiene sus limitaciones, ya que el promedio obtenido es real si se trata de una serie cuyos elementos están ordenados en progresión geométrica. En otros casos, se puede calcular, pero los resultados no son fiables, están alejados de la realidad y del significado de lo que constituye un promedio.

4.4.3. PROPIEDADES Y APLICACIONES

4.4.3.1. Propiedades

- En la media geométrica no influyen los valores muy grandes o muy pequeños de la serie

Ejemplo: si la serie es:

4 – 20 – 100 – 500 – 2500

Entonces:

$$G = \sqrt[5]{4 \; x \; 20 \; x \; 100 \; x \; 500 \; x \; 2500}$$

$$G = \sqrt[5]{10.000.000.000}$$

G = 100

Es decir, para este cálculo, no se da importancia a los valores extremos como son 4 y 2500.

- La media geométrica, para cualquier serie de valores diferentes, siempre será menor o igual que la media aritmética

Ejemplo:

En la serie

$$2 - 10 - 50 - 250 - 1250$$

Entonces:

$$G = \sqrt[5]{2\ x\ 10\ x\ 50\ x\ 250\ x\ 1250}$$

$$G = \sqrt[5]{312.500.000}$$

$$G = 50$$

La media aritmética:

$$\bar{X} = \frac{\sum x\ X}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{1562}{5}$$

$$\bar{X} = 312.5$$

Esta media aritmética no es representativa, porque existe una gran variación entre los términos que la forman y porque, de preferencia, debe tratarse de una progresión aritmética.

- La formula de la media geométrica admite un tratamiento matemático

Ejemplo:

$$\text{Si} \quad G = \sqrt[N]{X_1\ x\ X_2\ x\ X_3\ x\ X_n}$$

Entonces:

$$\log G = \frac{\log X_1 + \log X_2 + \log X_3 + \log X_n}{N}$$

$$\mathrm{N} = \frac{\log X_1 + \log X_2 + \log X_3 + \log X_n}{\log G}$$

4.4.3.2 Aplicaciones

Se la puede utilizar para:

- Obtener el promedio exacto de una progresión geométrica cuyos elementos sean positivos

Así, *por ejemplo:*

3, 6, 12, 24, 48

$$G = \sqrt[5]{3 * 6 * 12 * 24 * 48}$$

$$G = \sqrt[5]{248.832}$$

G = 12

- Obtener el promedio de una progresión geométrica en la cual exista un numero par de elementos negativos, en cuyo caso el valor obtenido no es real

Así, por ejemplo:

6, -12, 24, -48

$$G = \sqrt[4]{6 * (-12) * 24 * (-48)}$$

$$G = \sqrt[4]{82.944}$$

G = 16.97

16,97 no es el término medio de la serie dada

- Determinar la media geométrica siempre que sus elementos sean diferentes de cero
- Calcular los números índice

4.5. MEDIA ARMONICA

Es el valor inverso o reciproco de la media aritmética, pero de los recíprocos de los diversos números.

Esta definición traducida a símbolos queda

$$A = \frac{1}{\frac{1}{N}\left(\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \ldots \frac{1}{X_N}\right)}$$

Ejemplo:

Si un automóvil se desplaza a una velocidad creciente de 40, 60 y 80kilometros por hora (km/h). Calcular la velocidad promedio

$$A = \frac{1}{\frac{1}{N}\left(\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \ldots \frac{1}{X_N}\right)}$$

Entonces:

$$A = \frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{40} + \frac{1}{60} + \frac{1}{80}\right)}$$

$$A = \frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{4+6+3}{240}\right)}$$

$$A = \frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{4+6+3}{240}\right)}$$

$$A = \frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{13}{240}\right)}$$

$$A = \frac{1}{\frac{13}{720}}$$

A= 55,38 km/h

4.5.1. SERIE CON FRECUENCIAS

$$A = \frac{1}{\frac{1}{N}\left(\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \ldots \frac{1}{X_N}\right)}$$

O su formula equivalente, pero transformada:

$$\boldsymbol{\frac{1}{A} = \frac{1}{N}\left(\frac{F1}{X1} + \frac{F2}{X2} + \frac{F3}{X3} + \cdots \frac{FN}{XN}\right)}$$

Siendo:

A = media armónica

1/N = inverso del número total de casos

F1 f2 f3 fn = frecuencias correspondientes a las variables

X1 x2 x3 xn = valores de la variable

4.5.2. SERIE CON INTERVALOS DE CLASE

$$A = \frac{1}{\frac{1}{N}\left(\frac{f_1}{Xm1} + \frac{f_2}{Xm2} + \frac{f_3}{Xm3} + \cdots \frac{f_n}{Xm_n}\right)}$$

Siendo:

A= media armónica

1/N = inverso del número total de casos

f1, f2, f3, fn = frecuencias correspondientes a las variables

Xm1, Xm2, Xm3, Xmn = puntos medios de la serie con intervalos

4.5.3. PROPIEDADES Y APLICACIONES

4.5.3.1. Propiedades

- La formula de la media armónica está sujeta a transformaciones algebraicas

Ejemplos:

$$A = \frac{1}{\frac{1}{N}\left(\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \cdots \frac{1}{X_N}\right)}$$

$$N = A\,(\frac{1}{X1} + \frac{1}{X2} + \frac{1}{X3} + \frac{1}{Xn})$$

- En el valor de la media armónica influyen directamente los valores de la serie, especialmente si se trata de valores muy grandes o muy pequeños, los cuales desvirtúan el significado de este promedio

Ejemplo:

Si la serie es 10, 50, 90, calcular la media armónica.

$$A = \frac{1}{\frac{1}{N}\left(\frac{1}{X1} + \frac{1}{X2} + \frac{1}{X3} + \ \dots \frac{1}{Xn}\right)}$$

Entonces:

$$A = \frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{50} + \frac{1}{90}\right)}$$

$$A = \frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{45 + 9 + 5}{450}\right)}$$

$$A = \frac{1}{\frac{1}{3}(\frac{59}{450})}$$

$$A = \frac{1}{\frac{59}{1350}}$$

A = 22,88

- Este problema no es real si, en una progresión armónica, uno cualquiera de los valores es cero

Ejemplo:

Si la serie es 0, 2, 4, hallar la media armónica

$$A = \frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{0} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)}$$

$$A = \frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{2+1}{4}\right)}$$

$$A = \frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{3}{4}\right)}$$

$$A = \frac{1}{\frac{3}{12}}$$

A= 12/3

A=4

Si los elementos de una serie son números fraccionarios, el reciproco de estos elementos es la fracción invertida

Ejemplo:

Si la serie es: 1/2, 1/3, hallar la media armónica

$$A = \frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}+\frac{1}{\frac{1}{3}}\right)}$$

$$A = \frac{1}{\frac{1}{2}(2+3)}$$

$$A = \frac{1}{\frac{1}{2}(5)}$$

$$A = \frac{1}{\frac{5}{2}}$$

A = 2/5

4.5.3.2 Aplicaciones

Se la puede utilizar para:

- Hallar de preferencia promedios de velocidades
- Hallar en economía el costo promedio

- Hallar el promedio exacto de una progresión armónica

4.6 EJERCICIOS RESUELTOS

4.6.1. Hallar:

La media, la mediana y el modo para la siguiente serie estadística.

1 - 3 - 3 - 5 - 5 - 5 - 7 - 7 - 9

Desarrollo:

a. Calculamos la media aritmética, para ello utilizamos la fórmula:

X
9
7
7
5
5
5
3
3
1
45

$$\overline{X} = \frac{\sum x}{N}$$

$\overline{X} = 45$

N = 9

$$\overline{X} = \frac{45}{9}$$

$$\overline{X} = 5$$

La media aritmética es 5

b. Calculamos la mediana:

Como se trata de una serie de valores que tiene 9 elementos,

Se tomara el valor central. En consecuencia la Mdn = 5; o

N/2 = 9/2 = 4,5 que corresponde al valor 5

X
9
7
7
5
5
5
3
3
1

c. Determinamos el modo:

X
9
7
7
5
5
5
3
3
1
45

Por definición sabemos que es el valor que más se repite por lo tanto el Mo =5

4.6.2 Determinar:

La media, la mediana y el modo de la siguiente serie estadística de frecuencia

x	f
167	2
166	4
165	6
164	8
163	10
162	4
161	3
160	2
159	2
158	1

Desarrollo:

a. Calculamos la media aritmética

$$\bar{X} = \frac{\sum xf}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum xf}{N}$$

$$\bar{X} = 163{,}26$$

La media aritmética es 163,26

x	f	xf
167	2	334
166	4	664
165	6	990
164	8	1 312
163	10	1. 630
162	4	648
161	3	483
160	2	320
159	2	318
158	1	158
	42	6.857

b. Calculamos la mediana:

x	f	fa
167	2	42
166	4	40
165	6	36
164	8	30
163	10	22
162	4	12
161	3	8
160	2	5
159	2	3
158	1	1

Utilizamos la formula Mdn = N / 2 para determinar la posición de la Mdn

$$Mdn = \frac{42}{2} = 21$$

Por definición el Mo= **163** porque corresponde a la mayor frecuencia

4.6.3. Obtener:

La **media, mediana**, **y el modo** de la siguiente serie estadística de intervalos

x	f	Xm	Xms	u	Fu
41-43	1	42		6	6
38-40	2	39		5	10
35-37	3	36		4	12
32-34	5	33		3	15
29-31	7	30		2	14
26-28	10	27		1	10
23-25	18	24	24	0	0
20-22	12	21		-1	-12
17-19	6	18		-2	-12
14-16	4	15		-3	-12
11-13	7	12		-4	-28
8-10	2	9		-5	-10
5-7	1	6		-6	-6
	78				-13

$$\bar{X} = Xms + \frac{\sum f * u}{N} * i$$

$$\bar{X} = 24 + \frac{(-13) * 3}{78}$$

$$\bar{X} = 24 - \frac{39}{78}$$

$$\bar{X} = 24 - 0{,}5$$

$$\bar{X} = 23{,}5$$

La media aritmética es 23,5

Determinamos la mediana:

x	f	fa
41-43	1	78
38-40	2	77
35-37	3	75
32-34	5	72
29-31	7	67
26-28	10	60
23-25	18	50
20-22	12	32
17-19	6	20
14-16	4	14
11-13	7	10
8-10	2	3
5-7	1	1
	78	

Mdn = N/2 **Mdn** = 78 / 2 = 39

Datos:

Li = 22,5

f = 18

i = 3

fa * m = 32

$$\boldsymbol{Mdn} = Li + \frac{(\frac{N}{2} - fa * m\,)}{f} * i$$

$$\boldsymbol{Mdn} = 22{,}5 + \frac{(39 - 32\,)}{18} * 3$$

$$\boldsymbol{Mdn} = 22{,}5 + \frac{(7{,}3\,)}{18}$$

$$\boldsymbol{Mdn} = 22{,}5 + \frac{21}{18}$$

$$\boldsymbol{Mdn} = 22{,}5 + \ 1{,}17$$

$$\boldsymbol{Mdn} = 23{,}67$$

En consecuencia la mediana es 23,67.

c. Obtenemos el modo:

x	f
41-43	1
38-40	2
35-37	3
32-34	5
29-31	7
26-28	10
23-25	18
20-22	12
17-19	6
14-16	4
11-13	7
8-10	2
5-7	1
	78

Datos:

Li = 22,5

d_1 = 18 - 12 = 6

d_2 = 18 - 10 = 8

i = 3

$$Mo = Li + \frac{\mathbf{d1}}{\mathbf{d1} + \ \mathbf{d2}} x\ i$$

$$Mo = 22{,}5 + \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{6+\,8}} x\ 3$$

$$Mo = 22{,}5 + \frac{\mathbf{18}}{\mathbf{14}}$$

$$Mo = 23{,}79$$

El modo es 23,75

4.6.4. Representar gráficamente:

$$\bar{X} = 23{,}5\,; \quad Mdn = 23{,}67 \quad ; \quad Mo = 23{,}79$$

x	f	Xm
41-43	1	42
38-40	2	39
35-37	3	36
32-34	5	33
29-31	7	30
26-28	10	27
23-25	18	24
20-22	12	21
17-19	6	18
14-16	4	15
11-13	7	12
8-10	2	9
5-7	1	6
	78	

4.6.5. Determinar:

El tercer cuartil, el sexto decil y el C_{80} de la siguiente serie estadística de intervalos:

X	f
66-69	2
62-65	4
58-61	8
54-57	13
50-53	10
46-49	20
42-45	60
38-41	13
34-37	10
30-33	8
26-29	4
22-25	3
18-21	2
14-14	1
	158

Desarrollo:

a. Calculamos el tercer cuartil:

Datos:

Li = 45,5

3N / 4 = 118,5

f = 20

i = 4

fa * m = 101

$Q_3 = 3N / 4$

$Q_3 = 3 (158) / 4$

$Q_3 = 474/4$

$Q_3 = 118{,}5$

x	f	fa
66-69	2	158
62-65	4	156
58-61	8	152
54-57	13	144
50-53	10	131
46-49	20	121
42-45	60	101
38-41	13	41
34-37	10	28
30-33	8	18
26-29	4	10
22-25	3	6
18-21	2	3
14-17	1	1
	158	

$$Q_3 = Li + \frac{(\frac{3N}{4} - fa * m)}{f} * i$$

$$Q_3 = 45{,}5 + \frac{(118{,}5 - 101)}{20} * 4$$

$$Q_3 = 45{,}5 + \frac{(17{,}5 * 4)}{20}$$

$$Q_3 = 45{,}5 + \frac{70}{20}$$

$$Q_3 = 45{,}5 + 3{,}5$$

$$Q_3 = 49$$

El tercer cuartil es 49

b. Cálculo del sexo decil:

x	f	fa
66-69	2	158
62-65	4	156
58-61	8	152
54-57	13	144
50-53	10	131
46-49	20	121
42-45	60	101
38-41	13	41
34-37	10	28
30-33	8	18
26-29	4	10
22-25	3	6
18-21	2	3
14-17	1	1
	158	

$$D_6 = \frac{6N}{10}$$

$$D_6 = \frac{6(158)}{10}$$

$$D_6 = \frac{948}{10}$$

$$D_6 = 94{,}8$$

Datos:

Li = 41,5

6N/10 = 94,8

f = 60

i = 4

*fa * m = 41*

$$D_6 = Li + \frac{(\frac{6N}{10} - fa * m\,)}{f} * i$$

$$D_6 = 41{,}5 + \frac{(94{,}8 - 41)}{60} * 4$$

$$D_6 = 41{,}5 + \frac{53{,}8 * 4}{60}$$

$$D_6 = 41{,}5 + \frac{215{,}2}{60}$$

$$D_6 = 41{,}5 + 3{,}59$$

$$D_6 = 45{,}09$$

El sexto decil es 45,09

c. Hallamos el C_{80}

x	f	fa
66-69	2	158
62-65	4	156
58-61	8	152
54-57	13	144
<u>50-53</u>	<u>10</u>	<u>131 C_{80}</u>
46-49	20	121
42-45	60	101
38-41	13	41
34-37	10	28
30-33	8	18
26-29	4	10
22-25	3	6
18-21	2	3
14-17	1	1
	158	

$$C_{80} = \frac{80N}{100}$$

$$C_{80} = \frac{80(158)}{100}$$

$$C_{80} = \frac{12.640}{100}$$

$$C_{80} = 126{,}40$$

Datos:

Li = 49,50

80N/100 = 126,40

f = 10

i = 4

*fa * m = 121*

$$C_{80} = Li + \frac{(\frac{80N}{100} - fa * \ m)}{f} * i$$

$$C_{80} = 49{,}50 + \frac{(126{,}40 - 121)}{10} * 4$$

$$C_{80} = 49{,}50 + \frac{(5{,}4 * 4)}{10}$$

$$C_{80} = 49{,}50 + \frac{21{,}6}{10}$$

$$C_{80} = 49{,}50 + 2{,}16$$

$$C_{80} = 51{,}66$$

El $C_{80} = 51{,}6$

4.6.6. Calcular:

La media geométrica y la media armónica de la siguiente serie estadística:

◯ x	◯ 40 - 41 - 42 - 43 - 44 - 44 - 45 -

Desarrollo:

a. Calculamos la media geométrica:

$G = \sqrt[N]{X_1 . X_2 . X_3 . \ \ldots X_n}$

$G = \sqrt[8]{40 . 41 . 42 . 43 . 44 . 44 . 45 . 47}$

$G = 43{,}21$

La media geométrica es 43,21.

b. Calculamos la media armónica:

$A = \dfrac{1}{\frac{1}{N}\left(\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \ \ldots + \ \frac{1}{X_n}\right)}$

$A = \dfrac{1}{\frac{1}{8}\left(\frac{1}{40} + \frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \ \frac{1}{44} + \frac{1}{44} + \frac{1}{45} + \ \frac{1}{47}\right)}$

$A = \dfrac{1}{\frac{1}{8}(0{,}185)}$

$A = \dfrac{8}{0{,}185} \ = 43{,}24$

La media armónica es 43,24.

4.7. EJERCICIOS PROPUESTOS

4.7.1. Determina:

La media, mediana y modo de la serie de datos que corresponden a puntajes de un grupo de estudiantes en relación con la memoria de dígitos:

4.7.2. Calcular:

La media, mediana y modo de la serie estadística de frecuencia que representa la estatura de un grupo de estudiantes:

	x		f
	178		1
	177		2
	176		2
	175		1
	174		1
	173		1
	172		1
	171		2
	170		2
	169		2
	168		7
	167		10
	166		4
			36

4.7.3. Obtener:

La media, mediana y modo de la siguiente serie estadística de intervalo. Luego, represente la media, mediana y modo en un polígono de frecuencia:

	x		f
	75 – 79		3
	70 – 74		8
	65 – 69		10
	60 – 64		15
	55 – 59		20
	50 – 54		10
	45 – 49		8
	40 – 44		5
	35 – 39		3
	30 – 34		4
	25 – 29		2
	20 – 24		1
			89

4.7.4. Cuatro profesores de estadística registraron una calificación media en los exámenes de sus alumnos de: 13, 12, 15, 12, 5.

Los cursos estaban formados por: 30, 32, 38 y 40 estudiantes respectivamente.

Determine la calificación media para todos los cursos.

4.7.5. Halle la mediana y el modo de los tiempos de reacción de un individuo a determinados estímulos: 0,53; 0,46; 0,50; 0,49; 0,52; 0,53; 0,44; 0,55.

4.7.6. Entonces el segundo cuartil, el octavo decil y el centil para las calificaciones siguientes: 15,18,19,13,10,11,12,18,15,12,11,09,10,15 ,11,10,14,16,12,09, la mismas que fueron obtenidas en una prueba de matemática.

x	f
180	2
179	4
178	7
177	12
176	5
175	4
174	3

4.7.7. Hallar la media geométrica de: 1, 3, 9, 27 , 81, 243.

4.7.8. Un individuo durante un año, compro gasolina para su automóvil, de acuerdo a los datos que se observan en la siguiente tabla. ¿Cuál fue el costo promedio de gasolina utilizado?

