UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

MODELOS PARAMÉTRICOS BIVARIADOS

La teoría del portafolio de Markowitz y el CAPM

Fecha

19/04/2018

Autor: Bach. Sergio Reymer, Bueno Salazar

INTRODUCCIÓN

Entendemos que la economía financiera es una de las pocas disciplinas prácticas de la ciencia económica, debido, entre muchos más, al desarrollo de los mercados financieros en los últimos años, es por ello la necesidad de crear modelos financieros que ayuden a comprender su comportamiento, y su análisis.

El presente trabajo tiene como objetivo explicar los modelos de fijación de precios, CAPM, Markowitz, modelo Multifactorial, los cuales poseen una gran aceptación en el mercado de valores como instrumentos de selección de portafolios.

Tratamos el tema de la diversificación eficiente, las cuales son posibles mediante la construcción de carteras arriesgadas óptimas, que son las mejores combinaciones de riesgo y rendimiento, dicho de otro modo el objetivo es buscar la mejor asignación de activos.

Cabe mencionar la importancia que tiene Harry Markowitz en la Teoría de Portafolios, que no es haber descubierto la diversificación y sus efectos, pues esto ya lo experimentaban muchos de forma intuitiva, sino su mayor aporte que fue desarrollar la técnica teórica-analítica que sirve para deducir la frontera eficiente[1] de los activos arriesgados.

Por último, en la sección aplicativa se muestra un caso: México., donde se realiza una simulación de portafolio y se hallan su frontera eficiente, se llega también a un resultado y es que el comportamiento del rendimiento promedio del mercado de valores no puede ser explicado por un único factor, sino por múltiples factores, es decir que los portafolios son influenciados significativamente por variables macroeconómicas,

[1] Frontera eficiente(Bodie Kane Markus): gráfico que representa un conjunto de carteras que maximiza la rentabilidad esperada en cada nivel del riesgo del portafolio.

MODELOS PARAMETRICOS BI-VARIADOS

ANTECEDENTES

El estudio sobre la trayectoria del precio de las acciones y la relación entre riesgo y rendimiento ha sido objeto de estudio durante muchos años, por ejemplo se sabe que en el siglo XIX un joven francés llamado Louis Bachelier descubrió el movimiento Browniano tratando de explicar las fluctuaciones en el precio de las acciones en la Bolsa de París, sin embargo su descubrimiento sobre las distribuciones de probabilidad del precio de las acciones no fue tomado en cuenta, hasta 1950, cuando Mandelbrot y Eugene Fama tomaron su teoría y apoyados de esto descubrieron a su vez que las varianzas de los rendimientos de las acciones no son constantes a través del tiempo y que también las distribución de los precios no siguen una distribución gaussiana, y estos son fundamentos muy importantes actualmente en la teoría financiera.

Uno de los mayores problemas de la disciplina financiera fue resuelto con la construcción del CAPM (Sharpe y Lintner 1964), es decir: el problema cuantitativo de la relación entre riesgo y rendimiento esperado.

Los creadores de la teoría del portafolio son Markowitz, Sharpe y Lintner, quienes trabajaron independientemente, ellos trabajaron en base a un supuesto, que el comportamiento de los agentes depende del rendimiento y la varianza.

De otro lado F. Black, M. Jensen y Myron Scholes en el año 1972 estudiaron los derivados y sus precios.

Como una alternativa al modelo CAPM, en 1976 surgió la Teoría de Fijación de Precios por Arbitraje (APT), la cual fue introducida por Stephen A. Ross, el modelo APT tiene el potencial de mejorar las debilidades del CAPM, con este modelo se necesitan menos y más realistas supuestos para ser generado por un simple argumento de arbitraje y su poder explicatorio es mucho mejor debido a que es un modelo multifactor.

Es necesario mencionar que la generalidad del APT son su fortaleza y su debilidad: por un lado el modelo APT permite elegir los factores a utilizar para una mejor explicación de los datos, sin embargo no puede explicar la variabilidad del rendimiento de los activos en términos de un número limitado de factores que se han identificado fácilmente. Contrario a esto el CAPM es intuitivo y fácil de aplicar.

Actualmente el mundo académico está dividido en los defensores del CAPM, los defensores del APT y quienes protestan en contra de ambos métodos.

METODOLOGÍA

Es importante señalar un supuesto crucial en el desarrollo de estos modelos paramétricos bivariados.