Meses	**E**	**F**	**M**	**A**	**M**	**J**	**J**	**A**	**S**	**O**	**N**	**D**
Precio en sucres por cada galón	5	5	15	15	15	30	30	35	35	35	40	45

4.8. REVISION

4.8.1.	La media aritmética es el valor promedio resultante de dividir un conjunto de valores para el ________________________ total de los mismos	numero
4.8.2.	La siguiente fórmula $\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$ se lo utiliza para hallar la __________________________ de una serie estadística	Media aritmética
4.8.3.	Para mañana las fórmulas: $\bar{X} = \frac{\sum f.Xm}{N}$; $\bar{X} = Xms + \frac{\sum f.u}{N}.i$ Se las utiliza para determinar la media aritmética de una estadística de ________________________.	intervalo
4.8.4.	Su reloj marca 08h32; consultando a la hora a dos amigos, usted encuentra que sus relojes indican 08H 36 y 08 aquí 38 respectivamente. Suponiendo que los tres relojes 100 igualmente buenos, la hora exacta es ____________________________.	08h36
4.8.5.	La mediana ______________________ a la serie ordenada de dos sectores con igual número de casos a cada lado.	divide

4.8.6. La representación gráfica de la mediana en un polígono de frecuencias lo divide en dos partes____________________________. iguales

4.8.7. La mediana de las siguientes datos 18, 17, 15, 14, 14, 13, no sé, es: _________________. 14

4.8.8. La fórmula $Mdn = \frac{N}{2}$ se la utiliza para determinar la _____________de la mediana. posición

4.8.9. La fórmula $Mdn = Li + \frac{\left(\frac{N}{2} - fa.m\right)}{f} . i$ se la utiliza para encontrar forma aproximada el valor de la ___________________. mediana

4.8.10. La fórmula de los cuarteles, decirles y sentí les se tratan de una aplicación de la fórmula de la ____________________. Mediana

4.8.11. El modo de una serie estadística representa el valor que más se _________________ en la serie. repite

4.8.12. En la serie estadística

x	f
180	2
179	4
178	7
177	12
176	5
175	4
174	3

El modo es ______________. 177

4.8.13. La media geométrica es utilizada cuando la serie corresponde a una progresión_________________. geométrica

4.8.14. Fórmula:

$$= \frac{1}{\frac{1}{N}\left(\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \ \ldots + \frac{1}{X_n}\right)}$$

Se la aplica para determinar la media ________________ de una serie. armónica

4.9. AUTOEVALUACIÓN

4.9.1. Señale con una X cuáles de las siguientes son medidas de tendencia central.

- ◯ a. Desviación media.
- ◯ b. Mediana.
- ◯ c. Desviación típica
- ◯ d. Modo.
- ◯ e. Media aritmética.

4.9.2. Cuál de las siguientes frases describe mejor lo que es la media aritmética.

- ◯ a. Es un promedio de datos.
- ◯ b. Es el valor promedio de un conjunto de datos.
- ◯ c. Es el valor medio de los datos divididos por el número de Casos.
- ◯ d. Es la suma de los datos dividida por el número de casos.

4.9.3. Señale todas las posibles proporciones que sean equivalentes a la mediana.

- ◯ a. El segundo cuartil.
- ◯ b. El percentil 25.
- ◯ c. El quinto decir.
- ◯ d. El percentiles 50.

4.9.4. La siguiente tabla indica los salarios de 50 empleados de una empresa.

x	f
5600	4
6000	10
6400	12
6800	15
7200	5
7600	3
8000	1
	50

La media de esta distribución es:

- ◯ a. 6800
- ◯ b. 6560
- ◯ c. 6400
- ◯ d. ninguna de las soluciones anteriores.

4.9.5. Señale el valor de mediana de la siguiente sería estadística:

x	f	fa

39 38 37 36	2 2 3 5	29 27 25 22	
35	8	17	Mdn
34 33 32 31 30	2 3 2 1 1	9 7 4 2 1	
	29		

$$Mdn = \frac{N}{2} = \frac{29}{2} = 14{,}5$$

- ◯ a. 14,5
- ◯ b. 17.
- ◯ c. 8.
- ◯ d. 35.

9.9.6. La distribución de los ingresos mensuales de una muestra de profesores es:

Ingreso mensual	f
Más de	
15,000-15,999	8
14,000-14,999	15
13,000-13,999	12
12,000-12,999	28
11,000-11,999	19
10,000-10,999	18
9000-9999	18
8000-8999	20
7000-7999	1
6000-6999	0
menos de	
5000 - 5999.	1
	140

Obtener un promedio que sea el más adecuado para estos datos, sabiendo que una de las alternativas siguientes constituye la solución buscada:

- ◯ 11499,5
- ◯ 11,000
- ◯ 11,631.08
- ◯ ninguna de las soluciones anteriores.

4.9.7. Señale cuál es de las mías no son verdaderos:

- ◯ El sentido 75 coincide con el tercer cuartil
- ◯ El sentir 50 coincidir con la mediana o segundo cuartil
- ◯ El sentir 25 coincide con el primer cuartil.
- ◯ Los enunciados anteriores son falsos.

4.9.8.1 de las siguientes proposiciones es verdadera señale la con una X.

- ◯ Media armónica es el recíproco de la media.
- ◯ La media geométrica no puede usarse como el valor de una cualquiera de las medidas y cero o negativa.
- ◯ El modo es el valor que se representa con más frecuencia.
- ◯ Las propiedades anteriores son falsas.

4.9.9. El número de accidentes producidos en una ciudad durante un año fueron.

MESES	**E**	**F**	**M**	**A**	**M**	**J**	**J**	**A**	**S**	**O**	**N**	**D**
Número de Accidentes	4	5	3	3	12	8	5	3	5	6	3	3

El modo de esta serie es:

- ◯ 5
- ◯ 8
- ◯ 12
- ◯ Ninguna de las soluciones anteriores.

4.9.10. Para la siguiente serie con intervalos:

x	**f**
16-19	4
20-23	3
24-27	2
28-31	8
32-35	12
36-39	20
40-43	10
44-47	5
48-51	0
52-55	1

El valor aproximado del modo es:

- ◯ 37, 28.
- ◯ 35.5.
- ◯ 20.
- ◯ Ninguna de las soluciones anteriores.

4.9.11. Los valores siguientes representan las calificaciones de 34 alumnos de un colegio, de la asignatura de matemática:

x	f
18-20	5
15-17	3
12-14	16
9-11	5
6-8	5
	34

Señala cuál de las siguientes alternativas es correcta y que corresponden al cálculo de la mediana, media y modo:

- ◯ $\bar{X} = 13; Mdn = 14; Mo = 12.$
- ◯ $\bar{X} = 12{,}5; Mdn = 13{,}4; Mo = 13{,}9.$
- ◯ $\bar{X} = 12{,}82; Mdn = 12{,}81; Mo = 12{,}88.$
- ◯ Ninguna de las soluciones anteriores.

4.9.12. En el siguiente polígono de Frecuencias constan la media, mediana y modo:

Señale a cuál de las alternativas corresponde representación:

- ◯ $\bar{X} = 16; Mdn = 12; Mo = 18.$
- ◯ $\bar{X} = 12{,}82; Mdn = 12{,}81; Mo = 12{,}88.$
- ◯ $\bar{X} = 13; Mdn = 16; Mo = 13.$
- ◯ $\bar{X} = 12{,}5; Mdn = 12{,}7; Mo = 14.$

4.9.3. La mediación métrica de las series 3,5 y 14 es:

- ◯ 7
- ◯ 8
- ◯ 3,5
- ◯ Ninguna de las soluciones anteriores.

4.9.14. Las ciudades A, B y C, Una con respecto a la otra se encuentran en la misma distancia. Un automovilista viaja de A hacia B a 40km/h, de B hacia C a 50km/h y de C hacia A a 60km/h. El promedio de velocidad para cubrir la distancia entre las tres ciudades es de:

- ◯ 40,50 km/h
- ◯ 55,12 km/h
- ◯ 48,65 km/h
- ◯ Ninguna de las soluciones anteriores.

Verifique las respuestas de la autoevaluación en la página 339.

CUARTA UNIDAD

EJERCICIO Nº 1

Escriba una síntesis que diga relación con la clasificación y definición de cada una de las medidas de tendencia central.

2. El peso en kilogramos de un grupo de personas es:

48-50-52-46-40.

Calcular:

a. La media aritmética
b. La mediana
c. La media geométrica.

ASESORÍA:

Exprese las soluciones con dos decimales de aproximación.

3. Con los datos que constan en el siguiente cuadro estadístico, calcular:

a. La media aritmética.
b. La mediana.
c. El modo.
d. Represente los valores encontrados en el polígono de frecuencias.

Estatura	Número de alumnos
160	6
159	12
158	14
157	16
156	10
155	9
154	8
153	6
152	5
151	4

4. Calcular la media aritmética aplicando los dos métodos para los datos que se observan en siguiente cuatro:

X	F
133-137	8
138-142	10
143-147	16
148-152	14
153-157	7
158-162	4

5. Calcular la mediana de los datos que constan en el siguiente cuadro y representa el valor encontrado un polígono de frecuencia:

X	F
156-162	12
149-155	18
142-148	25
135-141	20
128-134	10
121-127.	9

6. De la siguiente serie estadística de intervalos:

X	F
128-132	12
133-137	14
138-142	16
143-147	15
148-152	13
153-157	7
158-162	3

7. Calcular los cuarteles uno y dos para la siguiente serie estadística de intervalo:.

X	f
8	12
6-90	14
81-85	18
76-80	20
71-75	16
66-70	15
61-65	14
56-60	
	109

8. Determinen los deciles 5 y 6 con los datos que se registran en el siguiente cuadro estadística:

X	f
8	7
0-84	9
75-79	16
70-74	11
65-69	10
60-64	8
55-59	6
50-54	3
45-49	
	109

9. Determinen los centiles 10 y 30 de la serie que se encuentra en el siguiente cuadro estadístico:

X	f
19-	7
21 22-24	10
25-27 28-	13
30 31-33	18
34-36 37-	16
39 40-42	12
	9
	6
	109

EJERCICIO N 2

1. La edad de un grupo de personas es:

35 – 40 – 35 – 38 – 36 – 35 - 39

Calcular:

a. La media aritmética.
b. La mediana.
c. El modo.
d. La media geométrica.
e. La media armónica.

2. Calcular:

a. La media aritmética.
b. La mediana.
c. El modo.

d. Representan los valores encontrados en un polígono de frecuencias, teniendo como datos los que constan en el siguiente cuadro estadístico:

Peso	Número de alumnos
54	12
53	14
52	17
51	20
50	16
49	14
48	10
47	8
46	6
45	3

3. Determinar el valor de la media aritmética, aplicando uno Cualquiera de los métodos, con los datos que usted encuentra en el siguiente cuadro:

X	f
20-24	8
25-29	10
30-34	12
35-39	15
40-44	18
45-49	11
50-54	10
55-59	9
60-64	7
65-69	6

4. Calcula la mediana con la información que encuentra en el siguiente cuadro:

estatura	f
138-142	12
143-147	14
148-152	15
153-157	18
158-162	11
163-167	9
168-172	5

5. El modo de la siguiente sería estadística de intervalos:

X	f
148-152	5
143-147	7
138-142	12

133-137	18
128-132	8
123-127	4

.

6. Determinar los cuarteles de la siguiente serie:

Calificaciones	f
20	5
19	8
18	10
17	12
16	15
15	9
14	8
13	7
12	6
11	4
10	3
09	2

7. Calcular los desfiles 4 y 5 de la serie que se registra a continuación:

Peso	f
70-74	7
65-69	9
60-64	10
55-59	13
50-54	15
45-49	8
40-44	5
35-39	3

8. Determinen los gentiles 50 y 60 de la siguiente serie:

Edad	f
34-36	10
37-39	12

◯	40-42	◯	15
◯	43-45	◯	18
◯	46-48	◯	9
◯	49-51	◯	4
◯	52-54	◯	3
◯	55-57	◯	1

Lectura recomendada

Importancia de la estadística

La evolución alcanza a todos los campos de actividad y el de estadístico no podía ser una acepción sin embargo así como otras ciencias se ha ido desarrollando paulatina pero continuada y progresivamente la estadística conocí o varios siglos de desarrollo tímido de casi un total estancamiento hasta que puede decirRecientemente desde que surgió la teoría de la probabilidad en el siglo XVIII y las matemáticas constituyen la base principal de los investigadores la ciencia estadística comienza experimentar un desenvolvimiento espectacular la estadística estudia los fenómenos, nos demográficos psicológicos económicos los gobiernos las empresas las personas naturales necesitan indispensablemente de las estadísticas para llevar a cabo una política industrial agraria comercial etc. congruente con la realidad económica de cada país sector etc.los congreso las conferencias las publicaciones estadísticas son más Numerosas los discursos de los políticos se basan más y más información es estadísticas y los estadísticos profesionales se multiplican y la estadística como asignatura va encontrando en gran parte de las facultades y escuelas especiales más o menos profundamente por todo ello los organismos oficiales estadísticos de todos los países Moderadamente están cada día vinculados más directamente con sus gobiernos respectivos

Se ha podido comprobar que desde los primeros tiempos de la existencia del hombre ha existido las estadísticas si bien en sus comienzos era una expresividad rudimentaria era un simple recuentos de los elementos o unidades constitutivos de una población dada personas viviendas guerreros etc.

Es decir las estadísticas siguen siendo las colecciones de datos numéricos como los generan en la antigüedad la gran diferencia entre aquellas estadísticas y las actuales es que en nuestros días somos más expresivos más complejos sus procedimientos de atención análisis medición son más matemáticos los campos de los que se obtienen las estadísticas prácticamente son todos de la actividad o interés humano.

Anteriormente sólo se deseaba conocer el número de tribus de viviendas lacustres Cuevas etc. Ahora por ejemplo la población constituida por seres humanos se la estudia exhaustivamente conjugando el número de habitantes con la raza la edad la profesión la instrucción la superficie el sexo de la religión el estado civil como el área geográfica estatal regional provincial municipal de la pequeña entidad demográfica etc.

En los primeros tiempos era preciso analizar un recuento completo de cualquier población para saber su total de composición ahora es suficiente con estudiar o investigar un aprobó las Sion reducida de la total o a través de la metodología de la estadística para llegar a iguales o parecidos resultados

Faltaba por decir de momento que los datos numéricos recopilados para que se construyan una estadística de presentarse ordenados de forma sistemática.

Cuando se planifica la realización de una estadística se hace con el plan correspondiente al explotación posterior de datos escogidos ido los medios y el método a emplear en investigación es decir Prevalece un criterio una orden un sistema tanto para la capitación la información como para la obtención de los resultados y la asignación que estos pueden suministrar en cada caso

Las estadísticas de vencer comparables en tiempo y en espacio eso compara habilidad es una de las más grandes virtudes de la que goza para las cifras comparable separadas por los años y las fronteras o confines más reducidos es preciso que los datos recopilados pueden ordenarse sistemáticamente

En la actualidad las sesiones internacionales de las estadísticas son números haz y tienen por objeto unificar normalizar y tipificar los conceptos o sistemas nacionales para que sea posible obtener y publicar estadísticas conjuntas de diversos países y sean comparables a sus resultados.

Concepto

Estadística es la ciencia aplicada de base matemática que investigar los pin o menos colectivos mediante la descripción el análisis y la predicción de los mismos

Es ciencia porque analiza descubre leyes y predice trata de los fenómenos colectivos porque construye el objeto de su estudio describe porque define a las características de los fenómenos que se observa analiza porque compara la teoría y la realidad y predice ya que suministra resultados futuros basándose en hechos ya cumplidos

Según la definición la estadística estudia los fenómenos colectivos es decir los de masa las poblaciones los conjuntos formados de elementos

Se habla de la pro población ecuatoriana o alemana de la población activa etc. en singular cuando pueden estar firmadas por millones de unidades en este caso personas cada persona dentro de estas poblaciones tiene sus características propias pero todos.

Es en el colectivo tiene no pueden tener unas características a fines o similares para estudiar estos colectivos se precisa una metodología distinta a la necesaria para conocer unidad de grupos reducidos de ellas.

(Tomado de estadistica general modernal

Dr. Pedro Pablo Caicedo Muños

Paginas 1, 2, 3)

5ta. UNIDAD

Medidas de dispersión

QUINTA UNIDAD

MEDIDAS DE DISPERCIÓN

Contenidos:

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Al terminar el estudio de esta unidad, usted estará en capacidad de:

1. Dar el significado de medidas de dispersión y señalar su clasificación.
2. Enunciar las definiciones de las diversas medidas de DISPERSIÓN.
3. Calcular la desviación media, varianza y desviación típica de una serie estadística.
4. Calcular la desviación media, varianza y desviación típica de una serie estadística de frecuencia.
5. Calcular la desviación media, varianza y desviación típica de una serie estadística de intervalos.
6. Enunciar y distinguir las propiedades y aplicaciones de la desviación media, varianza y desviación típica.
7. Calcular el coeficiente de variación y la puntuación tipificada.

Para el logro de estos objetivos, usted debe:

1. Contestar la autoevaluación con un nivel de eficiencia del 100%
2. Hacer la revisión de esta unidad verificando sus respuestas con aquellas que ofrecemos al margen.
3. Resolver los ejercicios propuestos.

5. MEDIDAS DE DISPERCIÓN

Si analizamos las siguientes edades de un grupo de alumnos correspondientes a un mismo curso de un colegio diurno y otros nocturnos:

Colegio diurno: 16,17,19,18,15,17,16,18,20,17.

Colegio nocturno: 14,19,18,17,26,15,16,14,19,15.

La media en un colegio diurno es:

$\bar{x}= \frac{\sum x}{N} = \frac{173}{10} = 17{,}3$

La media en el colegio nocturno es:

$$\bar{x}= \frac{\sum x}{N} = \frac{173}{10} = 17{,}3$$

Se observa que la media en ambos casos es **17,3**; sin embargo, de ello, apreciamos que se trata de grupos muy diferentes entre sí.

En el colegio diurno los alumnos tienen edades que oscilan entre 15 y 20 años, es decir, edades muy próximas a la media.

En cambio, en el colegio nocturno estas edades se separan mucho de la media. Ambos grupos tienen media igual, pero creemos que se trata de una información incompleta ya que las medidas de tendencia central no son confiables para un análisis minucioso de una serie; en este caso nos interesa conocer, además, con cuanto se separan unos datos con respecto a la madia

En consecuencia, las medidas de dispersión nos manifiestan claramente el valor con el cual se separan los datos en relación con su media.

Así, si anticipamos cálculos, la desviación típica para el colegio diurno es 1,42 y para el colegio nocturno es 3,41. Con esto, queremos resaltar que las edades del primer grupo difieren entre sí en apenas 1,42, mientras que en el segundo grupo las edades se separan en 3,41. Las edades del colegio diurno resaltan más homogéneas.

5.1. DESVIACIÓN MEDIA

Es el cociente que resulta de dividir la suma aritmética de las desviaciones para el número de casos.

5.1.1. DESVIACÓN MEDIA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA

Para el cálculo de la desviación media de una serie estadística utilizamos la fórmula:

$$DM= \frac{\sum . d}{N}$$

En donde:

DM= desviación media

$\sum . d$ = sumatoria de las desviaciones

N= número de casos

Esta fórmula se fundamenta exactamente en la definición dada anteriormente y en la cual **d=** x-$\bar{x}$, o, lo que es lo mismo, desviación es igual a la diferencia entre la variable y la media aritmética.

Ejemplo:

Si las calificaciones de una prueba de estadística para un grupo de 6 estudiantes son:

x
20
18
17
15
14
13

Calcular la desviación media.

Desarrollo:

x	D = x - $\bar{x}$
20	3,83
18	1,83
17	0,83
15	-1,17
14	-2,17
13	-3,17
97	13,00

$$\boxed{\bar{x}= \frac{\sum . x}{N}}$$

$$\bar{x}= \frac{97}{6} = 16,17$$

$$\boxed{D= x - \bar{x}}$$

D = 20- 16,17 = 3,83

$$\boxed{DM= \frac{\sum . d}{N}}$$

$$DM= \frac{13}{6} = 2,17$$

Este es un valor que nos señala con cuanto se separan las calificaciones de este grupo de alumnos con relación a la media aritmética.

Procedimiento:

Al observar el desarrollo del ejemplo anterior podemos deducir el siguiente procedimiento:

1. Se determina la media aritmética

$\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$

2. Se calcula las desviaciones utilizando la fórmula:

D = x - $\bar{x}$

3. Se suman aritméticamente las desviaciones, es decir, sin tomar en cuenta el signo que procede a cada desviación.
4. Se aplica la fórmula:

DM= $\frac{\sum . d}{N}$

5.1.2. DESVIACIÓN MEDIA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE FRECUENCIA

La desviación media de una serie estadística de frecuencia se la obtiene de la siguiente fórmula:

DM= $\frac{\sum . d}{N}$

En la cual:

DM= desviación media

$\sum f . d$ = sumatoria del producto de las frecuencias por las desviaciones

N= número total de casos

Ejemplo:

El peso en kilogramos (kg) registrado para un grupo de señoritas es:

x	f
51	1

Hallar la desviación media.

50	5
49	3
48	5
47	3
46	2
45	2
44	1

x	f	x.f	d	f.d
51	1	51	3,37	3,37
50	5	100	2,37	4,74
49	3	147	1,37	4,11
48	5	240	0,37	1,85
47	3	141	-0,63	-1,89
46	2	92	-1,63	-3,26
45	2	90	-2,63	-5,26
44	1	44	-3,63	-3,63
	19			28,11

$$\boxed{\bar{x}= \frac{\sum x.f}{N}}$$

$\bar{x} = \frac{905}{19}$ = 47,63 kg

$$\boxed{D = x - \bar{x}}$$

D= 51 – 47,63 = 3,37

$$\boxed{DM = \frac{\sum f.d}{N}}$$

DM= $\frac{28,11}{19}$= 1,48 kg, que es el valor con el cual cada valor de la variable difiere con respecto a la media aritmética

Procedimiento:

1. Se obtiene la media aritmética de la serie de frecuencias:

$\bar{x}= \frac{\sum x.f}{N}$

2. Se determinan las desviaciones:

d= x - $\bar{x}$

3. Se encuentra el producto de las frecuencias por las desviaciones (f.d).

4. Se suma aritméticamente el producto de las frecuencias por las desviaciones, esto es, sin tomar en cuenta el signo.
5. Utilizamos la fórmula:

DM= $\frac{\sum f.d}{N}$

DESVIACIÓN MEDIA DE UNA SERIE ESTADÍSTICAS DE INTERVALOS

La fórmula que nos permite hacer los cálculos correspondientes a la desviación media de una serie estadística de intervalos es:

DM= $\frac{\sum f.d}{N}$

En donde:

DM= desviación media

$\sum f.d$ = sumatoria del producto de las frecuencias por las desviaciones

N= número total de casos

Ejemplo

Mediante la aplicación de un cuestionario se escogieron los siguientes datos, que tienen relación con la edad de un grupo de personas

x	f
16 – 19	4
20 – 23	3
24 – 27	2
28 – 31	8
32 – 35	12
36 – 39	20
40 - 43	10
44 – 47	5
48 – 51	0
52 – 55	1
	65

Hallar la desviación media:

x	f	Xm	Xms	u	f.u	d	f.d
16 – 19	4	17,5		-5	-20	-17,42	-69,68
20 – 23	3	21,5		-4	-12	-13,42	-40,26
24 – 27	2	25,5		-3	-6	-9,42	-18,84
28 – 31	8	29,5		-2	-16	-5,42	-43,36
32 – 35	12	33,5		-1	-12	-1,42	-17,04
36 – 39	20	37,5	37,5	0	0	2,58	51,60
40 - 43	10	41,5		1	10	6,58	65,80
44 – 47	5	45,5		2	10	10,58	52,90
48 – 51	0	49,5		3	0	14,58	0

52 – 55	1	53,5		4	4	18,58	15,58
	65				-42		378,06

$\bar{x}$ = Xms + $\frac{\sum f.d}{N}.i$

$\bar{x}$= 37,5 + $\frac{(-42)}{65}.4$

$\bar{x}$= 37,5 – 2,58

$\bar{x}$= 34,92 años

$\boxed{d = Xm - \bar{x}}$

D = 17,5 – 34,92

D = -17,42

Y así sucesivamente.

$\boxed{DM= \frac{\sum f.d}{N}}$

DM= $\frac{378,06}{65}$

DM= 5,82 años, que es el valor que indica con cuanto se separan las edades de cada una de las personas con respecto a la media.

Procedimiento

1. Se encuentra el valor de la media aritmética de la serie estadística de intervalos

$\bar{x}$= Xms + $\frac{\sum f.d}{N}.i$

2. Se obtienen las desviaciones:

D = Xm - $\bar{x}$

Siendo, Xm, en este caso, los puntos medios de cada uno de los intervalos.

3. Encontramos el producto de las frecuencias por las desviaciones (f.d).
4. Sumamos aritméticamente los productos de (f.d), esto sin tomar en cuenta los signos.
5. Aplicamos la fórmula:

DM= $\frac{\sum f.d}{N}$

5.1.4. PROPIEDADES Y APLICACIONES

5.1.4.1. PROPIEDADES

- La suma algebraica de las desviaciones (x-$\bar{x}$)=0

Ejemplo:

x	d
18	4
16	2
14	0
12	-2
10	-4
70	0

$\bar{x}= \frac{70}{5}= 14$

$$\boxed{d = X - \bar{x}}$$

d = 18-14 = 4

$\sum d = 0$

- La desviación media constituye una buena medida de dispersión, porque el número de casos no influye en el resultado.

Ejemplo:

De los ejemplos desarrollados anteriormente podemos citar la parte que nos interesa, así:

DM=$\frac{13}{6}$ = 2,17

DM= $\frac{28,11}{19}$=1,48

DM= $\frac{378,06}{65}$= 5,82

- La desviación media es la media aritmética de las desviaciones, sin tomar en cuenta el signo (-).

Ejemplo:

Dm= $\frac{\sum d}{N}$ y $\frac{\sum x}{N}$=$\bar{x}$

Por tanto:

$$\boxed{DM= \bar{X} \text{ de d}}$$

5.1.4.2. Aplicaciones

- Cuando se quiere examinar la dispersión de la variable con respecto al promedio.
- Cuando se quiere establecer con cuanto están dispersor los valores de la variable en relación con otros valores muy grandes o muy pequeños.
- El cálculo de las desviaciones (d=x - $\bar{x}$) es muy utilizado en la determinación de la desviación tipificada, correlaciones y regresión.

— En la práctica, el uso de la desviación media ha sustituido por la desviación típica.

5.2 VARIANZA

La varianza también cuantifica el valor de la dispersión de la variable con respecto al promedio (media); es la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones.

5.2.1. VARIANZA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA

De acuerdo a la definición dada anteriormente, la varianza se la encuentra utilizando la fórmula:

$\sigma^2 = \frac{\sum_d 2}{N}$

En donde:

σ^2= varianza

$\sum_d 2$ = sumatoria de las desviaciones al cuadrado

N= número total de casos

d= x-$\bar{x}$

d^2= (x-$\bar{x}$)^2

Ejemplo:

La estatura en centímetros de un grupo de estudiantes es:

x
160
164
165
166
168
169
170

Hallar la varianza.

Desarrollo

x	d	d^2
160	-6	36
164	-2	4
165	-1	1
166	0	0
168	2	4
169	3	9
170	4	16
1.162		70

$$\boxed{\bar{x}= \frac{\sum x}{N}}$$

$\bar{x}= \frac{1.162}{7}$= 166 cm

$$\boxed{\sigma^2= \frac{\sum_d 2}{N}}$$

$\sigma^2=\frac{70}{7}$

σ^2-10 cm^2 este valor no es real en cuanto a que señala la solución en cantidades cuadradas y no podemos decir los valores de la variable se encuentra disperso con relación a la media en 10 cm^2

Procedimiento:

1. Se obtiene la media aritmética

$$\boxed{\bar{x}= \frac{\sum.x}{N}}$$

2. Se calcula la desviación para cada uno de los valores de la variable:

$$\boxed{d= x - \bar{x}}$$

3. Se elevan al cuadrado cada una de las desviaciones

$$\boxed{d^2= (x - \bar{x})^2}$$

O también

$$\boxed{d^2= d.d}$$

4. Se obtiene la varianza a través de la fórmula:

$$\boxed{\sigma^2= \frac{\sum_d 2}{N}}$$

5.2.2. VARIANZA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE FRCUENCIA

Cuando se considera una serie estadista de frecuencia, la varianza está dada por las siguientes fórmulas:

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{\sum_d 2}{N}}$$

En donde:

σ^2= varianza

$\sum_d 2$ = sumatoria de las desviaciones al cuadrado

N= número total de casos

Ejemplo:

Las clasificaciones registradas por un grupo de alumnos en la asignatura de literatura son:

x	f
11	1
12	2
13	2
14	1
15	3
16	8
17	2
18	3
19	2
20	1

Calcular la varianza

X	f	x.f	d	d^2	f.d^2
11	1	11	-4,76	22,66	22,66
12	2	24	-3,76	14,14	28,28
13	2	26	-2,76	7,62	15,24
14	1	14	-1,76	3,10	3,10
15	3	45	-0,76	0,58	1,74
16	8	128	0,24	0,06	0,48
17	2	34	1,24	1,54	3,08
18	3	54	2,24	5,02	15,06
19	2	38	3,24	10,50	21,00
20	1	20	4,24	17,98	17,68
	N=25	394			128,62

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum x.f}{N}}$$

$\bar{x} = \frac{394}{25} = 15,76$

$\boxed{d = x - \bar{x}}$

d= 11 – 15,76=4,76

$\boxed{d^2 = d.d}$

d^2= (-4,76) (-4,76) = +22,66

$\boxed{\sigma^2 = \frac{\sum d\,2}{N}}$

$\sigma^2 = \frac{128,62}{25}$

σ^2= 5,14

Procedimiento:

1. Se determina la media aritmética

$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum x.f}{N}}$

2. Se obtienen las desviaciones

$\boxed{d = (x - \bar{x})}$

3. Se elevan al cuadrado las desviaciones

$\boxed{d = (x - \bar{x})\text{^}2}$

O también

$\boxed{d^2 = d.d}$

4. Se encuentra el producto de las frecuencias por las desviaciones al cuadrado:

$\boxed{f.d^2}$

5. Se aplica la fórmula

$$\sigma^2 = \frac{\sum_d 2}{N}$$

VARIANZA DE UNA SERIE ESTADÍTICA DE INTERVALOS

Cuando se trata de una serie estadística de intervalos, el cálculo de la varianza se realiza mediante la fórmula:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_d 2}{N}$$

En la cual:

σ^2= varianza

$\sum_d 2$ = sumatoria del producto de las frecuencias por las desviaciones al cuadrado

N= número total de casos

Ejemplo:

Conocemos que las edades de los profesores de educación media del cantón Loja, para 1980, fueron:

x	f
21 – 25	83
26 – 30	191
31 – 35	99
36 – 40	67
41 – 45	41
46 – 50	27
51 – 55	16
56 – 60	7
61 - 65	4
	535

Hallar la varianza.

Desarrollo:

X	f	Xm	f.Xm	d	d^2	f.d^2
21 – 25	83	23	252	-9,96	99,20	8.233,60
26 – 30	191	28	406	-4,96	24,60	4.698,60
31 – 35	99	33	848	0,04	0,0016	0,16
36 – 40	67	28	1.296	5,04	25,40	1.701,80
41 – 45	41	43	1.763	10,04	100,80	4.132,80
46 – 50	27	48	2.546	15,04	226,20	6.107,40
51 – 55	16	53	3.267	20,04	401,60	6.425,60
56 – 60	7	58	5.348	25,04	627,00	4.398,00
61 - 65	4	63	1.909	30,04	902,40	3.609,40
	535		17.635			39.298,36

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum f.Xm}{N}}$$

$\bar{X} = \frac{17.635}{535}$

$\bar{X} = 32{,}96$

$$\boxed{d = Xm - X}$$

d = 23 – 32,96= -9,96

$$\boxed{d^2 = d.d}$$

d^2= (-9,96) (-9,96) = +99,20

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{\sum_d 2}{N}}$$

$\sigma^2 = \frac{39.298{,}36}{535}$

$\sigma^2 = 73{,}46$

Procedimiento:

1. Calculamos la media aritmética de una serie de intervalos

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum f.Xm}{N}}$$

2. Determinaos el valor de las desviaciones

$$\boxed{d = Xm - \bar{x}}$$

3. Elevamos cada una de las desviaciones al cuadrado:

O también

$$d=(Xm - \bar{x})^2$$

$$d^2 = d.d$$

4. Obtenemos el producto de las frecuencias por las desviaciones al cuadrado:

$$f.d^2$$

5. Aplicamos la fórmula de la varianza

$$\sigma^2 = \frac{\sum d\,2}{N}$$

5.2.4. PROPIEDADES Y APLICACIONES

5.2.4.1. Propiedades

- La varianza es siempre una cantidad positiva

Ejemplo:

x	d	d^2
18	4	16
16	2	4
14	0	0
12	-2	4
10	-4	16
		40

$$\sigma^2 = \frac{\sum d\,2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{40}{5}$$

$$\sigma^2 = 8$$

- La varianza es siempre mayor o igual que la desviación media.

Ejemplo:

x	d	d^2
20	3,83	14,67
18	1,83	3,35
17	0,83	0,69
15	1,17	1,37
14	2,17	4,71

13	3,17	10,05
	13,00	34,84

$$\boxed{DM=\frac{\sum_{d} 2}{N}}$$

DM= $\frac{13}{6}$

DM= 2,17

$$\boxed{\sigma^2= \frac{\sum_{d} 2}{N}}$$

$\sigma^2 = \frac{34{,}84}{6}$

σ^2= 5,81

- Cuanto mayor es el grado de dispersión, mayor es el valor de las desviaciones de la variable con respecto a la madia aritmética.

Ejemplo:

x	d	d^2
5	-6,83	46,65
10	-1,83	3,35
11	-0,83	0,69
12	0,17	0,03
13	1,17	1,37
20	8,17	66,75
		118,84

$$\boxed{\sigma^2= \frac{\sum_{d} 2}{N}}$$

$\sigma^2 = \frac{118{,}84}{6}$

σ^2= 19,81

5.2.4.2. Aplicaciones

- Su mayor utilidad se presenta en la estadística inductiva o inferencial.
- La varianza es una medida de dispersión que se la utiliza con poca frecuencia ya que ha sido sustituida por la aplicación de la desviación típica.

DESVIACIÓN TÍPICA

Es la medida de dispersión más fiable y se define como la raíz cuadrada de la media de los cuadrados de las desviaciones, o lo que es lo mismo, como la raíz cuadrada de la varianza.

5.3.1. DESVIACIÓN TÍPICA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA

Para efectos de cálculo de la desviación típica de una serie estadística, podemos hacer uso de la fórmula:

$$\boxed{\sigma = \frac{\sqrt{\sum . d\ 2}}{N}}$$

En la cual:

A= desviación típica

$\sum_{d} 2$ = sumatoria de las desviaciones al cuadrado

N= número de total de casos

D= x- $\bar{x}$

d^2 = (x- $\bar{x}$)^2

Ejemplos:

a) Si la estatura en centímetros de 8 personas está dada por los siguientes datos:

x
170
169
168
167
166
165
164
163

Hallar la desviación típica.

Desarrollo:

x	d	d^2
170	3,5	12,25
169	2,5	6,25
168	1,5	2,25
167	-0,5	0,25
166	-1,5	0,25
165	-2,5	2,25
164	-3,5	6,25
163		12,25
1,332		42,00

$$\boxed{\bar{X}= \frac{\sum x}{N}}$$

$\bar{X}= \frac{1.332}{N}$

$\bar{X}$= 166,5 cm

$$\boxed{d= x - \bar{x}}$$

D= 170 – 166,5

D= 3,5

$$\boxed{d^2=d.d}$$

d^2= (3,5) (3,5)

d^2= 12,25

$$\boxed{\sigma= \sqrt{\frac{\sum_d 2}{N}}}$$

$\sigma= \sqrt{\frac{42}{8}}$

$\sigma=\sqrt{5,25}$

σ= 2,29 cm

Este valor representa el grado de dispersión que existe entre los valores de la variable en comparación con la media aritmética.

Así: 2,29 cm es el valor que señala en cuanto se separa la estatura de 170 cm con respecto a la media 166,55 cm.

Procedimiento:

1. Determinamos la media aritmética de la serie estadística:

$\bar{x}= \frac{\sum x}{N}$

2. Encontramos las desviaciones

$d = x - \bar{x}$

3. Elevamos al cuadrado cada una de las desviaciones

d^2= d. d

4. Aplicamos la formula

σ= $\sqrt{\frac{\sum.d^2}{N}}$

b) El ejemplo anterior, y que se refiere a la estatura de 8 personas, en la cual se plantea como interrogante la determinación de la desviación típica, también la podemos calcular por intermedio de la siguiente formula:

$$\boxed{\sigma= \sqrt{\frac{\sum.x^2}{N}- (\frac{\sum x}{N})^2}}$$

La misma que constituye una transformación de la formula señalada anteriormente, por cuanto:

$$\boxed{\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{(x-\overline{x})}{}^2}{N}}}$$

Y, mediante operaciones algebraicas, se llega finalmente a la expresión:

$$\boxed{\sigma= \sqrt{\frac{\sum.x^2}{N} - (\frac{\sum.x}{NJ})^2}}$$

Esta fórmula resulta muy práctica cuando los datos representados por valores de una o dos cifras

Desarrollo

x	x^2
170	28,900
169	28,561
168	28,224
167	27,889
166	27,556
165	27,225
164	26,896
163	26,569
1.332	221,820

$$\boxed{\sigma= \sqrt{\frac{\sum_x 2}{N} - (\frac{\sum.x}{N})^2}}$$

$$\sigma= \sqrt{\frac{221.820}{8} - (\frac{1.332}{8})^2}$$

$$\sigma = \sqrt{27.727{,}5 - 27.722{,}25}$$

$$\sigma = \sqrt{5{,}25}$$

σ= 2,29 cm

5.3.2. DESVIACIÓN TÍPCA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA DE FRECUENCIA

Para el cálculo de la desviación típica de una serie estadística de frecuencia, haremos uso de la fórmula:

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{f.d}2}{N}}}$$

Siendo:

σ= desviación típica

$\sum_{f.d} 2$ = sumatoria del producto de frecuencias por desviaciones al cuadrado

N= número total de casos

Ejemplo:

a) Los pesos en kilogramos de un grupo de señoras arrojan los siguientes datos:

x	f
52	2
51	3
50	4
49	5
48	7
47	3
46	2
45	2
44	1
43	1

Hallar la desviación típica.
Desarrollo:

x	f	x.f	d	d^2	f.d^2
52	2	104	3,73	13,91	27,82
51	3	153	2,73	7,45	22,35
50	4	200	1,73	2,99	11,96
49	5	245	0,73	0,53	2,65
48	7	336	-0,27	0,07	0,49
47	3	141	-1,27	1,61	4,83
46	2	92	-2,27	5,15	10,3
45	2	90	-3,27	10,69	21,38
44	1	44	-4,27	18,23	18,23
43	1	43	-5,27	27,77	27,77
	30	1.448			147,78

$$\boxed{\bar{x}= \frac{\sum x.f}{N}}$$

$\bar{x}= \frac{1.448}{30}$

$\bar{x}$= 48, 27 kg

$$\boxed{d^2\text{=x-}\bar{X}}$$

d= 52-48,27

d=3,73

$$\boxed{d^2\text{=d.d}}$$

d^2= (3,73) (3,73)

d^2=13,91

$$\boxed{\sigma= \sqrt{\frac{\sum f.d\,2}{N}}}$$

$\sigma= \sqrt{\frac{147,78}{30}}$

$\sigma= \sqrt{4,93}$

σ=2,22 kg

Procedimiento:

1. Calculamos la media aritmética para una serie con frecuencias:

$$\bar{x} = \frac{\sum x.f}{N}$$

2. Encontramos las desviaciones

$$D = x - \bar{x}$$

3. Elevamos al cuadrado las desviaciones:

$$d^2 = d.\ d$$

4. Multiplicamos las frecuencias por las desviaciones al cuadrado:

$$f.d^2$$

5. Utilizamos la fórmula de la desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f.d^2}{N}}$$

b) Hallar la desviación típica de los siguientes datos que correspondan a los pesos en kilogramos (kg) de un grupo de señoras.

x	f
52	2
51	3
50	4
49	5
48	7
47	3
46	2
45	2
44	1
43	1
	30

Desarrollo

Para el cálculo de la desviación típica también podemos utilizar la fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f.x^2}{N} - (\frac{\sum x.f}{N})^2}$$

Que resulta como una transformación algebraica de:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(x-\overline{x})^2}{N}}$$

En consecuencia, para obtener la desviación típica procedemos así:

x	f	x.f	x^2	f.x^2
52	2	2.704	2.704	5.408
51	3	2.601	2.601	7.803
50	4	2.500	2.500	10.000
49	5	2.401	2.401	12.005
48	7	2.304	2.304	16.128
47	3	2.209	2.209	6.627
46	2	2.116	2.116	4.232
45	2	2.025	2.025	4.050
44	1	1.936	1.936	1.936
43	1	1.849	1.849	1.849
	30	1.448		70.038

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f.x^2}{N} - \left(\frac{\sum x.f}{N}\right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{70.038}{30} - \left(\frac{1.448}{30}\right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{2.334{,}6 - \frac{2.096.704}{900}}$$

$$\sigma = \sqrt{2.334{,}6 - 2.329{,}67}$$

$$\sigma = \sqrt{4{,}93}$$

σ= 2,22 kg

DESVIACIÓN TÍPICA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA DE INTERVALOS

Para determinar la desviación típica de una serie estadísticas de intervalos, haremos uso de dos fórmulas principales, que centralizan los procedimientos adoptados para este cálculo.