HIPÓTESIS DE EFICIENCIA DEL MERCADO:

En un mercado eficiente, los cambios en los precios nunca pueden ser pronosticados si estos incorporan las expectativas e información de todos los agentes del mercado. Con respecto a este asunto Eugene Fama menciona que se llama eficiente a un mercado en donde los precios reflejan completamente la información disponible.

Detallamos los principales modelos financieros, en especial los modelos paramétricos bivariados, tenemos una pequeña clasificación:

MODELOS DE FIJACIÓN DE PRECIOS	MODELO PARAMÉTRICO BIVARIADO	MODELO PARAMÉTRICO MULTIVARIADO	APT
MODELO	CAPM MARKOWITZ	MULTIFACTORIAL	FIJACIÓN DE PRECIOS POR ARBITRAJE

Desde luego existen más modelos referidos a la estimación del costo del capital, del cual no nos ocuparemos por el momento:

- Modelo del Flujo de Caja Descontado
- Modelo del Descuento de los dividendos
- Modelo de la Prima de Riesgo

Estos modelos paramétricos (del recuadro) tienen gran aplicabilidad, lo cual depende del grado de eficiencia del mercado al cual se va a aplicar, la eficiencia es muy importante, y está muy relacionada a la información completa y simetría de información; el estudio de este trabajo será desarrollar los modelos paramétricos bivariados y su eficacia al momento de predecir el rendimiento esperado de un título o un portafolio.

En la parte final de este trabajo se presentarán un casos, el caso mexicano, veremos como resultado que multitud de veces se aplican modelos financieros, sin considerar la hipótesis principal que subyace en cada uno de estos, ésta hipótesis es “la eficiencia del mercado”, sin esta hipótesis, los resultado de investigaciones carecerán de fundamento teórico y de interpretación.

MODELAMIENTO-PORTAFOLIO DE INVERSIÓN

Tenemos como instrumentos estadísticos:

$$\begin{cases} R_{j,t} & Rendimiento \\ \sigma_{Rj,t} & Volatilidad \end{cases}$$

$$Volatilidad^2 \rightarrow R^2 \leftrightarrow Rentabilidad$$

En primer lugar debemos clasificar el riesgo, podemos encontrar dos tipos de riesgo:

RIESGO UNICO: factores específicos de las empresas.

RIESGO DE MERCADO: factores macroeconómicos.

Aquí perseguimos un objetivo y es el de la selección de portafolios, el objetivo de la selección de portafolios es sencillo, maximizar el rendimiento y minimizar los riesgos, a continuación vemos cada caso:

RIESGO-RENTABILIDAD DE UN ACTIVO

1) Rendimiento Esperado

$$E(R_{j,t}) = \sum_{s=i}^{N} p_s * R_{t,s}^{j}$$

N: escenarios (estados de la naturaleza)

$$P_s: Probabilidad\ del\ escenario\ "s"$$

$$R_{s,t}: Rentabilidad\ que\ se\ da\ en\ el\ escenario\ "s"$$

2) Riesgo

$$\sigma_{Rj,t}^2 = \sum_{s=1}^{N} p(R_{s,t}^{j} - E(R_{j,t}))^2$$

$$\sigma_{j,t} = \sqrt{\sigma_{Rj,t}^2}$$

[2] La volatilidad sólo es posible estimar y nunca medir.

PORTAFOLIO CON DOS ACTIVOS

A) PORTAFOLIO CON DOS ACTIVOS RIESGOSOS

Se trata de escoger la asignación óptima entre dos clases de títulos: de acciones y de obligaciones.

1) Rendimiento del Portafolio

La tasa de rentabilidad es la media ponderada de la tasa de rentabilidad de los valores con las proporciones de inversión como ponderaciones.

$$r_p = w_B r_B + w_A r_A$$

2) Rendimiento esperado del Portafolio

Es la media ponderada del rendimiento esperado de los activos componentes con la misma proporción de cartera que las ponderaciones.

$$E(r_p) = w_B E(r_B) + w_A E(r_A)$$

3) Varianza del Portafolio

$$\sigma_{p,t}^2 = E\{W_A * [(r_p - E(r_A)] + W_B * [(r_p - E(r_B)]\}^2$$

$$\sigma_{p,t}^2 = E\{W_A^2 * [(r_p - E(r_A)] + W_B^2 * [(r_p - E(r_B)] + 2W_A W_B (r_p - E(r_A)(r_p - E(r_B)\}$$

$$\sigma_{p,t}^2 = W_A^2 * \sigma_A^2 + W_B^2 * \sigma_B^2 + 2W_A W_B cov(r_A, r_B)$$

3.1) Covarianza

Es la evaluación del grado en que el rendimiento tiende a covariar, si los rendimientos de los dos activos varían inversamente, entonces la covarianza posee valor negativo, en términos claros, mientras uno posee un buen comportamiento el otro activo posee un mal comportamiento.