Primera fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{f.d} 2}{N}}$$

En la misma que:

σ= desviación típica

$\sum_{f.d} 2$ = sumatoria del producto de las frecuencias por desviaciones al cuadrado

N= número total de casos

Esta fórmula está dada en función de la media aritmética y de las desviaciones.

Segunda fórmula:

$$\sigma = i\sqrt{\frac{\sum_{f.u} 2}{N} - (\frac{\sum f.u}{N})^2}$$

En la cual:

σ= desviación típica

I= ancho del intervalo

$\sum_{f.u} 2$ = sumatoria de las frecuencias por las diferencias al cuadrado

$\sum f.u$ = sumatoria de las frecuencias por las diferencias

N= número total de casos

La fórmula anterior no requiere el cálculo de la media aritmética ni de las desviaciones y se la considera como una fórmula que refleja un procedimiento abreviado.

Ejemplos:

a. Hallar la desviación típica para la siguiente distribución:

Edades	f
58 – 64	2
51 -57	5
44 – 50	10
37 – 43	12
30 – 36	8
23 – 29	10
16 - 22	4
	51

Desarrollo:

Para el cálculo de la desviación típica podemos disponer los datos de la siguiente manera:

x	f	Xm	Xms	u	f.u	d	d^2	f.d^2
58 – 64	2	61		3	6	22,92	525,33	1.050,66
51- 57	5	54		2	10	15,92	253,45	1.267,25
44 – 50	10	47	40	1	10	8,92	79,57	795,70
37 – 43	12	40		0	0	1,92	3,69	44,28
30 – 36	8	33		-1	-8	-5,08	25,81	206,48
23 – 29	10	26		-2	-20	-12,08	145,93	1.459,30
16 - 22	4	19		-3	-12	19,08	364,05	1.456,20
	51				-14			6.269,87

$$\boxed{\bar{x} = \text{Xms} + \frac{\sum f.u}{N} \,.\, \text{i}}$$

$\bar{x}$= 40 - $\frac{(-14)}{51}$. 7

$\bar{x}$= 40 + $\frac{98}{51}$

$\bar{x}$= 40 – 1,92

$\bar{x}$= 38,08 años

$$\boxed{D = \text{Xm} - \bar{x}}$$

D = 61 – 38,08

D = 22,92

$$\boxed{d^2 = \text{d. d}}$$

d^2= (22,92) (22,92)

d^2= 525,33

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\frac{\sum f.d^2}{N}}}$$

$\sigma = \sqrt{\frac{6.279,87}{51}}$

$\sigma= \sqrt{123,13}$

$\sigma=$ 11,096 años

Procedimiento:

1. Encontramos la media aritmética para una serie de intervalos:

$$\bar{x}= \text{Xms} + \frac{\sum f.u}{N}.\ \text{i}$$

2. Obtenemos las desviaciones:

$$\text{D}= \text{Xm} - \bar{x}$$

3. Elevamos al cuadrado las desviaciones

$$d^2= \text{d. d}$$

4. Hallamos el producto de las frecuencias por las desviaciones al cuadrado

$$\sigma= \sqrt{\frac{\sum f.d^2}{N}}$$

b. Encontrar la desviación típica para la siguiente serie de intervalos:

Edades	f
58 -64	2
51 – 57	5
44 – 50	10
37 – 43	12
30 – 36	8
23 – 29	10
16 - 22	4
	51

Esta desviación típica también la podemos calcular mediante la aplicación de la siguiente fórmula matemática, equivalente a la utilizada anteriormente:

$$\sigma= \sqrt{\frac{\sum f.xm^2}{N} - (\frac{\sum f.xm}{N}})\text{^}2$$

Para el uso de la fórmula es conveniente disponer de los datos necesarios de la siguiente manera:

x	f	Xm	Xm^2	f.Xm	f.Xm^2
58 – 64 51 – 57 44- 50 37 – 43 30 – 36 23 – 29 16 – 22	2 5 10 12 8 10 4	61 54 47 40 33 26 19	3.271 2.916 2.209 1.600 1.089 676 361	122 270 470 480 264 260 76	7.442 14.580 22.090 19.200 8.712 6.760 1.444
	51			1.942	80.228

$$\boxed{\sigma=\sqrt{\frac{\sum f.Xm^2}{N}-(\frac{\sum f.Xm}{N})\text{^}2}}$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{80.228}{51}-(\frac{1.942}{51})\text{^}2}$$

$$\sigma=\sqrt{1.573{,}10-\frac{3.771.364}{2.601}}$$

$$\sigma=\sqrt{1.573{,}10-1.449{,}97}$$

$$\sigma=\sqrt{123{,}13}$$

σ= 11,096 años

c. Calcular la desviación típica de la siguiente tabla de distribución que contiene los sueldos percibidos para un grupo de personas.

x	f
01 – 1.500 1.501 – 3.000 3.001 – 4.500 4.501 – 6.000 6.001 – 7.500 7.501 – 9.000 9.001 – 10.500 10.501 – 12.000 12.001 – 13.500 13.501 – 15.000 15.001 – 16.500 16.501 – 18.000	247 354 258 228 76 58 48 33 14 8 13 41
	1.378

Desarrollo:

Si utilizamos la fórmula que corresponde al procedimiento abreviado:

σ= I $\sqrt{\frac{\Sigma f.u\,2}{N} - (\frac{\Sigma f.u}{N})\text{^}2}$

Hay necesidad de los siguientes datos

X	f	xm	xms	u	f.u	u^2	f.u^2
01 – 1.500	247	750,50		-1	-247	1	247
1.501- 3.000	354	2.250,50	2.250,50	0	0	0	0
3.001 – 4.500	258	3.750,50		1	258	1	258
4.501 – 6.000	228	5.250,50		2	456	4	912
6.001 – 7.500	76	6.750,50		3	228	9	684
7.501 – 9.000	58	8.250,50		4	232	16	928
9.001 – 10.500	48	9.750,50		5	240	25	1.200
10.501 – 12.000	33	11.250,50		6	198	36	1.188
12.001 – 13.500	14	12.750,50		7	98	49	686
13.501 – 15.000	8	14.250,50		8	64	64	512
15.001 – 16.500	13	15.750,50		9	117	81	1.053
16.501 – 18.000	41	17.250,50		10	410	100	4.100
	1.378				2.054		11.768

σ= I $\sqrt{\frac{\Sigma f.u\,2}{N} - (\frac{\Sigma f.u}{N})\text{^}2}$

σ= 1.500 $\sqrt{\frac{11.768}{1.378} - \left(\frac{2.054}{1.378}\right)}$ ^2

σ= 1.500 $\sqrt{8{,}54 - \frac{4.218.916}{1.898.884}}$

σ= 1.500 $\sqrt{8{,}54 - 2{,}22}$

$\sigma = 1.500\sqrt{6{,}32}$

σ = (1.500) (2,51)

σ= 3.765 dólares

Procedimiento:

1. Encontramos los puntos medios de cada intervalo (xm)
2. Localizamos el punto medio supuesto (xms)
3. Obtenemos las diferencias (u):

$$U=\frac{xm-xms}{i}$$

4. Multiplicamos las frecuencias por las diferencias (f.u)
5. Elevamos al cuadrado las diferencias (u^2)
6. Hallamos el producto de las frecuencias por las diferencias al cuadrado (f.u^2)
7. Aplicamos las formulas:

$$\sigma= I\sqrt{\frac{\sum f.u\,2}{N}-(\frac{\sum f.u}{N})\hat{}2}$$

PROPIEDADES Y APLICACIONES

Propiedades

- La desviación típica es la raíz cuadrada de la varianza, en la cual solo se toma en cuenta el valor positivo.

Ejemplo:

x	d	d^2
20	2,5	6,25
19	1,5	2,25
18	0,5	0,25
17	-0,5	0,25
16	-1,5	2,25
15	-2,5	6,25
105		17,50

$$\bar{x}= \frac{\sum x}{N}$$

$\bar{x}= \frac{105}{6}$

$\bar{x}= 17,5$

$$\sigma= \sqrt{\frac{\sum d\,2}{N}}$$

$\sigma= \sqrt{\frac{17,50}{6}}$

$\sigma= \sqrt{2,92}$

σ= 1,71

- El valor de la desviación típica esta dado en las mismas unidades que el conjunto de datos de la variable

Ejemplo:

kg	d	d^2
60	9,4	88,36
58	7,4	54,76
50	-0,6	0,36
45	-5,6	31,36
40	-10,6	112,36
253		287,20

$$\boxed{\bar{x}= \frac{\sum x}{N}}$$

$\bar{x}= \frac{253}{5}$

$\bar{x}$=50,6 kg

$$\boxed{\sigma= \sqrt{\frac{\sum_d 2}{N}}}$$

σ= $\sqrt{\frac{287,2}{5}}$

σ=$\sqrt{57,44}$

σ= 7,58 kg

- El valor de la desviación típica se encuentra en relación directa con la dispersión de los datos.

Ejemplo:

x	f
01 – 1.500 1.501 – 3.000 3.001 – 4.500 4.501 – 6.000 6.001 – 7.500 7.501 – 9.000 9.001 – 10.500 10.501 – 12.000 12.001 – 13.500 13.501 – 15.000 15.001 – 16.500 16.501 – 18.000	247 354 258 228 76 58 48 33 14 8 13 41
	1.378

En esta tabla que registra los salarios de un grupo de personas se observa que existe una gran amplitud, pues van de 01 – 18.000 dólares

La desviación típica encontrada anteriormente es 3.775 dólares. En cambio, en la tabla escrita y que precede apreciamos que las edades varían entre 16 y 64 años, notándose por lo tanto una menor amplitud.

La desviación típica que ya fue determinada es de 11,096 años.

Entonces, estableciendo una comparación entre las dos series de intervalos y las desviaciones típicas correspondientes, notamos que a mayor amplitud la desviación típica es mayor.

Aplicaciones

- La desviación típica es el promedio más fiable y de uso más frecuente en el análisis e interpretación.
- La media aritmética y la desviación típica son medidas necesarias y suficientes para determinar una curva normal.
- Es la medida de dispersión más importante y tiene muchas aplicaciones en la estadística inductiva o inferencial.
- La desviación típica, además, se la utiliza en la determinación de las irregularidades de la curva normal: asimetría y curtosis

5.3.3. COEFICIENTE DE VARIACIÓN

El coeficiente de variación es el valor que establece la relación entre la desviación típica y la media aritmética correspondiente.

Este coeficiente de variaciones queda sin utilidad cuando la media aritmética es cero (0).

De acuerdo a la definición anterior, la fórmula para realizar el cálculo de este coeficiente es:

$$\boxed{V = \frac{\sigma}{\bar{X}}}$$

En la cual:

V= coeficiente de variación

σ= desviación típica

$\bar{x}$ = madia aritmética

Para comprender mejor el significado del valor relativo y facilitar la interpretación de este coeficiente, es conveniente traducirlo e porcentaje multiplicando por 100.

Es decir, que la igualdad anterior se la expresa así:

$$\boxed{V = \frac{\sigma}{\bar{X}} . 100}$$

Ejemplo:

Determine el grado de dispersión de los pesos en kilogramos (kg) y de las edades de un grupo de 30 y 51 personas respectivamente, utilizando el coeficiente de variación.

Datos Primer grupo

$\bar{x}$= 48,27 kg

σ= 2,22 kg

Datos Segundo grupo

$\bar{x}$= 38,08 kg

σ= 11,09 kg

Calculo del coeficiente de variación para el primer grupo:

$$\boxed{V = \frac{\sigma}{\bar{X}} . 100}$$

$V = \frac{2,22}{48,27} . 100$

V = 0,0459 * 100

V = 4,59%

El coeficiente de variación para el segundo grupo:

$V = \frac{11,09}{38,08} . 100$

V = 0,2912 * 100

V = 29,12%

En consecuencia, se aprecia que en los pesos de las 30 personas existe menor dispersión (V = 4,59%); factor numérico que nos indica que la separación entre los pesos del conjunto de personas es menor que aquella separación que existe entre las edades.

PUNTUACIONES TIPIFICADAS

Las puntuaciones o medidas tipificadas nos permiten obtener de varios casos semejantes un dato común, dividiendo las desviaciones medias de cada puntaje entre la desviación típica.

La fórmula a utilizarse es:

$$Z = \frac{d}{\sigma}$$

En la cual:

Z: puntuación tipificada

D= desviación media

σ= desviación típica

Si recordamos que:

$$D = x - \bar{x}$$

Entonces, la formula anterior se puede expresar también así:

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

Ejemplo:

Se ha logrado establecer que el peso para 30 personas expresado en kilogramos (kg) es el siguiente:

x	f
52	2
51	3
50	4
49	5
48	7
47	3
46	2
45	2
44	1
43	1
	30

Determinar las puntuaciones tipificadas.

Desarrollo:

x	f	x.f	d	d^2	f.d^2	z
52	2	104	3,73	13,91	27,82	1,68
51	3	153	2,73	7,45	22,35	1,23
50	4	200	1,73	2,99	11,96	0,78
49	5	245	0,73	0,53	2,65	0,33
48	7	336	-0,27	0,07	0,49	-0,12
47	3	141	-1,27	1,61	4,83	-0,57
46	2	92	-2,27	5,15	10,3	-1,02
45	2	90	-3,27	10,69	21,38	-1,47
44	1	44	-4,27	18,23	18,23	-1,92
43	1	43	-5,27	27,77	27,77	-2,37
	30	1.448			147,78	

$$\boxed{\bar{x}= \frac{\sum x}{N}}$$

$$\bar{x}= \frac{1.448}{30}$$

$$\bar{x}= 48,27$$

$$\boxed{\sigma= \sqrt{\frac{\sum f.d^2}{N}}}$$

$$\sigma= \sqrt{\frac{147,78}{30}}$$

$$\sigma= \sqrt{4,93}$$

$$\sigma= 2,22$$

$$\boxed{Z = \frac{d}{\sigma}}$$

$$Z= \frac{3,73}{2,22}$$

$$Z= 1,68$$

$$Z= \frac{-5,27}{2,22}$$

$$Z= -2,37$$

Los valores de **z 1,68** y **-2,37** son dos ejemplos de puntuaciones tipificadas, independientes de las unidades con las cuales se expresó la variable.

Procedimiento:

1. Encontramos el valor correspondiente a la media aritmética según el tipo de serie estadística.
2. Obtenemos la desviación media.
3. Elevamos al cuadrado la desviación media.
4. Encontramos el valor de la desviación típica.
5. Determinamos los valores de las puntuaciones tipificadas.

$$Z = \frac{d}{\sigma}$$

Transformación de las puntuaciones tipificadas

Para facilitar la interpretación de las puntuaciones tipificadas se utiliza la siguiente transformación matemática:

$$Z= 100 (z) + 500$$

Ejemplo:

Las puntuaciones tipificadas del ejemplo anterior son:

z
1,68
1,23
0,78
0,33
-0,12
-0,57
-1,02
-1,47
-1,92
-2,37

Transformar estas puntuaciones en valores enteros y positivos.

Desarrollo:

z	z
1,68	668
1,23	623
0,78	578
0,33	533
-0,12	488
-0,57	443
-1,02	398

-1,47 -1,92 -2,37	353 308 263

$$Z= 100\ (z) + 500$$

Z= puntuaciones tipificadas enteras y positivas

Z= 100 (1,68) + 500

Z= 168 + 500

Z=668

Z= 100 (-2,37) + 500

Z= -237 + 500

Z= 263

Los valores que consta en la columna Z son todos enteros y positivos

Aplicaciones

Las puntuaciones o medidas tipificadas son muy utilizadas para comparar resultados de una investigación científica y, específicamente en el campo pedagógico, para establecer comparaciones en el rendimiento de un estudiante con respecto a varias asignaturas.

Ejemplo:

Un estudiante de un colegio obtuvo las siguientes calificaciones en la prueba final:

Asignaturas	x
Matemáticas	12
Física	13
Química	14
Biología	15

Si todo el curso tiene una media aritmética y una desviación típica siguientes:

Asignaturas	x	σ
Matemáticas	12	2,5
Física	13	3
Química	14	3,2
Biología	15	2,2

Determine las puntuaciones tipificadas y establezca una comparación de su rendimiento, entre las cuatro asignaturas:

Asignaturas	x	$\bar{x}$	σ	Z	Z
Matemáticas	12	11	2,5	0,4	54
Física	13	14,5	3	-0,5	45
Química	14	15,3	3,2	-0,4	46
Biología	15	14,5	2,2	0,2	52

$$\boxed{Z = 10\,(z) + 50}$$

Z= 10 (0,4) + 50

Z= 4+ 50

Z= 54

Z= 10 (-0,5) + 50

Z= -5 + 50

Z= 45

El rendimiento en la asignatura de matemáticas es mejor, por cuanto la puntuación tipificada es mayor.

El menor rendimiento se observa en la asignatura de física.

5.4 EJERCICIOS RESUELTOS

5.4.1. Determinar la desviación media, varianza y la desviación típica de la siguiente serie estadística:

7-8-8-10-10-10-12-12-14

Desarrollo

a. Calculamos la desviación media

x
7
8
10
10
10
12
12
14
91

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum x}{N}}$$

$\bar{x} = \frac{91}{9}$

$\bar{x}$= 10,11

x	d
7	-3,11
8	-2,11
8	-2,11
10	-0,11
10	-0,11
10	-0,11
12	1,89
12	1,89
14	3,89
91	15,33

$$\text{DM}= \frac{\sum d}{N}$$

$\text{DM}= \frac{15,33}{9}$

DM= 1,70

La desviación media es 1,7

b. Obtenemos la varianza.