3.2) Coeficiente de Interrelación (Correlación)

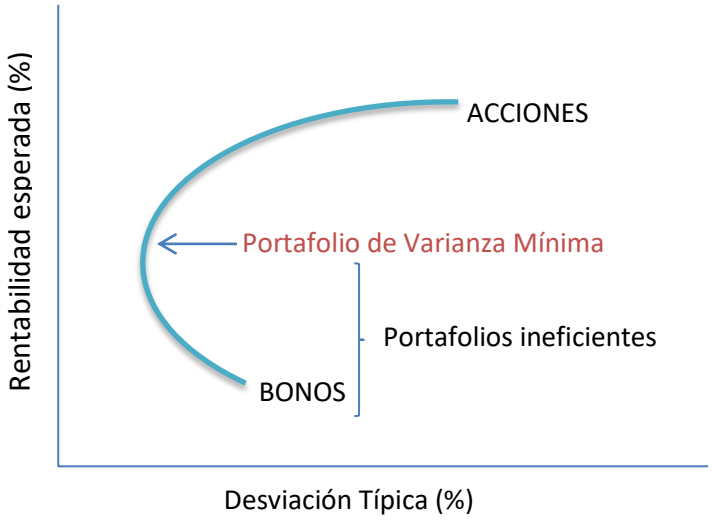
Como es difícil medir la magnitud de la covarianza usamos la técnica estadística de la correlación, que es igual a la covarianza dividida entre el producto de las desviaciones típicas del rendimiento de cada fondo:

$$\rho = \frac{covarianza}{\sigma_{acciones} * \sigma_{bonos}}$$

Donde:

$$-1 < \rho < +1$$

Usando estos conocimientos, podemos formar nuestras carteras, haciendo esto obtendremos nuestro conjunto de oportunidades de inversión; sin embargo lo que deseamos es minimizar el riesgo del portafolio, para obtener ese portafolio con varianza mínima debemos primero descubrir la proporción en la cual debemos invertir cada activo:



Proporción a invertir en cada activo para alcanzar el portafolio de varianza mínima:

3.3) Correlación igual a cero:

Cuando no existe una variación entre los rendimientos de los dos activos, se puede calcular las proporciones de la siguiente manera:

$$W_B = \frac{\sigma_A^2}{(\sigma_B^2 + \sigma_A^2)}$$

3.4) Correlación diferente a cero:

Cuando si existe una variación entre los rendimientos de los dos activos, las proporciones se calculan:

$$W_A = \frac{(\sigma_B^2 - \sigma_B \sigma_A \rho)}{(\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 * \sigma_B \sigma_A \rho)}$$

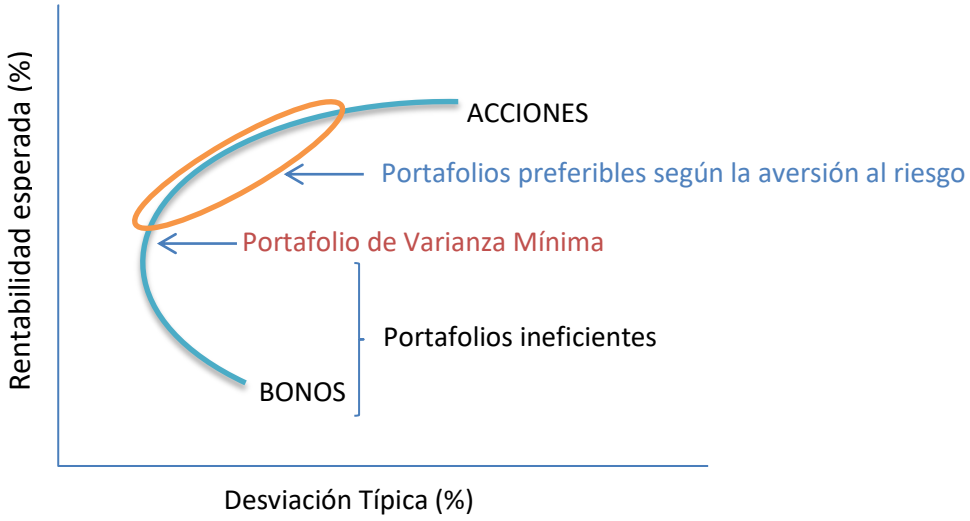
3.5) Correlación negativa perfecta:

La proporción en bonos que se debe invertir para llevar a la desviación típica a cero cuando tenemos la correlación perfecta negativa:

$$W_B = \frac{\sigma_A}{\sigma_B + \sigma_A}$$

4) Inversión y criterio de media varianza:

Siguiendo la línea de estudio, bajo este enfoque, lo que los inversionistas desean es que su portafolio se encuentre en el punto más noroeste posible, dependiendo de su aversión al riesgo será cualquier portafolio dentro de la línea naranja.



4.1) Diversificación efectiva:

4.1.1) Correlación igual a cero:

$$\sigma_p = \sqrt{W_B^2 * \sigma_B^2 + W_A^2 * \sigma_A^2}$$

4.1.1) Correlación perfecta positiva:

Es un caso especial donde no existen ganancias procedentes de la diversificación, y donde es muy difícil observar que cartera es ineficiente.

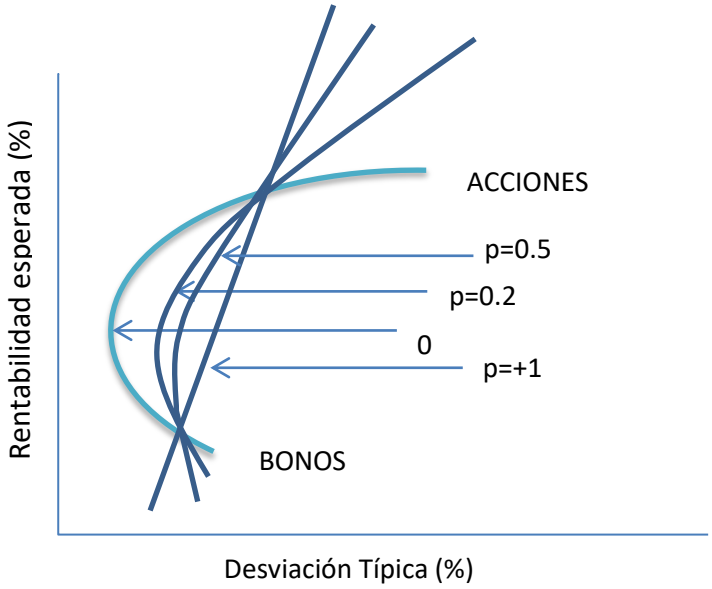
$$\sigma_p = W_B \sigma_B + W_A \sigma_A$$

4.1.1) Correlación perfecta negativa:

Siempre que la correlación sea menor a 1, existirán las ganancias por diversificación, es mejor aún en el caso cuando la correlación sea igual a -1.

$$\sigma_p = W_B \sigma_B - W_A \sigma_A$$

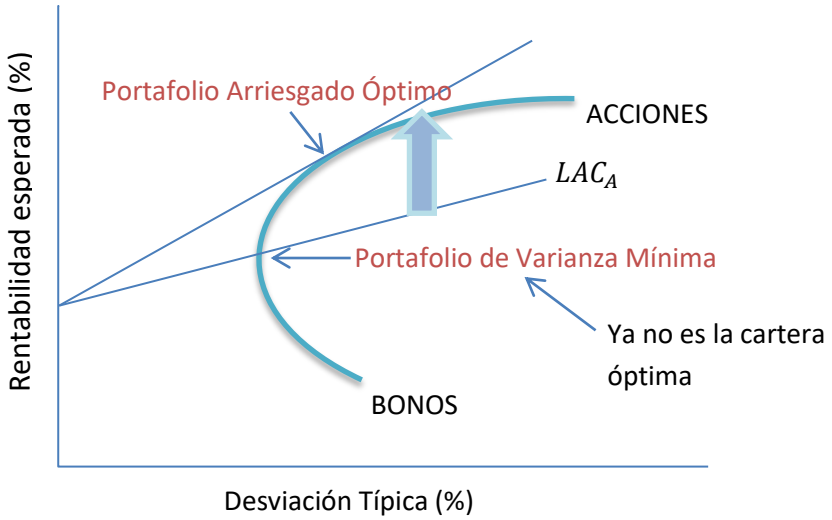
La Correlación y el conjunto de oportunidades de inversión:



B) PORTAFOLIO ARRIESGADO ÓPTIMO CON UN ACTIVO SIN RIESGO

Se trata de escoger la asignación óptima entre tres clases de títulos: de acciones, de obligaciones y de letras del Tesoro; la diferencia con el anterior análisis es que se incluye un activo sin riesgo.

La forma de calcular la rentabilidad y la varianza es la misma, es en realidad el mismo proceso desarrollado líneas arriba, con la diferencia que dado que incorporamos el activo sin riesgo, podemos graficar aquí las líneas de asignación de capital (LAC), hasta obtener una LAC[3] tangente al conjunto de oportunidades de inversión, ésta es la **cartera arriesgada óptima.**



[3] La Línea de Asignación de Capital más alta posible

1) Rendimiento Esperado del portafolio:

$$E(R_{p,t}) = \sum_{j=1}^{M} W_j * E(R_j)$$

$$E(R_{p,t}) = W_1 * (r_f) + W_2 * E(r_p)$$

Donde:

$$W_1 + W_2 = 1$$

$$W_1 = 1 - W_2$$

$$E(R_{p,t}) = (1 - W_2) * r_f + W_2 * E(r_p)$$

$$E(R_{p,t}) = R_f + [E(r_p) - r_f] * W_2$$

Además:

$$[E(r_p) - R_f]: \qquad Prima\ de\ Riesgo$$

2) Varianza del Portafolio :

$$\sigma_{p,t}^2 = E\{W_1 * [(r_p - E(R_1)] + W_2 * [(R_p - E(R_2)]\}^2$$

$$\sigma_{p,t}^2 = E\{W_1^2 * [(R_p - E(R_1)] + W_2^2 * [(R_p - E(R_2)] + 2W_1W_2(R_p - E(R_1)(R_p - E(R_2)\}$$

$$\sigma_{p,t}^2 = W_1^2 * \sigma_1^2 + W_2^2 * \sigma_2^2 + 2W_1W_2cov(R_1, R_2)$$

$$\sigma_{p,t}^2 = W_2^2\sigma_2^2$$

Queda de esta manera porque posee tanto al activo libre de riesgo como a los riesgosos.

$$W_2 = \frac{\sigma_{pt}}{\sigma_2}$$

Recordando el resultado del rendimiento esperado:

$$E(R_{p,t}) = r_f + [E(r_p) - r_f] * W_2$$

Introduciendo W_2:

$$E(R_{p,t}) = r_f + [E(r_p) - r_f] * \frac{\sigma_{Rp,t}}{\sigma_{R_2}}$$

Este resultado es también la Línea de Asignación de Capital.

$$y = a + mx$$

La pendiente de la LAC es la Razón de Sharpe también conocida como "la ratio de recompensa por la volatilidad":

$$S_A = \frac{E(r_A) - r_f}{\sigma_A}$$

La diferencia entre los valores de ratio de dos portafolios, por ejemplo entre el portafolio de varianza mínima y el portafolio arriesgado óptimo, muestra en qué porcentaje aumenta la rentabilidad esperada por cada punto porcentual incrementado en la desviación típica.

Proporción a invertir en cada activo para alcanzar el portafolio arriesgado óptimo:

3.4) Correlación igual a cero:

Cuando no existe una variación entre los rendimientos de los dos activos, se puede calcular las proporciones de la siguiente manera:

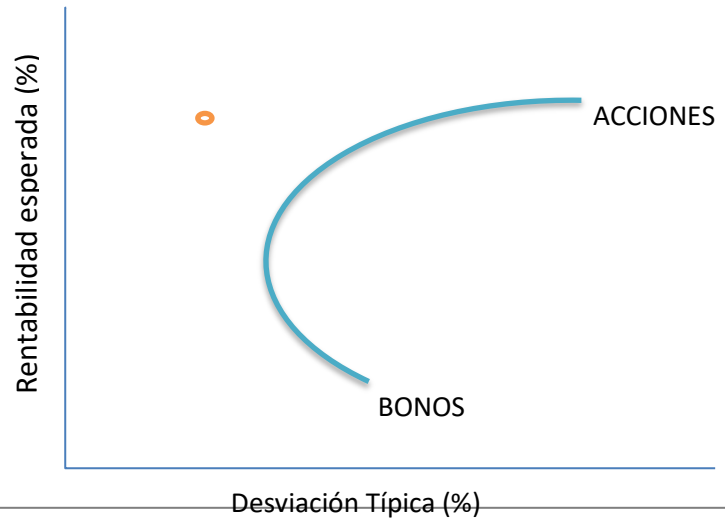
$$W_B = \frac{\left(E(r_B) - r_f\right)\sigma_A^2}{\left(E(r_B) - r_f\right)\sigma_A^2 + \left(E(r_A) - r_f\right)\sigma_B^2}$$

3.5) Correlación diferente a cero:

Cuando si existe una variación entre los rendimientos de los dos activos, las proporciones se calculan de la siguiente manera para poder hallar la cartera óptima:

$$W_B = \frac{\left(E(r_B) - r_f\right)\sigma_A^2 - \left(E(r_A) - r_f\right)\sigma_B\sigma_A\rho_{AB}}{\left(E(r_B) - r_f\right)\sigma_A^2 + \left(E(r_A) - r_f\right)\sigma_B^2 - \left(E(r_B) - r_f + E(r_A) - r_f\right)\sigma_B\sigma_A\rho_{AB}}$$

A todos los inversionistas les gustaría mucho posicionarse encima del conjunto de oportunidades de inversión, por ejemplo en el punto de color naranja, este resultado puede ser posible pero necesitamos más que sólo tres activos para poder incrementar el efecto de la diversificación:



C) PORTAFOLIO ARRIESGADO ÓPTIMO CON MUCHOS ACTIVOS RIESGOSOS

El portafolio bien diversificado:

El mayor portafolio es el portafolio de mercado, donde sólo se encuentra el riesgo sistémico, a continuación se muestra algunas características de este portafolio, y luego resolveremos el problema de cómo ubicarnos por encima del conjunto de oportunidades de inversión.

1) Rendimiento esperado del portafolio:

$$E(r_p) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) + \cdots + w_z E(r_z)$$

2) Varianza del portafolio:
Advertíamos que cuando existían sólo dos títulos el número de varianzas era igual al número de las covarianzas, sin embargo, ahora que tenemos multitud de títulos el número de covarianzas es significativamente superior al de varianzas.

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^{Z} W_j^2 \sigma_j^2 + \sum_{i \neq j_{j=1_{i=1}}}^{Z} W_j W_i \rho_{ji} \sigma_j \sigma_i$$

Para ejemplificar el resultado de diversificar, existe un ejercicio sobre la varianza:

$$\begin{aligned} &varianza\ del\ portafolio \\ &\quad = Z\left(\frac{1}{Z}\right)^2 * (varianza\ promedio) + (Z^2 - Z)\left(\frac{1}{Z}\right)^2 \\ &\quad * (covarianza\ promedio) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &varianza\ del\ portafolio \\ &\quad = \frac{1}{Z} * (varianza\ promedio) + \left(1 - \frac{1}{Z}\right) * (covarianza\ promedio) \end{aligned}$$

De esto se deduce que si Z fuera 1 la varianza del portafolio sería la varianza del mercado, mientras Z aumente la varianza del portafolio dependerá más fuertemente de la covarianza promedio, cuando Z haya llegado al límite máximo entonces la varianza del portafolio es igual a la covarianza promedio, por eso concluimos que la covarianza promedio constituye el riesgo remanente luego de llegar a la máxima diversificación.