X	d	d^2
7	-3,11	9,67
8	-2,11	4,45
8	-2,11	4,45
10	-0,11	0,01
10	-0,11	0,01
10	-0,11	0,01
12	1,89	3,57
12	1,89	3,57
14	3,89	15,13
91		40,87

$\bar{x}$= 10,11

$$\sigma^2= \frac{\sum_d 2}{N}$$

$\sigma^2= \frac{40,87}{9}$

σ^2= 4,54

c. Calculamos la desviación típica

X	d	d^2
7	-3,11	9,67
8	-2,11	4,45
8	-2,11	4,45
10	-0,11	0,01
10	-0,11	0,01
10	-0,11	0,01
12	1,89	3,57
12	1,89	3,57
14	3,89	15,13
91		40,87

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{\sum d^2}{N}}$$

σ= $\sqrt{\frac{40,87}{9}}$

σ= $\sqrt{4,54}$

σ= 2,13

La desviación típica es 2,13

5.4.2. Hallar la desviación media, varianza y desviación típica de la siguiente serie estadística de frecuencia:

x	f
48	2
47	2
46	3
45	5
44	4
43	10
42	5
41	2
40	3
39	2

a. Calculamos la desviación media

x	f	x.f
48	2	96
47	2	94
46	3	138
45	5	225
44	4	176
43	10	430
42	5	210
41	2	82
40	3	120
39	2	78
	38	1.649

$$\bar{x} = \frac{\sum x.f}{N}$$

$\bar{x} = \frac{1.649}{38}$

$\bar{x}$= 43,39

x	f	d	f.d
48	2	4,61	9,22
47	2	3,61	7,22
46	3	2,61	7,83
45	5	1,61	8,05
44	4	0,61	2,44
43	10	-0,39	3,90
42	5	-1,39	6,95
41	2	-2,39	4,78
40	3	-3,39	10,17
39	2	-4,39	8,78
	38		69,34

$$DM = \frac{\sum f.d}{N}$$

$DM = \frac{69,34}{38}$

DM= 1,82

La desviación media es 1,82

b. Obtenemos la varianza

La media aritmética es 43,39

x	f	d	d^2	f.d^2
48	2	4,61	21,25	42,50
47	2	3,61	13,03	26,06
46	3	2,61	6,81	20,43
45	5	1,61	2,59	12,95
44	4	0,61	0,37	1,48
43	10	-0,39	0,15	1,50
42	5	-1,39	1,93	9,65
41	2	-2,39	5,71	11,42
40	3	-3,39	11,49	34,47
39	2	-4,39	19,27	38,54
	38			199,00

Reemplazamos los valores en la fórmula tenemos:

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{\sum_{f.d} 2}{N}}$$

$\sigma^2 = \frac{199}{38}$

$\sigma^2 = 5,24$

La varianza es 5,24

c. Calculamos la desviación típica

Conocemos que la media aritmética vale 43,39

x	f	D	d^2	f.d^2
48	2	4,61	21,25	42,50
47	2	3,61	13,03	26,06
46	3	2,61	6,81	20,43
45	5	1,61	2,59	12,95
44	4	0,61	0,37	1,48
43	10	-0,39	0,15	1,50
42	5	-1,39	1,93	9,65
41	2	-2,39	5,71	11,42
40	3	-3,39	11,49	34,47
39	2	-4,39	19,27	38,54
	38			199,00

Reemplazamos los valores en la fórmula:

$$\boxed{\sigma = \frac{\sum_{f.d} 2}{N}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{199}{38}}$$

$$\sigma = \sqrt{5,24}$$

σ= 2,29

La desviación típica es 2,29

5.4.3. Calcular la desviación media, varianza y desviación típica de la siguiente serie estadística de intervalo:

X	f
91 – 97	3
84 – 90	7
77 – 83	12
70 – 76	15
63 – 69	20
56 – 62	30
49 – 55	12
42 – 48	18
35 – 41	7
28 – 34	4
	128

a. Calculamos la desviación media

x	f	Xm	Xms	u	f.u
91 – 97	3	94		5	15
84 – 90	7	87		4	28
77 – 83	12	80		3	36
70 – 76	15	73		2	30
63 – 69	20	66		1	20
56 – 62	30	59	59	0	0
49 – 55	12	52		-1	-12
42 – 48	18	45		-2	-36
35 – 41	7	38		-3	-21
28 – 34	4	31		-4	-16
	128				44

$\bar{x}$= Xms + $\frac{\sum f.u}{N}$*I

$\bar{x}$= 59 + $\frac{44}{128}$* 7

$\bar{x}$= 59 + $\frac{308}{128}$

$\bar{x}$= 59 + 2,57

$\bar{x}$= 61,41

x	f	Xm	d	f.d
91 – 97	3	94	32,59	97,77
84 – 90	7	87	25,59	179,13
77 – 83	12	80	18,59	223,08
70 – 76	15	73	11,59	173,85
63 – 69	20	66	4,59	91,80
56 – 62	30	59	-2,41	-72,30
49 – 55	12	52	-9,41	-112,92
42 – 48	18	45	-16,41	-295,38
35 – 41	7	38	-23,41	-163,87
28 – 34	4	31	-30,41	-121,64
	128			1.531,74

D= x - $\bar{x}$

Utilizamos la fórmula: DM= $\frac{\sum f.d}{N}$

DM= $\frac{1.531,74}{128}$

DM= 11,97

La desviación media es 11,97

b. Obtenemos la varianza

El valor de la media aritmética es 61,41

x	f	Xm	d	d^2	f.d^2
91 – 97	3	94	32,59	1.062,11	3.186,33
84 – 90	7	87	25,59	654,85	4.583,95
77 – 83	12	80	18,59	345,59	4.147,08
70 – 76	15	73	11,59	134,33	2.014,95
63 – 69	20	66	4,59	21,07	421,40
56 – 62	30	59	-2,41	5,81	174,30
49 – 55	12	52	-9,41	88,55	1.062,60
42 – 48	18	45	-16,41	269,29	4.847,22
35 – 41	7	38	-23,41	548,03	3.868,21
28 – 34	4	31	-30,41	924,77	3.699,08
	128				27.973,12

Reemplazamos los valores en la fórmula:

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{\sum f.d^2}{N}}$$

$$\sigma^2 = \frac{27.973,12}{128}$$

σ^2= 218,54

La varianza es 218,54

c. Calculamos la desviación típica

Conocemos que la media aritmética es 61,41

x	f	Xm	d	d^2	f.d^2
91 – 97	3	94	32,59	1.062,11	3.186,33
84 – 90	7	87	25,59	654,85	4.583,95
77 – 83	12	80	18,59	345,59	4.147,08
70 – 76	15	73	11,59	134,33	2.014,95
63 – 69	20	66	4,59	21,07	421,40
56 – 62	30	59	-2,41	5,81	174,30
49 – 55	12	52	-9,41	88,55	1.062,60
42 – 48	18	45	-16,41	269,29	4.847,22
35 – 41	7	38	-23,41	548,03	3.868,21
28 – 34	4	31	-30,41	924,77	3.699,08
	128				27.973,12

Reemplazamos los valores en la fórmula:

$$\boxed{\sigma = \frac{\sum f.d^2}{N}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{27.973,12}{128}}$$

$\sigma = \sqrt{218{,}54}$

σ= 14,78

También se puede calcular la desviación típica así:

x	f
91 – 97	3
84 – 90	7
77 – 83	12
70 – 76	15
63 – 69	20
56 – 62	30
49 – 55	12
42 – 48	18
35 – 41	7
28 – 34	4
	128

Se obtiene datos:

x	f	Xm	Xms	u	u^2	f.u^2	f.u
91 – 97	3	94		5	25	75	15
84 – 90	7	87		4	16	112	28
77 – 83	12	80		3	9	108	36
70 – 76	15	73		2	4	60	30
63 – 69	20	66		1	1	20	20
56 – 62	30	59	59	0	0	0	0
49 – 55	12	52		-1	1	12	-12
42 – 48	18	45		-2	4	72	-36
35 – 41	7	38		-3	9	63	-21
28 – 34	4	31		-4	16	64	-16
	128					586	44

Reemplazamos los valores en la fórmula:

$$\boxed{\sigma = i\sqrt{\frac{\sum f.u^2}{N} - \left(\frac{\sum f.u}{N}\right)^\wedge 2}}$$

$$\sigma = 7\sqrt{\frac{586}{128} - (\frac{44}{128})^\wedge 2}$$

$$\sigma = 7\sqrt{4{,}58 - (0{,}34)^\wedge 2}$$

$$\sigma = 7\sqrt{4{,}58 - 0{,}12}$$

$$\sigma = 7\sqrt{4{,}46}$$

σ= 7 (2,11)

σ= 14,77

La desviación típica es 14,77

5.4.4. Determinar el grado de dispersión para las velocidades de los vehículos. Utilizando el coeficiente de variación, si se tiene los siguientes datos:

Vehículos	Velocidad media Km/h	σ
Toyota	75	8
Datsun	60	10

Calculo del coeficiente de variación del primer vehículo:

$$\boxed{V= \frac{\sigma}{\bar{x}} * 100}$$

$$V= \frac{8}{75} * 100$$

$$V= \frac{800}{75}$$

V= 10,67%

Cálculo del coeficiente de variación del segundo vehículo:

$$\boxed{V= \frac{\sigma}{\bar{x}} * 100}$$

$$V= \frac{10}{60} * 100$$

$$V= \frac{1000}{60}$$

V= 16,67%

En consecuencia, tenemos que el vehículo de marca Toyota produce menor dispersión 10,67% que el vehículo Datsun.

5.4.5. Hallar las puntuaciones tipificadas de la siguiente serie estadística:

x	f
16	1
15	1
14	2
13	4
12	6
11	9
10	3

9 8 7	2 1 1
	30

Obtenemos los datos:

$$\bar{x}\text{= Xms + }\frac{\sum x.f}{N}$$

$$\bar{X}\text{= }\frac{345}{30}$$

$$\bar{X}\text{= 11,5}$$

La desviación típica:

$$\sigma\text{= }\frac{\sum f.d\,2}{N}$$

$\sqrt{\frac{109{,}5}{30}}$

$\sqrt{3{,}65}$

x	f	x.f	d	d^2	f.d^2	z
16	1	16	4,5	20,25	20,25	2,36
15	1	15	3,5	12,25	12,25	1,83
14	2	28	2,5	6,25	12,5	1,30
13	4	52	1,5	2,25	9,0	0,78
12	6	72	0,5	0,25	1,5	0,26
11	9	99	-0,5	0,25	2,25	0,26
10	3	30	-1,5	2,25	6,75	-0,78
9	2	18	-2,5	6,25	12,5	-1,30
8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]25	12,25	-1,83
7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]25	20,25	-,236
	[illegible]	[illegible]	[illegible]		109,5	

$$Z = \frac{d}{\sigma}$$

σ=

σ=

σ= 1,91

z= $\frac{4{,}5}{1{,}91}$ = 2,36 y así sucesivamente

5.4.6. Transformar las puntuaciones tipificadas del ejercicio anterior en valores enteros y positivos:

z
2,36
1,83
1,30
0,78
0,26
-0,26
-0,78
-1,30
-1,83
-2,36

Utilizamos la fórmula:

$$\boxed{Z = 100z + 500}$$

z	Z
2,36	736
1,83	683
1,30	630
0,78	578
0,26	526
-0,26	474
-0,78	422
-1,30	370
-1,83	317
-2,36	264

5.5 EJERCICIOS PROPUESTOS

5.5.1. Determine la desviación media, varianza y desviación típica de datos, que corresponden a puntajes de un grupo de estudiantes sobre la memoria de dígitos:

X	13	12	11	11	11	10	10	8	7

5.5.2. Obtener la desviación media, varianza y desviación típica de la serie estadística de frecuencia que representa estaturas de un grupo de estudiantes:

x	f
178	1
177	2
176	2
175	1
174	1

173	1
172	0
171	2
170	2
169	3
168	7
167	10
166	4

5.5.3. Calcular la desviación media, varianza y desviación típica de la siguiente serie estadística de intervalo, que corresponda a edades de un grupo de padres de familia:

x	f
75 – 79	3
70 – 74	8
65 – 69	10
60 – 64	15
55 – 59	20
50 – 54	10
45 – 49	8
40 – 44	5
35 – 39	3
30 – 34	4
25 – 29	2
20 - 24	1

5.5.4. Mediante la aplicación de la fórmula:

$$\sigma= \sqrt{\frac{\sum_{x} 2}{N} - (\frac{\sum x}{N})^2}$$

Encuentre la desviación típica de la siguiente serie estadística:

x	52	51	50	49	48	47	46	44

5.5.5. Obtener la desviación típica, utilizando la fórmula:

$$\sigma= \sqrt{\frac{\sum_{x} 2}{N} - (\frac{\sum x}{N})^2}$$

Para la siguiente serie de valores:

x	f
178	2
177	3
176	5
175	4

174	10
173	20
172	5
171	3
170	2
169	1
168	1

5.5.6. Determinar la desviación típica, mediante la utilización de la fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f.Xm^2}{N} - (\frac{\sum f.Xm}{N})}\text{^}2$$

Para la siguiente serie de intervalos:

x	f
60 – 67	2
56 – 53	3
52 – 49	5
48 – 45	12
44 – 41	15
40 – 37	8
36 – 33	5
32 – 29	4

5.5.7. Obtener la desviación típica, utilizando el procedimiento abreviado, para la serie de intervalos:

x	f
170 – 174	3
165 – 169	5
160 – 164	10
155 – 159	12
150 – 154	25
145 – 149	32
140 – 144	18
135 – 139	13
130 – 134	10
125 – 129	5
120 – 124	3
115 – 119	4

5.5.8. Encuentre el grado de dispersión de un curso, para cuatro asignaturas, utilizando el coeficiente de variación si se cuenta con los siguientes datos:

ASIGNATURAS	$\bar{x}$	σ
Matemáticas	13	2,5
Historia	16	3,8
Biología	15	3
Química	14	3,5

5.5.9. Si consideramos que el precio de azúcar en un año fue 916,67 dólares y una desviación típica de 157,2 dólares y que el precio promedio del arroz en el mismo año fue de 1.320 dólares, con una desviación típica de 479,17 dólares, encontrar el grado de variación de los mencionados productos.

5.5.10. Un curso obtuvo las siguientes calificaciones en las asignaturas de historia y física:

HISTORIA

X	F
18 – 20	3
15 – 17	20
12 – 14	10
9 – 11	15
6 – 8	5
3 – 5	1

FÍSICA

X	F
18 – 20	3
15 – 17	8
12 – 14	15
9 – 11	20
6 – 8	5
3 – 5	4

Jorge, como alumno de curso, tiene las siguientes calificaciones: historia 16 y física 13. Hallar la puntuación tipificada y establecer la comparación del rendimiento del estudiante entre las dos asignaturas.

5.6 REVISIÓN

5.6.1. Las medidas de dispersión nos manifiestan claramente el valor con el cual………………………………………… los datos en relación con la media. **(Separan)**

5.6.2. La fórmula $\frac{\sum d}{N}$ se utiliza para hallar la………………………………………………………… de una serie estadística. **(Desviación media)**

5.6.3. La fórmula DM = $\frac{\sum f.d}{N}$ se la utiliza para determinar la desviación media de una serie estadística………………………………………………………………… **(De intervalos)**

5.6.4. Una de las propiedades de la desviación media señala que la suma algebraica de las desviaciones es igual a……………………………………… **(Cero)**

5.6.5. La desviación media se la utiliza necesariamente en el cálculo de la……………………………………………………………………….. **(Desviación típica)**

5.6.6. La varianza de una serie estadística se la determina con la fórmula…………………………………………………. ($\sigma^2 = \frac{\sum_d 2}{N}$)

5.6.7. La fórmula $\sigma^2 = \frac{\sum_{f.d} 2}{N}$ se la emplea para encontrar la varianza de una serie estadística………………………………………………………… **(De intervalos)**

5.6.8. La desviación típica se la define como la raíz cuadrada de la……………………………………………………… **(Varianza)**

5.6.9. L fórmula $\sqrt{\frac{\sum_d 2}{N}}$ se la usa para hallar la………………………….. ………………………… desviación típica de una serie estadística. **(Desviación típica)**

5.6.10. Si se tiene una serie estadística de frecuencia y / o de intervalos, la desviación típica se la calcula con la fórmula…………………………………………… **(σ=** $\sqrt{\frac{\sum_{f.d} 2}{N}}$ **)**

5.6.11. La relación de variación expresado en porcentaje se lo encuentra mediante la fórmula……………………………. **(Coeficiente de varianza)**

5.6.12. El coeficiente de la variación expresado en porcentaje se lo encuentra mediante la fórmula………………………………… **(v=** $\frac{\sigma}{\bar{x}}$ *** 100)**

5.6.13. Dividiendo las desviaciones madias de cada puntaje, entre la desviación típica, encontramos la………………………… ………………………………. **(Puntuación tipificada)**

5.6.14. La puntuación tipificada está en la función de la variable, de la……………………………………………………. Y de la…………………….. ……………………… **(Media aritmética desviación típica)**

5.6.15. La puntuación tipificada se la determina con la fórmula……………………….. **(z=** $\frac{x-\bar{x}}{\sigma}$**)**

5.6.16. La puntuación tipificada se puede expresar en números enteros y positivos, si los datos están específicos con un decimal, mediante el uso de la fórmula………………………. (z= 10(z) + 50)

5.7. AUTOEVALUACIÓN

5.7.1. Señale con una equis (x) cuales de las siguientes son medidas de dispersión:

- ☐ Mediana.
- ■ Desviación media.
- ☐ Deciles
- ■ Desviación típica

5.7.2. Una de las definiciones siguientes explica el significado de desviación media, señale con una equis (x):

- ☐ Es el cociente de dividir la variable para el número de casos.
- ☐ Es el cociente de dividir el producto de la variable por la frecuencia para el número de casos.
- ■ Es el cociente de dividir las desviaciones para el número de casos.
- ☐ Es la suma de las desviaciones de varios valores multiplicados por el número de casos.

5.7.3. La tabla escrita a continuación corresponde a un conjunto de datos. ¿Cuál es la desviación media?

- ☐ 25
- ■ 1.5
- ☐ 4.5
- ☐ Ninguna de las soluciones anteriores

x
167
166
165
164
163
162

5.7.4. De acuerdo al cuadro estadístico siguiente el valor de la desviación media es:

X	f
40	1
39	2
38	1
37	2
36	3
35	5
34	2
32	2
31	1
30	1
	20

■ 1,79

□ 3,57

□ 2,41

□ 5,32

5.7.5. La fórmula utilizada para realizar el cálculo de la varianza de una serie estadista es:

□ $\sigma^2 = \frac{\sum d}{N}$

■ $\sigma^2 = \frac{\sum_d 2}{N}$

□ $\sigma^2 = \frac{f \sum_d 2}{N}$

□ $\sigma^2 = \frac{\sum_{fd} 2}{N} * i$

5.7.6. ¿Cuál es la varianza de la siguiente serie estadística de intervalos?

x	f
18 – 20	3
15 – 17	10
12 – 14	20
9 – 11	8
6 – 8	2

□ 6,81

□ 7,48

□ 5,83

■ 7,88

5.7.7. Señale con una equis (x) cuál de las siguientes definiciones corresponde a desviación típica:

□ Es la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones.

□ Es la raíz cuadrada de las desviaciones.

■ Es la raíz cuadrada de la varianza.

□ Es el cociente de la sumatoria de las desviaciones para el número de casos.

5.7.8. ¿Cuál es la respuesta correcta que corresponde al caculo de la desviación típica, en el ejemplo que indicamos a continuación?:

X	F
60	1
59	2
58	2
57	2
56	3
55	5
54	4
53	3
52	2
51	1
	25

■ 2,32

☐ 4,18

☐ 3,18

☐ Ninguna de las respuestas anteriores

5.7.9. La variabilidad de dos grupos puede comparársela mediante el tamaño relativo de su:

☐ Media aritmética

☐ Desviación media

■ Desviación típica

☐ Varianza

5.7.10. Señale en cuál de las siguientes medidas de dispersión se presenta la propiedad $\sum d$ = 0

■ Desviación media

☐ Varianza

☐ Desviación típica

☐ En ninguna de las medidas de dispersión enunciadas anteriormente

5.7.11. Señale con una equis (x) las aplicaciones de las medidas de dispersión:

☐ Para obtener un promedio que tenga representatividad en la serie.

■ Para encontrar el promedio más fiable y de uso más frecuente en el análisis e interpretación de una curva normal.

☐ Para encontrar el valor central de la serie.

☐ Tienen muchas aplicaciones en la estadista inductiva o inferencial.

5.7.12. Determine cuál de las siguientes fórmulas nos ayuda en la determinación del coeficiente de variación:

☐ V= $\frac{\sigma^2}{\bar{x}}$ * 100

☐ V= $\frac{\sigma}{\bar{N}}$ * 100

☐ V= $\sqrt{\frac{\sigma^2}{N}}$ * 100

■ V= $\frac{\sigma}{\bar{x}}$ * 100

5.7.13. ¿Cuál es la columna que satisface el cálculo de la puntuación tipificada de la siguiente serie estadística?:

X
80
70
60
50
40
30
20
10

Z
1,27
1,07
0,07
0,01
-0,01
-1,07
-1,27

A ☐

Z
1,35
0,84
0,05
0,03
-0,3
-0,5
-0,84
-1,35

B ☐

Z
1,53

1,09
0,65
0,22
-0,22
-0,65
-1,09
-1,53

C ■

Z
1,26
1,14
0,72
0,8
-0,8
-0,72
-1,14
-1,26

D □

Verifique las respuestas de la autoevaluación en la página 339.

OTRAS ACTIVIDADES DE APLICACIÓN

QUINTA UNIDAD

EJERCICIO Nº 1

1. Escriba una síntesis que contenga la definición de cada una de las medidas de dispersión.
2. Con las siguientes calificaciones:

20, 17, 16, 14, 12, 10

Calcular:

a. La desviación media
b. La varianza
c. La desviación típica

Asesoría:

Exprese las respuestas con dos cifras decimales, utilizando para ello el redondeo de datos.

3. Con los datos que encuentra en el siguiente cuadro estadístico, determine la desviación media y la varianza.

Peso	f
60	6
59	10
58	16
57	14
56	12
55	8
54	6

53	5

4. Determine el valor de la desviación típica utilizando los datos que constan en el siguiente cuadro:

x	f
18	7
17	8
16	12
15	16
14	9
13	7
12	6
11	2

5. El siguiente cuadro estadístico contiene la estatura en centímetros de un grupo de personas, calcular la desviación media:

Estatura	f
100 – 108	7
109 – 117	9
118 – 126	18
127 – 135	10
136 – 144	5
145 – 153	4

6. Los datos que se registran en el siguiente cuadro, corresponden al peso de un grupo de personas, calcular la varianza:

Peso	f
31 – 37	5
38 – 44	7
46 – 51	11
52 – 58	16
59 – 65	10
66 – 72	4
73 – 79	2

7. Las calificaciones de estadística obtenidas por el tercero C se ha las distribuido en los siguientes intervalos de clase, calcular la desviación típica:

Calificaciones	f
18 – 20	3
15 – 17	9
12 – 14	15
09 – 11	5
06 – 08	2
03 – 05	1

8. Utilice el coeficiente de variación para obtener el grado de dispersión que existe entre las edades de un grupo de personas, sabiendo que la X = 32,50 años y σ = 9,50 años
9. Determine las puntuaciones tipificadas para los datos que se encuentren en el siguiente cuadro:

Peso en Kg	f
65	7
64	9
63	11
62	14
61	12
60	5
59	3

10. Con los datos que se observa en el siguiente cuadro, determine la puntuación tipificada y describa en que materia una alumno tiene mejor rendimiento:

Asignaturas	x	$\bar{x}$	σ
Física	17	15	4,5
Matemáticas	15	13	2.5
Ingles	16	14	4
Historia	19	16	5
Química	14	12	3

EJERCICIO Nº 2

1. Si las calificaciones de estadísticas son:

19 – 15 – 13 – 12 – 14 – 16 – 17 – 1 1

Calcular

a. La desviación media
b. La varianza
c. La desviación típica o estándar

2. La estatura de un grupo de estudiantes contiene el siguiente cuadro, determine la desviación media:

Estatura en cm	f
150	7
149	9
148	11
147	16
146	14
145	8
144	2

3. Determine el valor de la varianza y de la desviación típica con los datos que observa en el siguiente cuadro:

Peso en Kg	f
50	9
49	12
48	15
47	20
46	11
45	8
44	4
43	1

4. Con los datos del siguiente cuadro estadístico, calcular la desviación media:

x	f
156 – 160	10
151 – 155	12
146 – 150	16
141 – 145	14
136 – 140	8
131 – 135	4
126 – 130	2

5. Calcular la varianza con la información que encuentra en el siguiente cuadro:

Peso en Kg	f
45 – 51	9
52 – 58	15
59 – 65	18
66 – 72	7
73 – 79	5
80 – 86	3
87 – 93	2

6. Calcular la desviación típica o estándar de las calificaciones de matemáticas de un tercer curso de bachillerato ordenadas en el siguiente cuadro:

Calificaciones	f
18 – 20	3
15 – 17	9
12 – 14	15
09 – 11	5
06 – 08	2
03 – 05	1

7. Determine el coeficiente de variación de los datos agrupados en el siguiente cuadro:

Edades	f
45	8

44	12
43	16
42	10
41	6
40	4

ASESORÍA:
Recuerde que el coeficiente de variación se obtiene al dividir la desviación típica entre la media aritmética.

Esto es v= $\frac{\sigma}{\bar{x}}$

8. El peso en kilogramos de un grupo de personas es:

x	f
65	6
64	9
63	14
62	12
61	5
60	3

Determine las puntuaciones tipificadas
ASESORÍAS:
En esta actividad se pide que encuentre la columna de las puntuaciones tipificadas, le recordamos que las puntuaciones tipificadas se calculan dividiendo las desviaciones entre la desviación típica.

Asignaturas	x	$\bar{x}$	σ
Física	19	18	3,5
Estadística	16	16	2,5
Biología	17	14	2
Matemáticas	14	13	3

Es decir: z= $\frac{d}{\sigma}$

9. El cuadro que presentamos a continuación contiene las calificaciones de un alumno en cuatro asignaturas. Además contiene las medias aritméticas y las correspondientes desviaciones típicas, determine la columna de la puntuación tipificada y deduzca observando estos valores en que asignaturas el alumno tiene mejor rendimiento:

AUTOEVALUACION 2

1. La desviación media se aplica para:

☐ Determinar la asimetría y curtosis de una curva.

☐ El análisis de una curva normal.

☐ Examinar la dispersión de la variable con respecto al promedio

☐ Ninguna de las aplicaciones anteriores

2. La varianza se la define como:

☐ La media aritmética de los cuadrados de las desviaciones

☐ La raíz cuadrada de la desviación media

☐ La relación entre la media aritmética y la media armónica

☐ El cociente que resulta de dividir la suma de las desviaciones para el número de casos.

3. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

☐ desviación media es la suma de las desviaciones.

☐ La desviación típica es la raíz cuadrada de la varianza.

☐ La varianza es la media aritmética de las desviaciones

☐ El coeficiente de variación es la relación que existe entre la desviación típica y media aritmética

4. ¿Cuál de las siguientes es una propiedad de la varianza?

☐ número de casos no influye en el resultado

☐ Su valor se encuentra en relación directa con la dispersión de los datos.

☐ Es siempre mayor o igual que la desviación media.

☐ Ninguna de las propiedades anteriores

5. La puntuación tipificada se determina mediante la siguiente fórmula:

☐ $\frac{d}{\bar{x}}$ ☐ $\frac{d}{\sigma}$

☐ Z = $\frac{\sigma}{x}$ ☐ ninguna de las formulas anteriores

6. Una de las siguientes alternativas es la desviación media de la serie con frecuencias que se indica a continuación:

Peso	f
60	2

59 58 57 56	6 5 4 3
	20

☐ 0,70 kg

☐ 1,3 kg

☐ 57 kg

☐ Ninguna de las soluciones anteriores

7. Encuentre el valor de la varianza para los datos que observa en el siguiente cuadro:

Estatura en cm	f
140	7
139	10
138	12
137	18

☐ 1,87 cm

☐ 138,13 cm

☐ 1,18 cm

☐ Ninguna de las soluciones anteriores

8. Determine la desviación típica de la serie estadística que se encuentra en el siguiente cuadro:

Peso en Kg
160 159 158 157
634

☐ 158,5 kg

☐ 1,5 kg

☐ 1,12 kg

☐ Ninguna de las soluciones anteriores

9. El coeficiente de variación es la relación que existe entre:

☐ La desviación media y la desviación típica

☐ La desviación típica y la media aritmética

☐ La sumatoria de las desviaciones y el número de elementos

■ La desviación típica y su media aritmética

10. La fórmula utilizada para realizar el cálculo de la desviación media de una serie estadística es:

- ☐ DM= $\frac{\sum_D 2}{N}$
- ☐ DM= $\frac{\sum d}{N}$
- ☐ DM= $\frac{\sum f.d}{N}$
- ☐ DM= $\frac{\sum f.x}{N}$

11. El coeficiente de variación se obtiene utilizando una de las siguientes fórmulas:

- ☐ x - $\bar{x}$
- ☐ V= $\frac{d}{\sigma}$
- ☐ V= $\frac{d}{\bar{x}}$
- ☐ Ninguna de las formulas anteriores

12. La fórmula utilizada para calcular la desviación típica de una serie estadística es:

- ☐ $\frac{\sum d}{N}$
- ☐ σ= $\frac{\sum_d 2}{N}$
- ☐ σ= $\sqrt{\frac{\sum_d 2}{N}}$
- ☐ Ninguna de las fórmulas anteriores

13. La desviación típica se aplica para:

- ☐ Establecer comparaciones en el rendimiento de un estudiante
- ■ Determinar una curva normal
- ☐ Calcular la desviación media
- ☐ El análisis e interpretación de un polígono de frecuencia

14. Las puntuaciones tipificadas de utilizan para:

- ■ Determinar cuándo un estudiante esta mejor ubicado con respecto a varias asignaturas
- ☐ Obtener un promedio más fiable
- ☐

Expresar un resultado en números enteros y positivos

☐ Encontrar el valor central de la serie

Verifique las respuestas de la autoevaluación 2 en la página 340

6ta. UNIDAD

Números índice

Sexta Unidad

NUMEROS INDICE

CONTENIDOS:

6.1. NUMEROS INDICE

6.1.1 PRECIOS RELATIVOS
6.1.2 CANTIDAD RELATIVA
6.1.3 VALOR RELATIO
6.1.4 NUMEROS INDECE GBLOBALES

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Al terminar el estudio de esta unidad, usted estará en capacidad de:

1 Explicar el significado de números índices y señalar los índices más comunes.

2 Calcular los números índices.

3 Señalar y explicar las propiedades de los índices de precios relativos.

4 Explicar que es cantidad relativa y cuáles son sus principales propiedades.

5 Calcular la cantidad relativa.

6 Explicar lo que es valor relativo.

7 Calcular el valor relativo.

8 Calcular los números índices globales por agregación simple o agregación ponderada.

9 Convertir a la estadística en una de las ciencias de su especial interés.

10 Valorar por sí mismo el desempeño que ha tenido en el estudio de la Estadística.

NUMEROS ÍNDICES

6.1. NÚMEROS ÍNDICES

Son aquellos números que nos permiten establecer una relación entre dos variables, tomando como punto de comparación un periodo de tiempo considerado como base.

Estos números índice sirven entre otras cosas para relacionar datos económicos y administrativos, pues, con ellos los economistas y administradores pueden fácilmente cuantificar lo que sucede entre las variables que, motivan su análisis.

Entre los índices más comunes y de mayor aplicación se encuentran: los índices de precios al consumidor, el índice de costo de vida, índice de analfabetismo, índice de mortalidad, índice de natalidad, índice de salarios, índice de desempleo, índice de producción industrial, índice de un ciclo económico, índice de productividad, índice de exportación e importación, etc.

Así, por ejemplo:

El índice de precios al consumidor elaborado por el Banco central del Ecuador correspondiente a alimentación y bebidas de la ciudad de cuenca a diciembre de 1981 fue de 530,1, el cual indica que el precio promedio de una canasta familiar de varios productos fue de 530,1 por ciento más alto que el periodo de tiempo considerado como base, el año 1967.

La fórmula que nos permite realizar los cálculos correspondientes a los números índices es la siguiente:

$$Ni = \frac{\mathrm{pn}}{\mathrm{pa}}$$

$$Ni = \frac{\text{precio de un articulo en un periodo}}{\text{precio de un articulo en el periodo base}}$$

De donde:

Ni= numero índice

Pe= precio de un artículo en un periodo

Pa= precio de un artículo en el periodo base

Ejemplos:

a. El precio del quilogramo de arroz en febrero de 1983 fue de 27,17 sucres y en el mes de marzo del mismo año fue de 30.71 sucre. Determinar el número índice si se toma como periodo base el mes de febrero

$$Ni = \frac{\mathrm{pn}}{\mathrm{pa}}$$

$$Ni = \frac{30.71}{27,17} = 1,13$$

1,13 es el índice de precio al consumidor.

Los índices de precio se expresas generalmente sobre la base de 100.

De tal manera que 1,13 x 100 = 113%; pero, el índice del año base se fija en 100, entonces en 113% se nota que hubo un incremento del 13%, en el periodo de comparación de un mes.

b. Bajo el supuesto de el salario básico de los trabajadores Ecuatorianos, en el año de 1982, fue de 4600 sucre y en el año de mil 1983 fue de 5600 sucre calcular el índice de salarios, si se considera que 1982 es el año base de comparación.

$$Ni = \frac{\mathrm{pn}}{\mathrm{pa}}*100$$

$$Ni = \frac{5600}{4600}*100$$

Ni=1,22*100

Ni=122%

Esto quiere decir que los salarios aumentaron en el orden del 22 por ciento anual

c. El gasto mensual minimos en alimentación, para una familia de 5 mienbros en la ciudad de loja en el mes de Enero de 1983, fue de 4584,30 sucres y en el mes de marzo del mismo año, de 5073 sucres.

Obtener el índice del costo de vida, tomando como base el mes de Enero.

$$Ni = \frac{\mathrm{pn}}{\mathrm{pa}}*100$$

$$Ni = \frac{5073}{4548,30}*100$$

Ni= 1,11*100
Ni= 111%

Este porcentaje significa que en el transcurso de dos meses el costo de la vida, en lo que dice relación con el gasto mensual mínimo en alimentación, se incrementó en un 11 por ciento.

6.1.1 PROPIEDADES DE LOS INDICES DE LOS PRECIOS RELATIVOS

SIENDO LOS PRECIOS RELATIVOS el índice más utilizado, a continuación nos referimos a sus propiedades en base del siguiente ejemplo:

Si estamos que el precio de la leche en los cinco años fue:

Año	1979	1980	1981	1982	1983
Precio en sucres por cada litro	7	10	12	14	16

Hallar los índices de precios relativos, con aplicación a las diferentes propiedades.

6.1.1.1. PROPIEDAD DE IDENTIDAD

EL PRECIO RELATIVO DE LA LECHE en cuanto al consumidor para el año de 1983 fue de:

$$Ni = \frac{16}{16}$$

Ni=1

Es decir que si utilizamos una expresión simbólica obtendremos:

$$Ni = \frac{\mathrm{pa}}{\mathrm{pa}}$$

Ni=1

6.1.1.2. PROPOIEDAD DEL TIMPO INVERSO

Como el año base no tiene que ser necesariamente anterior al año dado, entonces se puede encontrar el precio relativo de la leche para los periodos de referencia 1980-1982 y 1982-1980, simultáneamente.

$$Ni = \frac{14}{10} * \frac{10}{14}$$

Ni=1

En símbolo tendremos

$$Ni = \frac{\mathrm{pn}}{\mathrm{pa}} * \frac{\mathrm{pa}}{\mathrm{pn}}$$

Ni=1

6.1.1.3. Propiedad cíclica

El índice del precio relativo de la leche para los periodos 1880-1979,1981-1980, 1982-1981, 1979-1982 fue:

$$Ni = \frac{10}{7} * \frac{12}{10} * \frac{14}{12} * \frac{7}{14}$$

Ni=1

En símbolos:

$$Ni = \frac{\mathrm{pn}}{\mathrm{pa}} * \frac{\mathrm{pn1}}{\mathrm{pn}} * \frac{\mathrm{pn2}}{\mathrm{1pn1}} * \frac{\mathrm{pa}}{\mathrm{pn2}}$$

6.1.2. CANTIDAD RELATIVA

Es aquella que nos permite comprara un cierto número de unidades en dos periodos de tiempo. La cantidad relativa la podemos expresar mediante la siguiente formula.

$$Qr=\frac{Qn}{Qa}$$

$$\text{Cantidad relativa}=\frac{\text{cantidad de un articulo en un periodo dado}}{\text{cantidad de un artivulo en un periodo base}}$$

De donde:

Qr= cantidad relativa

Qn= cantidad de un artículo en un periodo dado

Qa=cantidad de un artículo en un periodo base

En este caso comparamos cantidades de un mismo producto, de una misma magnitud, que puede referirse al consumo, a la producción, exportación, importación, etc., pero en dos periodos de tiempo determinados, uno de los cuales se considera como base de comparación.

Ejemplos:

a. El estado ecuatoriano, según boletín informativo del banco central, obtuvo en el año de 1980 por concepto de ingresó corriente bruto sobre el petróleo la cantidad de 14.229.400.000 y en el año de 1981, para el mismo rubro, obtuvo un ingreso de 13.077.100.000 determinar la cantidad relativa de ingreso bruto que tuvo el estado ecuatoriano con respecto al año de 1980.

$$Qr=\frac{Qn}{Qa}$$

$$\text{Cantidad relativa}=\frac{\text{ingreso bruto en el año 1981}}{\text{ingreso bruto en el año 1980}}$$

$$Qr=\frac{13.077.100.000}{14.229.400.000}$$

Qr=0,919

También:

Qr=0,919*100=91,9%

Lo cual significa que el ingreso bruto con conceoto del petrolro en el año de 1981, fue de 91.9% con respecto a 1980, o lo que es lo mismo, decrecio en un 8,1 por ciento.

b. Si la producción de banano del ecuador en el año de 1970 fue de 3690.00 toneladas métricas y en el año de 1978 fue de 2375.00 toneladas métricas, encontrar la cantidad relativa del mencionado producto respecto al año de 1970

$$Qr=\frac{Qn}{Qa}$$

$$\text{Cantidad relativa respecto a 1970}=\frac{\text{cantidad de banano producido en 1978}}{\text{cantidad de banano producido en 1970}}$$

$$Qr=\frac{237500}{369000}$$

$$Qr=0,6436$$

También:

$$Qr=0,6436*100=64,36\%$$

Esto quiere decir que la producción bananera del ecuador en el año 1978 decrecio en un 35,64%.

Las propiedades que se refieren a las cantidades relativas son las mismas que los precios relativos, que ya las consideramos anteriormente.

6.1.3. VALOR RELATIVO.

Consideramos como valor relativo al resultado de multiplicar al precio relativo del artículo por la cantidad relativa de mismo artículo. Es decir, que:

Valor relativo = precio relativo x cantidad relativa.

Mediante la fórmula, el valor relativo se expresa así:

Vr=Ni*Qr

De donde:

Vr=valor relativo

Ni= precio relativo

Qr=cantidad relativa

Ejemplos:

a. El precio de 50 kilogramos de arroz en nuestro país para febrero de 1983 fue de S-.1358.50 y en el mes de febrero de 1984 los 50 kilogramos de arroz costaron S-. 2200. DETERMINAR EL VALOR RELATIVO si se toma como periodo base el año 1983.

Vr=Ni*Qr

$$Ni=\frac{\text{pn}}{\text{pa}}$$

$$Ni = \frac{2200}{1353{,}50}$$

Ni= 1,62

Qr=$\frac{\mathrm{Qn}}{\mathrm{Qa}}$

Qr=$\frac{50}{50}$

Qr=1

Vr=1,62*1

Vr=1,62

Entonces: Vr=1,62*100

Vr=162%

Lo que indica que en el transcurso de un año el precio del arroz se a incrementado en un 62 por ciento.

b. Si el gasto por concepto de leche de una familia en los años 1982y 1983 fue de:

Años	1982	1983
Precio(sucres)	13	16
Cantidad consumidas(litros)	720	1080

Encontrar el valor relativo con respecto al año de 1982

Vr=Ni*Qr

$$Ni = \frac{\mathrm{pn}}{\mathrm{pa}}$$

$$Ni = \frac{1080}{720}$$

Ni= 1,5

Qr=$\frac{\mathrm{Qn}}{\mathrm{Qa}}$

Qr=$\frac{\mathbf{16}}{\mathbf{13}}$

Qr=1,23

Vr=1,5*1,23

Vr=1,845

Vr=184,5%

Porcentaje que significa que el presupuesto de esta familia debió incrementarse en un 84,5 por ciento para cubrir el gasto por consumo de leche.

6.1.4. NUMEROS INDICES GLOBALES.

Para el cálculo de los números índices globales se puede hacer uso de uno cualquiera de los siguientes procedimientos: el de agregación simple y el de agregación ponderada.

6.1.4.1. AGREGACION SIMPLE.

Ejemplos:

a. Si el consumo de varios artículos de primera necesidad en kilogramos, por una familia de la ciudad e Loja en los años de 1980 y 1982, fue de:

Artículos	Precios en sucre1980	Precios en sucres 1982
Arroz de castilla	16,15	18,37
Azúcar	10,38	19,27
Manteca vegetal	35,29	49,41
Carne	40,37	63,19
	102,19	150,19

Calcular el número índice global, tomando como año base el de 1980.