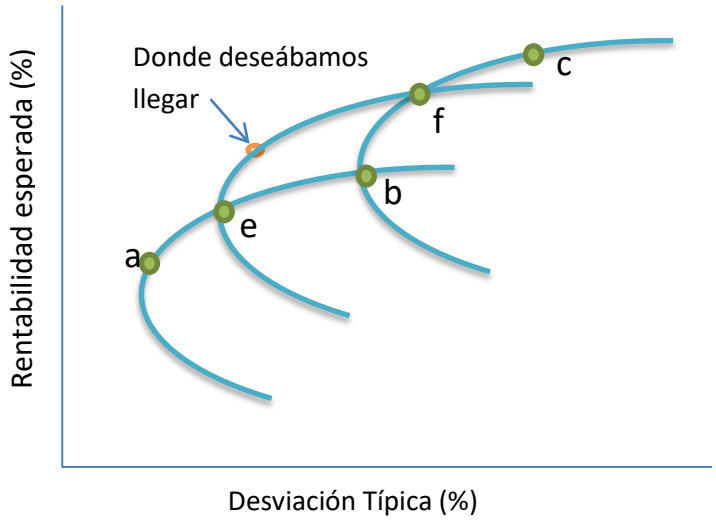
3) Desviación estándar

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{j=1}^{Z} W_j^2 \sigma_j^2 + \sum_{i \neq j_{j=1_{i=1}}}^{Z} W_j W_i \rho_{ji} \sigma_j \sigma_i}$$

Ahora imaginemos tres acciones, cada curva representa conjunto de portafolio formado por las acciones, la curva que está entre a y b muestra el conjunto de combinaciones riesgo y rentabilidad de los portafolios que se puede formar con las dos acciones, la curva que pasa entre b y c es también el conjunto de portafolios formados por acciones b y c, ahora bien, la curva que está entre e y f representa todos los portafolios que se pueden construir a partir de combinar las portafolios e y f, al final veremos que es una combinación de las tres acciones: a, b y c.

Pronto aprendemos que el hecho de incorporar un activo más amplía el conjunto de oportunidades de inversión hacia el noroeste, posición donde es mejor y deseada.

Diversificación con un activo más:

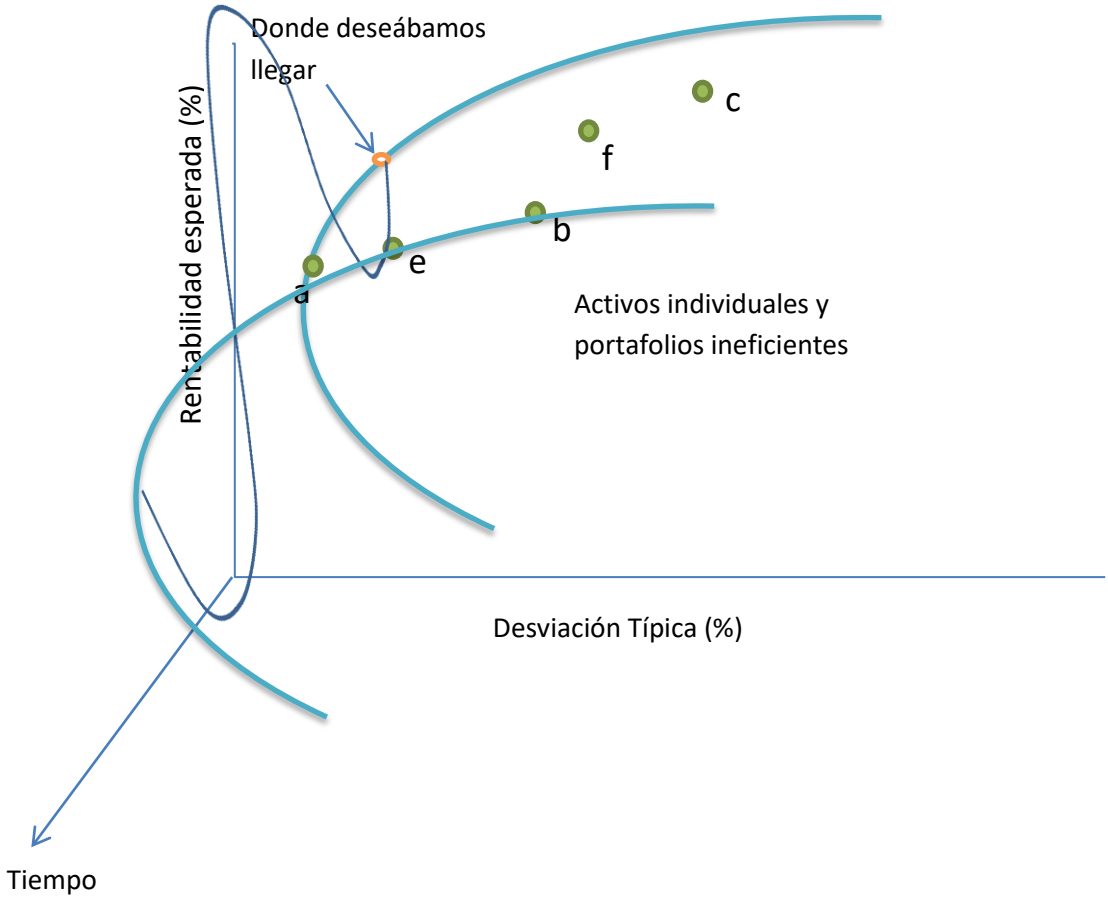


De esta manera podemos incorporar más y más activos y situarnos por encima aún de este nuevo conjunto de oportunidades de inversión.