Primero.- se emplea la fórmula:

$$\text{Numero índice global} = \frac{\sum pn}{\sum pa}$$

En donde:

$$Numero\ indice\ global = \frac{\text{suma de precios en el año dado}}{\text{suma de precios en el año base}}$$

SEGUNDO.- SE ENCUNETRA ∑pn, ósea la suma de los precios en el año dado y ∑pa, que es la suma de precios en el año base:

TERCERO.- sustituyendo se tiene:

$$\textbf{Numero índice global} = \frac{150,19}{102.19}$$

Numero índice global =1,47

Numero índice global=147%

De acuerdo a este índice, se nota que en el transcurso de dos años existe un incremento del 47 por ciento, en el costo.

b. hallar el índice global para los precios de los artículos de primera necesidad, teniendo como base de comparación el año de 1980.

Artículos	**Precios en sucres 1980**	**Precios en sucres 1982**	**Cantidades**
Pan	**10**	**20**	**10 unidades**
Arroz de castilla	**7,34**	**8,53**	**1 libra**
Azúcar	**2,36**	**4,38**	½ libra
Sal	**0,27**	**0,38**	**2 onzas**
	19,97	**33.29**	

Numero índice global =$\frac{\sum pn}{\sum pa}$

Numero índice global=$\frac{33{,}29}{19{,}97}$

Numero índice global= 1,667

Numero índice global= 166,70%

Observaciones:

El procedimiento de agregación simple tiene dos inconvenientes que es preciso resaltar:

1. a los artículos a los cuales se desea determinar el índice de precios, se les asigna la misma importancia en el cálculo.

Así por ejemplo:

En una familia, tan importante resulta ser el consumo del pan como el de la sal.

2. Las unidades de medida que se utilizan para cada artículo, no influyen en el valor del índice.

Así:
La libra, la media libra, las onzas, las unidades, etc., no afectan el valor del índice.

6.1.4.2. AGREGACION PONDERADA

Ejemplo:
El consumo de los siguientes productos vitales en una familia de 5 miembros fue:

Artículos	Cantidad para los años 80-82	Precio en sucres 1980	Precio en sucres 1982
Arroz de castilla	150kg	2.422,50	2.755,50
Azúcar	180kg	1.868,40	3.468,60
Manteca vegetal	80kg	2.823,20	3.952,80
Carne	160kg	6.459,20	10.102,40

Calcular el índice de precios siendo el año base el de 1980.
PRIMERO.- Utilizamos la fórmula:

$$\textbf{Numero índice global}=\frac{\sum pn*Qa}{\sum pa*Qa}$$

Siendo:

$$\textbf{Numero índice global}=\frac{suma8precios\ 1982)(cantidades\ 1980)}{suma\ (precios\ 1980)(cantidades\ 19809}$$

También:

$$\textbf{Numero índice global}=\frac{\substack{gastos\ producido\ en\ 1982\ si\ hubiera \\ consumido\ la\ misma\ cantidad\ de\ 1980}}{gastos\ por\ consumo\ en\ año\ \ base\ 1980}$$

SEGUNDO.- encontramos la suma de precios de 1982 por la cantidad de 1980:

2.755,50	x 150	=	413.325,00
3.468,60	x 180	=	624.348,00
3.952,80	x 80	=	316.224,00
10.102,40	x 160	=	1.616.368,00
Suman			**2.970.265,00**

Asimismo, determine la suma de los precios de 1980 por las cantidades de 1980:

2.422,50	x 150	=363.375,00
1.868,40	x 180	=363.312.00
2.823,20	x 80	= 225.856,00
6.459,20	x 160	= 1.033.472,00
Suman		**1.959.015.00**

Tercero.- Sustituyendo en la formula, se tiene:

$$\text{Numero índice global}=\frac{2.970,265}{1.959,015}$$

Numero índice global **=** 1,516

Numero índice global= 151,6%

6.2. EJERCICIOS RESUELTOS

6.2.1. El número de profesores de nivel medio en el año de 1977 fue de 26.107 y en el año de 1978 fue de 28.820. Determine el número índice si se toma como periodo el año de 1977.

Utilizamos la fórmula:

$$\text{Ni}=\frac{pn}{pa}$$

$$\text{Ni}=\frac{28.820}{26.107}*100$$

Ni=110,39

Es decir, hubo un incremento del profesorado de nivel medio de un 10,39%.

6.2.2. En el año de 1978, en formación y capacitación docente, se gastó S-.59323 y en el año de 1979 se gastó la suma de S-. 74757. Determínese el índice del gasto en capacitación docente, si se toma como año base 1978.

$$\text{Ni}=\frac{pn}{pa}$$

$$\text{Ni}=\frac{74.757}{59.323}*100$$

Ni=126,02%

Es decir, hubo un incremento del 26,02% para gastos de formación y capacitación docente.

6.2.3. Para construcciones escolares en el nivel medio en el año de 1977 se gastó S/.165.626.636. Determine el índice si se toma como año base 1978.

$$\text{Ni}=\frac{pn}{pa}$$

$$Ni=\frac{113.670,751}{165.626,636}*100$$

$$Ni=68,63\%$$

El monto que se ha invertido para construcciones escolares en el año 1977 ha sido el 31,37% más que el de 1978 (100,00- 68,13=31,37%).

6.2.4. El presupuesto general para educación en el año de 1972 fue de S/.1.681.000.000 y en el año de 1978 fue de S/. 6.226.379.500. Determínese la cantidad relativa tomándose como año base 1972.

$$Qr=\frac{Qn}{Qa}*100$$

$$Qr=\frac{6.226.379.500}{1.681.000.000}*100$$

$$Qr=370,4\%$$

En este caso, la cantidad relativa tuvo un incremento de 270,4% en 6 años.

6.2.5. El precio de 45 kilogramos de patas en nuestro país, para abril de 1983, fue se S/. 2000 Y EN EL mes de agosto de 1984 fue de S/. 1000. Determine el valor relativo si se toma como periodo base el año de 1983

$$Vr=Ni*Qr$$

$$Ni=\frac{1000}{2000}$$

$$Ni=0,50$$

$$Qr=\frac{45}{45}$$

$$Qr=1$$

$$Vr=0,50*1=0,50$$

$$Vr=0,50*100$$

$$Vr=50\%$$

Lo que indica que en el transcurso de un año, el precio de las patatas ha disminuido en un 50%.

6.2.6. Determinar el índice global para los precios de repuestos para vehículos livianos, teniendo como base de comparación el año de 1979. Aplicar el método de agregación simple.

Articulo	Precio en sucres 1979	Precio en sucres 1984	Unidades
Platinos	70	320	1
Bujías	80	480	4
Filtro de aceite	50	150	1
1 galón de aceite	150	540	1
	350	1490	

Número índice global $= \frac{pn}{pa} * 100$

Número índice global - $\frac{1.490}{350} * 100.$

Número índice global = 425,71%

En 5 años ha existido un incremento de 325,71% en los precios de repuestos para un vehículo liviano.

6.3. EJERCICIOS PROPUESTOS

6.3.1. El precio del kilogramo de azúcar, en julio de 1983, fue de 36,59 sucres y en el mes de julio del mismo año fue de 41,8 sucres. Determinar el número índice, si se toma como período base el mes de junio.

6.3.2. Bajo el supuesto de que el salario básico de los trabajadores ecuatorianos en el año de 1983 fue de 5.600 sucres y en el año de 1984, de 7.400 sucres, calcular el incremento salarial, si se considera como año base 1983.

6.3.3. El gasto mensual mínimo en alimentación, para una familia de 5 miembros en la ciudad de Loja, en el mes de junio de 1983, fue de 5.953,20 sucres y en el mes de julio del mismo año fue de 6.285,30 sucres. Obtener el índice del costo de vida tomando como base el mes de junio.

6.3.4. Según valores estimados, los precios de 45,45 kilogramos de arroz (100 libras) en el Ecuador, durante los años 1978 y 1984, fueron:

AÑOS	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
PRECIO	400	600	800	1.000	1.500	2.100	2.000

a. Tomando el año de 1978 como base hallar los precios relativos correspondientes a los años 1980 y 1984.

b. Si el año base es el de 1981, hallar los precios relativos que corresponden a todos los años dados.

c. Si 1978, 1979 y 1980 se consideran como años base, hallar los precios relativos que corresponden a todos los años dados.

6.3.5. El ingreso por cada habitante ecuatoriano en el año de 1974 fue de 535 dólares, y en el año de 1977 fue de 619 dólares anuales. Determinar la cantidad relativa de ingreso bruto que tuvo cada habitante ecuatoriano con respecto al año de 1974.

6.3.6. En una familia el gasto por consumo de carne de res en los años de 1982 y 1983 fue de:

Años	1982	1983
Precios de sucres	63,58	75,00
Cantidad en Kg	152.72	174,54

Encontrar el valor relativo con respecto al año de 1983.

6.3.7. El consumo de varios artículos de primera necesidad en kilogramos por una familia de 5 miembros, en la ciudad de Loja en los años de 1981y 1983, fue de:

Artículos	1981	1983
Arroz de castilla	22	46,2
Azúcar	19,8	28,6
Manteca vegetal	32,1	66,8
Carne	35,8	63,58

Calcular el número índice global, por el método de agregación simple, tomando como año base 1981.

6.3.8. Hallar el índice global de precios, por el método de agregación ponderada, para los siguientes artículos de primera necesidad, teniendo como base de comparación el año de 1981.

Artículos	1981	1982	Cantidades
Patatas	17,60 sucres	33,00 sucres	1Kg
Yuca	8,80	13,20	1Kg
Cebolla	33,00 sucres	88,00 sucres	1Kg
Café molido	2,00 sucres	7,18 sucres	200g

6.4. Revisión

6.4.1. Los números índices nos permiten establecer una ---------------- entre dos variables tomando como comparación un ________________ de   relación periodo tiempo.

6.4.2. La formula $\frac{pn}{pa}$ nos permite calcular los _____________ __________. **Números índice.**

6.4.3. Si el valor obtenido en los números índice es mayor de 100 significa ____________del porcentaje con respecto del año base, mientras Que si el valor obtenido es menos de 100, significa______________/ _____________ del porcentaje con respecto al año base. **incremento. decremento/ Disminución.**

6.4.4. Se presenta a continuación una de las propiedades de los números Índice: Ni=$\frac{16}{18} * \frac{18}{16}$.Esta propiedad se llama de _______________ **_________________.** **tiempo. Inverso.**

6.4.5. La cantidad relativa nos permite _______________ un cierto número De unidades en dos periodos de tiempo. **comparar.**

6.4.6. Los elementos de la fórmula: Qr=$\frac{Qn}{Qa}$ significa: Qn= cantidad de Un artículo en un periodo dado. Qr=**___________ _________.** **cantidad relativa**.
Qa= cantidad de un artículo en un periodo base.

6.4.7. El valor relativo es el resultado de multiplicar el precio relativo del Mismo artículo por la ___________ __________. **Cantidad relativa.**

6.4.8. La fórmula N. Qr representa el ____________ ___________. **valor relativo.**

6.4.9. Para calcular los números índices globales, se utiliza uno de los Siguientes procedimientos: de agregación simple y _______________ **__________________.** **agregación Ponderada.**

6.4.10. La formula $\frac{\sum pn}{\sum pa}$ se la utiliza para determinar el número índice Global por el procedimiento de ___________ _________________. **Agregación simple.**

6.5. Auto evaluación

6.5.1. Los números índices nos permiten establecer una relación entre:

- ☐ a. Los porcentajes.
- ☐ b. Dos variables tomando en cuenta un periodo de tiempo como referencia.
- ☐ c. Dos periodos de tiempo diferente.
- ☐ d. Los precios de los artículos de primera necesidad.

6.5.2. Los índices más comunes y de mayor aplicación son:

- ☐ a. Índices de precios al consumidor.
- ☐ b. Índices de porcentajes.
- ☐ c. Índices de cambios.
- ☐ d. Índice de analfabetismo.
- ☐ e. Índice de números.
- ☐ f. Índice de natalidad.
- ☐ g. Ninguno de los anteriores.

6.5.3. Al calcular los números índice y expresar el cambio ocurrido por dos variables entre dos años:

- ☐ a. Se debe tomar siempre como base el año con la cifra menor.
- ☐ b. Se debe tomar siempre como base el año más cercano.
- ☐ c. Se puede tomar cualquiera de los dos años como base.
- ☐ d. El año base tiene que ser siempre anterior al año dado.

6.5.4. Los índices de precios relativos contribuyen al análisis de los datos y en ellos se aprecian las siguientes propiedades:

- ☐ a. Del inverso aditivo.
- ☐ b. De identidad.
- ☐ c. Cíclica.
- ☐ d. Conmutativa
- ☐ e. Del tiempo inverso.

6.5.5. Al estudiar la realidad socioeconómica de cierta provincia, se logró establecer que la situación de analfabetismo era la siguiente:

	Zona rural	Zona urbana
Analfabetos	24.000	10.000

¿Cuál es el Índice de analfabetismo de la zona urbana con respecto a la rural?:

- ☐ a. 120.
- ☐ b. 240.

c. 41,67

d. 24.

6.5.6. La cantidad relativa nos permite establecer una comparación entre:

a. Los precios de un producto cualquiera.
b. Dos períodos de tiempo dados.
c. Productos que se consumen.
d. El número de unidades de un mismo producto.

6.5.7. Identifique con una equis (X) las propiedades de las cantidades relativas que se encuentran ilustradas por las siguientes expresiones:

a. $\frac{Qa}{Qa}$

b. Q+a = Q+b

C. $\frac{Qn}{Qa} * \frac{Qa}{Qn}$

d. Q+0=Q

6.5.8.si la producción de naranjas del Ecuador en el año de 1974 fue de 225.000 toneladas métricas y en el año de 1977 fue de 325.000 toneladas métricas, la cantidad relativa del mencionado producto respecto del año de 1974 es de**:**

a. 144.
b. 69.
c. 100
d. 44.

6.5.9. El valor relativo es el resultado de:

a. Sumar el precio relativo de un artículo con la cantidad relativa del mismo.
b. Multiplicar el precio relativo por la cantidad relativa. Doblo
c. Tomar el precio y compararlo con el período de tiempo. S i no b
d. Ninguna de las soluciones anteriores.

6.5.10. El precio de 12 huevos en el año de 1983 fue de 74,40 sucres y en el año 1984 de 93,60 sucres. Determinar el valor relativo si se toma como periodo base al año de 1983:

a. 48.
b. 79,49.
c. 126.
d. 26,3

6.5.11. El costo por consumo de energía en una familia, nos da los siguientes datos:

Artículos	1983	1984
Gasolina	19.008	22.000
Gas	1.800	2.100
Electricidad	3.600	4.500

Calcular el número índice global, si el año base es 1983:

- [ ] a. 117.
- [ ] b. 85,34.
- [ ] c. 28,60
- [ ] d. 244.

6.5.12. Me gustaría utilizar la Estadística en cuestiones de tipo práctico.

- [ ] a. Nunca
- [ ] b. Rara vez.
- [ ] c. Algunas veces
- [ ] d. Con mucha frecuencia.

6.5.13. ¿Cuántos problemas que no constan en esta obra resolvió usted?:

- [ ] a) Ninguno.
- [ ] b) De uno a diez.
- [ ] c) De once a veinte.
- [ ] d) Más de veinte.

6.5.14. Estoy muy satisfecho de mi trabajo desarrollado en Estadística:

- [ ] a) De acuerdo.
- [ ] b) Más o menos de acuerdo.
- [ ] c) En desacuerdo.
- [ ] d) Muy en desacuerdo.

Verifique las respuestas de la AUTOEVALUACIÓN en la página 339.

LECTURA RECOMENDADA

Razones por las que el investigador social emplea la Estadística

Todos nosotros tenemos algo de investigadores sociales. Casi diariamente hacemos sabios pronósticos" relativos a los acontecimientos futuros de nuestra vida con el fin de predecir lo que sucederá ante nuevas situaciones o experiencias. A medida que aparecen estas situaciones, con frecuencia apoyamos o confirmamos nuestras ideas; otras veces, sin embargo, no somos tan afortunados y debemos experimentar desagradables consecuencias.

Tomemos en consideración algunos ejemplos familiares: podríamos invertir en el mercado de valores, votar por un candidato político que promete resolver problemas internos, apostar a los caballos, tomar medicinas para reducir las molestias de una gripe, lugar a los dados en un casino, tratar de conocer psicológicamente un poco a nuestros maestros en relación con un examen o aceptar una cita con un desconocido, confiando en la palabra de un amigo.

Algunas veces ganamos; algunas veces perdemos. Así, podríamos hacer una buena inversión en el mercado de valores, pero arrepentimos de nuestra decisión electoral; ganar dinero en los juegos de azar, pero descubrir que nos hemos equivocado al tomar el remedio para nuestra enfermedad; resolver bien el examen, pero tener una desagradable sorpresa al asistir a la cita con el desconocido, y así sucesivamente. Desafortunadamente, es cierto que no todas nuestras predicciones diarias estarán apoyadas por la experiencia.

La naturaleza de la investigación social

De una manera un tanto semejante, el científico social tiene ideas acerca de la naturaleza de la realidad social (a las cuales llama hipótesis), y, frecuentemente, comprueba sus ideas por medio de la investigación sistemática. Por ejemplo, podría presentar la hipótesis de que los niños socialmente aislados ven más televisión que los niños que están bien integrados con sus grupos afines, podría hacer una encuesta en la cual se pregunte a ambos grupos de niños, los socialmente aislados y los bien integrados, acerca del tiempo que dedican a ver televisión. También podría plantear la hipótesis de que las familias, en donde sólo existe el padre y falta la madre o existe la madre y falta el padre, generan más delincuencia que las familias que cuentan con la presencia del padre y de la madre; podría, por último proceder a entrevistar muestras de delincuentes y no delincuentes para determinar si uno o ambos padres estuvieron presentes en su formación familiar.

Así, de un modo similar a su contraparte en las ciencias físicas, el investigador social con frecuencia investiga para comprender mejor los problemas y acontecimientos que se presentan en su especialidad. La investigación social toma muchas formas y puede ser empleada para investigar una amplia variedad de problemas. El investigador puede participar en la observación de una pandilla de delincuentes, en una encuesta de muestras de simpatías y de antipatías políticas, en un análisis de valores de la prensa clandestina o en un experimento para determinar los efectos que se producen al obligar a las familias a abandonar sus hogares y establecerlos en otros sitios con el fin de ceder este su espacio a las autopistas recientemente construidas.

¿Por qué probar hipótesis?

Generalmente es conveniente, cuando no necesario, comprobar sistemáticamente nuestras hipótesis acerca de la naturaleza de la realidad social, aun aquellas que parezcan lógicas, verdaderas o evidentes por sí mismas. Nuestras diarias "pruebas de sentido común se basan generalmente en preconcepciones muy estrechas cuando no parcializadas, y en experiencias personales que pueden conducimos a aceptar conclusiones sin valor respecto a la naturaleza de los fenómenos sociales. Para demostrar este punto examinemos siguientes hipótesis que fueron comprobadas en un gran número de soldados durante la Segunda Guerra Mundial. Podría usted "predecir" estos resultados con base en sus experiencias cotidianas? Cree que era necesario comprobarlos o parecen demasiado obvios y evidentes por sí mismos para una investigación sistemática?

1. Los hombres mejor educados mostraron más síntomas neuróticos que aquellos con menos educación.
2. Los hombres procedentes de un medio rural generalmente se mostraron con mejor espíritu durante su vida militar que los soldados procedentes de la ciudad.
3. Los soldados del sur se aclimataron más fácilmente, en las calientes islas del Mar del Sur, que los soldados del norte.
4. Mientras continuaba la guerra, los soldados estaban más ansiosos de regresar a los Estados Unidos de lo que lo estaban después de la rendición alemana.

Si usted cree que estas afirmaciones tienen suficiente sentido común como para someterlas a una prueba sistemática, entonces tal vez le interesaría saber que cada afirmación es directamente opuesta a lo que se encontró en realidad. Los soldados deficientemente educados se mostraron más neuróticos que aquellos con educación superior; a los del sur no se les notó mayor habilidad que a los del norte en adaptarse a un clima tropical, y así sucesivamente. Depender sólo del sentido común o de las experiencias cotidianas, obviamente tiene sus limitaciones.

Las etapas de la investigación social

El contrastar sistemáticamente nuestras ideas acerca de la naturaleza de la realidad social exige con frecuencia una investigación cuidadosamente planeada y ejecutada, en la cual

1. Se reduce a una hipótesis contrastable, el problema que se va a estudiar (por ejemplo las "familias con uno sólo de los padres, generan más delincuencia que las familias con los dos padres).
2. Se desarrolla un conjunto de instrumentos apropiados (por ejemplo: elaborar un cuestionario o un programa de entrevistas).
3. Se recogen los datos (esto es, el investigador puede ir al lugar del problema y hacer un censo o encuesta).
4. Se analizan los datos para apoyar su hipótesis inicial. Y

5. Los resultados del análisis son interpretados y comunicados a un auditorio, por ejemplo, por medio de una conferencia o de un artículo en una revista.

El material presentado en este libro está más estrechamente relacionado con la etapa del análisis de los datos de la investigación en el cual los datos recogidos o reunidos por el investigador se analizan para apoyar su hipótesis inicial. Es en esta etapa de la investigación cuando los datos no procesados se tabulan, calculan, cuentan, resumen, reordenan comparan en una palabra, se organizan para que podamos comprobar la exactitud o validez de nuestra hipótesis.

(TOMADO DE FUNDAMENTOS DE ESTADÍSTICA EN LA INVESTIGACIÓN SOCIAL DE JACK LEVIN, PAGINAS 1, 2, Y 3).

Anexos

GLOSARIO DE TÉRMINOS ESTADÍSTICOS UTILIZADOS EN ESTA OBRA

PRIMERA UNIDAD

Digito	Es una cualquiera de las unidades básicas de conteo. En el sistema decimal: 0, 1, 2, 3 , 4 , 5, 6, 7, y 9.
Estadística Descriptiva	Tiene como objeto la representación y análisis de los hechos y cosas, explicando sus diferentes partes pero sin extraer conclusiones válidas para la población.
Estadística Inferencial	Extrae conclusiones válidas de la muestra para luego de ensayadas y analizadas, se pueda obtener ciertas características de la población.
Estadísticos	Conjunto de estadísticas y resultados extraídos a partir de una muestra. Los valores numéricos de las características de la muestra.
Hipótesis	Enunciado que es objeto de comprobación.
Muestra	Es la parte de la población o del universo.
Parámetro	Es el valor numérico que corresponde a una característica de la población.
Población	Es el universo o el conjunto de elementos que son motivo de una investigación.
Probabilidad	Es la posibilidad de realizarse un suceso.
Redondeo de datos	Es una aproximación de cifras decimales o enteras.
Variable	Es una característica cualitativa o cuantitativa, que puede tomar diferentes valores para cada uno de los elementos de la población.
Variable continúa	Es una característica cuantitativa, que puede tomar cualquier valor numérico.
Variable discreta	Es una característica cuantitativa, que no puede tomar valores entre dos números enteros consecutivos.
Amplitud total	
Ancho del intervalo	

SEGUNDA UNIDAD

Frecuencia

Frecuencia acumulada

Frecuencia relativa

Intervalo de clase

Limite superior

Limite inferior

Limites de clase

Marca de clase

Numeral

Porcentaje de la frecuencia

Serie estadística

Serie estadistica de frecuencia

Serie estadística de intervalos

Tabulación

Abscisas

Cartograma

Curva de frecuencia

Curva de magnitud

Diagrama

Distribución uniforme

Ejes coordenados

Índice de precios

Es la diferencia que se establece entre el valor mayor y el valor menor de la variable

Es la diferencia entre dos límites reales.

Es el número de veces que se repite un mismo valor de la variable

Es la suma de las frecuencias a partir del menor valor de la variable.

Es la relación que se establece, al dividir la frecuencia de la variable para el número total de casos.

A los números extremos, y, a los que se encuentran incluidos en ellos.

Es la puntuación mayor de una clase.

Es la puntuación menor de una clase.

Son los valores extremos que forman el intervalo.

Es el valor medio de cada intervalo.

Símbolo o grupo de símbolos que se utilizan para expresar una cantidad.

Es el valor que corresponde a cada frecuencia y está dado por cada 100 casos de un hecho investigado.

Conjunto de valores de una variable, que se encuentran ordenados en forma ascendente o descendente.

Es el ordenamiento de la variable en forma ascendente o descendente y en la cual existen valores repetidos.

Es un conjunto de valores, ordenados en forma ascendente o descendente, de acuerdo a ciertos intervalos de clase.

Es el proceso mediante el cual se ordena el material y se lo agrupa convenientemente.

TERCERA UNIDAD

Ojiva	Distancia entre un punto cualquiera y el eje vertical.
Ordenada	Mapa sobre el cual se destacan diferentes motivos.
Polígono de frecuencia	Véase POLIGONO DE FRECUENCIA.
Variable discontinua	Véase OJIVA.
Centil	Representación gráfica que corresponde a la variación de un fenómeno.
Clase modal	Cuando los valores mayores o menores de la variable tienden a la misma frecuencia.
Conciente intelectual	Líneas perpendiculares entre sí.
Cuartil	Números que permiten establecer una relación entre dos variables.
Decil	Es un diagrama lineal formado por una distribución agrupada de frecuencias.
Media aritmética	Distancia entre un punto cualquiera y el eje horizontal
Medidas de dispersión	Es un gráfico lineal cerrado, formado por las intersecciones de la variable con las frecuencias.
Medidas de correlación	Véase VARIABLE DISCRETA.
Mediana	
Media geométrica	
Media armónica	
Modo	
Promedio	
Progresión geométrica	
Progresión armónica	
Serie bimodal	
Sigma	

CUARTA UNIDAD

Suma algebraica

Asimetría

Coeficiente de variación

Curtosis

Curva normal

Desviación

Desviación media

Desviación típica

Medidas de dispersión

Puntuaciones tipificadas

Varianza

Cantidad relativa

Magnitud

Números índice

Valor relativo

Es una de las 100 partes en las cuales se divide una serie.

Intervalo con mayor frecuencia y donde estará ubicado el modo.

Es una relación entre la edad mental y la edad cronológica.

Divide a la serie en 4 partes, cada una de las cuales comprende el 25% de los casos.

Es una de las 10 partes de la serie y está compuesta por el 10% de los casos.

Es una medida de tendencia central, igual a la suma de varios valores dividida por el número de ellos.

Nos manifiestan el valor con el cual se separan los datos en relación con su media.

Determinan el grado de influencia entre dos o más variables.

Es una medida de tendencia central, que ocupa el centro de una serie.

Es la raíz enésima del producto de los valores que representan a la variable.

Es el valor recíproco o inverso de la media aritmética.

Es el valor que corresponde a la mayor frecuencia.

Es la suma de varias cantidades dividida por el número de ellas.

Serie de números en que cada uno de ellos, después del primero se forma mediante el producto del número anterior por un número constante.

Serie de números formada por los recíprocos de los números de una progresión aritmética.

Serie que consta de dos valores que coinciden y que poseen la mayor frecuencia.

∑, letra griega que significa suma.

Operación que tiene en cuenta cantidades positivas y negativas.

QUINTA UNIDAD

X

F

a

X mayor

X menor

Li

Ls

Li

Ls

i

Xm

Ni

Fa

Fr

P,%

A(X,Y)

A^a

Σ

Desviación a la derecha o a la izquierda de la media aritmética y del punto máximo que alcanza la serie.

Valor que establece la relación entre la desviación típica y la media aritmética.

Cuando la curva se aparta de lo normal en lo que corresponde a su altura.

Curva en campana o curva de Gauss.

Diferencia entre la variable y la media aritmética.

Cociente que resulta de dividir la suma de las desviaciones para el número de casos.

Raíz cuadrada de la media de los cuadrados de las desviaciones o la raíz cuadrada de la varianza

Valor con el cual se separan los datos en relación con la media.

Nos permiten obtener de varios casos semejantes un dato común dividiendo las desviaciones medias de cada puntaje entre la desviación típica.

Es la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones.

SEXTA UNIDAD

Nos permite comparar un cierto número de unidades en dos periodos de tiempo.

Medida de un cuerpo.

Relación entre dos variables, tomando como punto de comparación un período de tiempo.

Es el resultado de multiplicar el precio relativo del artículo por la cantidad relativa del mismo.

SIMBOLOGÍA

X_i

Ẋ

Xms

U

Mdn

Fam

Q_1

Q_2

Q_3

$D_1 \ldots D_9$

C_{10}

C_{30}

C_{75}

Mo

d_1

d_2

G

A

DM

∑d

Ở^2

Ở

V

PRIMERA UNIDAD

Variable

SEGUNDA UNIDAD

Frecuencia

Amplitud total o recorrido.

Valor mayor de la variable.

Valor menor de la variable.

Límite real inferior.

Limite real superior.

Limite inferior.

Limite superior

Ancho del intervalo

Marca de clase o punto medio de la variable.

Número de intervalos.

Frecuencia acumulada.

Frecuencia relativa

Porcentaje de la frecuencia.

TERCERA UNIDAD

Punto a de las coordenadas x y y.

Área de un sector circular.

Es una letra griega mayúscula llamada sigma que significa suma.

z

Z

Ni

Pn

Pa

Qr

Qn

$\sum pn$

$\sum pa$

Vr

Representa el valor de todas las observaciones de modo que el subíndice i toma valores: 1, 2, 3 ...n.

CUARTA UNIDAD

Media aritmética.

Punto medio supuesto

Diferencia entre el punto medio y el punto medio supuesto

Mediana.

Frecuencia acumulada menor.

Primer cuartil.

Segundo cuartil.

Tercer cuartil.

Decil uno hasta el decil nueve.

Centil 10.

Centil 30

Centil 75.

Modo.

Diferencia entre la frecuencia modal y la frecuencia del intervalo menor de la serie.

Diferencia entre la frecuencia modal y la frecuencia del intervalo mayor de la serie.

Media geométrica.

Media armónica

QUINTA UNIDAD

Desviación media.

Sumatoria de las desviaciones.

Varianza

Desviación típica.

Coeficiente de variación.

Puntuación tipificada.

Puntuación tipificada transformada.

SEXTA UNIDAD

Número índice.

Precio de un artículo en un período.

Precio del un artículo en el período base.

Cantidad relativa.

Cantidad de un artículo en un período dado.

Cantidad de un artículo en un período base.

Suma de precios en el año dado.

Suma de precios en el año base.Valor relativo

FORMULARIO ESTADÍSTICO

SEGUNDA UNIDAD

1. LA AMPLITUD: a = X Mayor – X menor
2. EL ANCHO DEL INTERVALO: i = Is-Li
3. LA MARCA DE CLASE $Xm = \frac{Li+Ls}{2}$
4. EL NÚMERO DE INTERVALOS $ni = \frac{a}{\mathrm{i}} + 1$
5. LA FRECUENCIA RELATIVA $fr = \frac{f}{\mathrm{N}}$
6. EL PORCENTAJE DE LA FRECUENCIA $P = \frac{f.100}{\mathrm{N}}$
7. EL PORCENTAJE DE LA FRECUENCIA ACUMULADA $P = \frac{fa.100}{\mathrm{N}}$

TERCERA UNIDAD

8. EL DIAGRAMA DE SECTORES $Aª = \frac{f.360ª}{\mathrm{N}}$

CUARTA UNIDAD

9. MEDIA ARITMETICA DE UNA SERIE ESTADISTICA $\dot{\mathrm{X}} = \frac{\sum X}{\mathrm{N}}$

10. LA MEDIA ARITMETICA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE FRECUENCIA

$$X = \sum X.f$$

11. LA MEDIANA AITMETICA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE INTERVALOS

PRIMER METODO

$$X =$$

12. LA MEDIA ARITMETICA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE INTERVALOS:

SEGUNDO MÈTODO

$$= xms + = \frac{\sum f.u}{} * i$$

13. LA DIFERENCIA ENTRE LOS PUNTOS MEDIOS Y EN EL PUNTO MEDIO SUPUESTO DIVIDIDO POR EL ANCHO DEL INTERVALO

$$u = \frac{xm - xms}{\mathrm{i}}$$

14. LA POSICIÓN DE LA MEDIANA

$$Mdn = \frac{N}{2}$$

15. LA MEDIANA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE INTERVALOS:

$$Mdn = \mathrm{li} + \frac{(\frac{N}{2} - fam)}{\mathrm{f}} * i$$

16. LA POSICION DEL PRIMER CUARTIL:

$$P = \frac{N}{4}$$

17. LA POSICION DEL SEGUNDO CUARTIL:

18. LA POSICION DEL TERCER CUARTIL:

$$P3 = \frac{3N}{4}$$

19. EL PRIMER CUARTIL:

$$Q1 = \text{Li} + \frac{(\frac{N}{4} - fam)}{\text{f}} * i$$

20. EL SEGUNDO CUARTIL:

$$Q2 = \text{Li} + \frac{(\frac{N}{2} - fam)}{\text{f}} * i$$

21. EL TERCER CUARTIL:

$$Q3 = \text{Li} + \frac{(\frac{3N}{4} - fam)}{\text{f}} * i$$

22. LA POSICION DEL PRIMER DECIL:

$$P1 = \frac{N}{10}$$

23. LA POSICION DEL SEGUNDO DECIL:

$$P2 = \frac{2N}{10}$$

24. LA POSICION DEL TERCER Y NOVENO DECIL:

$$P3 = \frac{3N}{10} \;\; y \; asi \; sucesivamente \; hasta \; P9 = \frac{9N}{10}$$

25. EL PRIMER DECIL:

$$D1 = \text{Li} + \frac{(\frac{N}{10} - fam)}{\text{f}} * i$$

26. EL SEGUNDO DECIL:

$$D2 = \text{Li} + \frac{(\frac{2N}{10} - fam)}{\text{f}} * i$$

27. EL TERCERO Y NOVENO DECIL: $D3 = \mathrm{Li} + \frac{(\frac{3N}{10} - fam)}{\mathrm{f}} * i$;y así sucesivamente

Hasta $D9 = \mathrm{Li} + \frac{(\frac{9N}{10} - fam)}{\mathrm{f}} * i$

28. LA POSICIÓN DEL CENTIL 10:

$$P10 = \frac{10N}{100}$$

29. LA POSICIÓN DEL CENTIL 30:

$$P30 = \frac{30N}{100}$$

30. LA POSICIÓN DEL CENTIL 50:

$$P50 = \frac{50N}{100}$$

31. LA POSICIÓN DEL CENTIL 75:

$$P75 = \frac{75N}{100}$$

32. CENTIL 10:

$$C10 = \mathrm{Li} + \frac{(\frac{10N}{100} - fam)}{\mathrm{f}} * i$$

33. CENTIL 30:

$$C30 = \mathrm{Li} + \frac{(\frac{30N}{100} - fam)}{\mathrm{f}} * i$$

35. CENTIL 75:

$$C75 = \mathrm{Li} + \frac{(\frac{75N}{100} - fam)}{\mathrm{f}} * i$$

36. EL MODO DE UNA SERIE ESTADISTICA DE INTERVALO:

$$Mo = \mathrm{Li} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} * i$$

37. LA MEDIA GEOMETRICA DE UNA SERIE ESTADISTICA:

$$G = \sqrt[N]{X_1} X_2\ X_3 \ldots .X_n$$

38. LA MEDIA GEOMETRICA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE FRECUENCIA:

39. LA MEDIA GEOMETRICA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE INTERVALOS:

40. LA MEDIA ARMONICA DE UNA SERIE ESTADISTICA:

$$A = \frac{1}{\frac{1}{N}(\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \cdots . + \frac{1}{X_N}}$$

41. LA MEDIA ARMONICA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE FRECUENCIAS:

$$A = \frac{1}{1\ (f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_n}$$

42. LA MEDIA ARMONICA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE INTERVALOS:

$$A = \frac{1}{1\ (f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_n}$$

QUINTA UNIDAD

43. LA DESVIACIÓN MEDIA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA:

$$DM = \frac{\sum d}{N}$$

44. LA DESVIACIÓN MEDIA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA DE FRECUENCIA:

$$DM = \frac{\sum f.d}{N}$$

45. LA DESVIACIÓN MEDIA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA DE INTERVALOS:

$$DM = \frac{\sum d}{N}$$

46. LA DESVIACIONES:

d=x-X ò d=Xm-X

47. LA VARIANZA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f.d^2}{N}$$

48. LA VARIANZA DE UNA SERIE ESTADISTICA DE FRECUENCIA:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f.d^2}{N}$$

49. LA VARIANZA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA DE INTERVALOS:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f.d^2}{N}$$

50. LA DESVIACION TIPICA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA:

PRIMERA FORMULA

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}}$$

51. LA DESVIACION TIPICA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA:

SEGUNDA FORMULA

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N} - \left(\frac{\sum X}{N}\right)}$$

52. LA DESVIACIÓN TIPICA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA DE FRECUENCIAS:

PRIMERA FORMULA

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f.d^2}{N}}$$

53. LA DESVIACION TIPICA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA DE FRECUENCIA:

SEGUNDA FORMULA

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum X^2}{\quad} - \left(\frac{\sum X.f}{\quad}\right)}$$

54. LA DESVIACION TIPICA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA DE INTERVALOS:

SEGUNDA FORMULA

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f.d^2}{N}}$$

55. LA DESVIACION TIPICA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA DE INTERVALOS:

SEGUNDA FORMULA

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f.u^2}{N} - \left(\frac{\sum f.u}{N}\right)}$$

56. LA DESVIACION TIPICA DE UNA SERIE ESTADÍSTICA de intervalos:

TERCERA FORMULA

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f.Xm^2}{N} - \left(\frac{\sum f.Xm}{N}\right)}$$

57. EL COEFIECIENTE DE VARIACION

V=$V = \frac{\sigma}{N} * 100$

SEXTA UNIDAD

58. LAS PUNTUACIONES TIPIFICADAS:

$$Z{=}z = \frac{d}{\sigma} \text{ ò } z = \frac{x-\bar{X}}{\sigma}$$

59. PARA TRANSFORMAR PUNTUACIONES TIPIFICADAS:

Z=10(z)+50 ó z=100(z)+500

60. NUMEROS INDICES:

$$Ni = \frac{pn}{pa}$$

61. CANTIDAD RELATIVA:

$$Qr= \frac{Qn}{Qa}$$

62: VALOR RELATIVO:

Vr=N.Qr

63. NUMEROS INDICES GLOBALES POR EL METODO DE AGRUPACION SIMPLE:

NUMEROS INDICES GLOBALES=$\frac{\sum pn}{\sum pa}$

64. NÚMEROS ÍNDICES GLOBALES POR EL METODO DE AGRUPACION PONDERADA:

NUMEROS INDICES GLOBALES=$\frac{\sum pn.Qa}{\sum pa.Qa}$

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

PRIMERA UNIDAD

1.8.1. b.
1.82 c.
1.8.3. a.
1.8.4. d.
1.8.5. b.
1.8.6. c.
1.8.7. a.
1.8.8. b.
1.8.9. d.

SEGUNDA UNIDAD

2.9.1.
2.9.2.
2.9.3.
2.9.4.
2.9.5.
2.9.6.
2.9.7.
2.9.8.
2.9.9
2.9.10.

Tercera unidad

3.13.1. b.
3.13.2 c.
3.13.3. d.
3.13.4. c.
3.13.5. b.
3.13.6. c.
3.13.7. b.
3.13.8. a.
3.13.9. d.
3.13.10 c.
3.13.11. d.
3.13.12. d.
3.13.13. a.
3.13.14. b.
3.13.15. c.
3.13.16. b.

CUARTA UNIDAD

4.9.1.
4.9.2.
4.9.3.
4.9.4.
4.9.5.
4.9.6.
4.9.7.
4.9.8.
4.9.9.
4.9.10.
4.9.11
4.9.12.
4.9.13.
4.9.14

QUINTA UNIDAD

5.7.1
5.7.2.
5.7.3
5.7.4.
5.7.5
5.7.6
5.7.7.
5.7.8
5.7.9.
5.7.10.
5.7.11.
5.7.12
5.7.13

SEXTA UNIDAD

6.5.1. b.
6.5.2. a.,d.,f.
6.5.3. c.
6.5.4. b.,c.,e.
6.5.5. c.
6.5.6. d.
6.5.7. a., c.
6.5.8. a.
6.5.9. b.
6.5.10. c.
6.5.11. a.