La frontera eficiente:

La técnica analítica para deducir la frontera eficiente de los activos arriesgados, fue el mayor aporte de Harry Markowitz, el cuál se trata de construir los portafolios más dirigidos al noroeste posible del universo de valores, y concretamente esta frontera eficiente también se ubica por encima del portafolio de varianza mínima.

A través del tiempo la frontera eficiente puede fluctuar.



La Propiedad de Separación:

Fue propuesto por el economista estadounidense James Tobin, esta propiedad implica que la elección de un portafolio se puede separar en dos ejercicios diferentes, el primer ejercicio es hallar el portafolio óptimo riesgoso y el segundo ejercicio se trata de la asignación de los activos, algo que depende mucho de la aversión al riesgo de los inversionistas.

MODELAMIENTO-CAPM

Se emplea para establecer la rentabilidad en condiciones del equilibrio de mercado; este es un modelo de equilibrio de mercado.

SUPUESTOS DEL MODELO

1) Las acciones de las corporaciones son valorables en el mercado
2) Los mercados son competitivos

Donde

$$r_p = K_e$$

La rentabilidad de un portafolio viene a ser su costo de capital.

$$r_p = r_f + (r_m - r_f) * \beta + \varepsilon$$

ε: componente de riesgo diversificado

β: riesgo sistemático

r_f: libre de riesgo factor

$(r_m - r_f)$: prima de riesgo

$E(\varepsilon) = 0$

Además:

$$\beta = \frac{cov[r_i, r_m]}{\sigma_m^2}$$

Donde: r_m es el rendimiento de la industria por ejemplo el S&P500 de energía, de servicios.

En el modelo:

Si:

$$\beta = 0$$

Es el mínimo

$$E(K_e) = r_f$$

Si:

$$\beta = 1$$

Es el máximo

$$E(K_e) = r_m$$

CASO:

ANALISIS DE MODELOS BIVARIADOS DE FIJACIÓN DE PRECIOS PARA EL MERCADO MEXICANO

NOTA: este caso aplicativo es para un portafolio que involucra más de dos activos, por ello la referencia teórica desarrollada líneas arriba no contiene necesariamente las mismas fórmulas pero si persiguen el mismo sentido.

HIPÓTESIS:

Se define cual es el rendimiento inicial y final de las carteras, las cuales están compuestas por activos de las mayores empresas que cotizan en la bolsa mexicana, lo que se desea es saber si se puede aplicar el método de Markowitz en el mercado Mexicano de Valores, se deberá probar la hipótesis:

Ho: se puede aplicar el método de Markowitz en el mercado de valores mexicano

H1: no se puede aplicar el método de Markowitz en el mercado de valores mexicano

RENDIMIENTO DE ACTIVOS:

El rendimiento de un activo lo podemos calcular de la siguiente forma (para un período):

$$R_p = \frac{W_1 - W_0}{W_0}$$

Donde W_0 es el precio del activo/portafolio al inicio del período, y W_1 es el precio del activo/portafolio al final del período.

Según Markowitz el inversionista debe seleccionar su portafolio tomando en cuenta su valor esperado y su desviación estándar.

RENDIMIENTO:

Se somete a evaluación de 35 compañías Mexicanas de enero de 1994 a diciembre de 1999.

Televisa
Apasco
Autrey
Cemex CPO
Telmex
Alfa
Benavides
HERDEZ
Gissa
KOF
Peñoles
Maseca
GIB
Femsa
UBD
Cemex
Cemex
ICA
Tribasa
Etc.

Fecha	IPC	Televisa	Apasco	Autrey	Cemex CPO
03/01/94	2502.23	105.30	29.95	7.24	21.15
10/01/94	2459.11	101.60	30.14	6.77	20.37
17/01/94	2506.33	102.70	30.09	7.24	20.75
24/01/94	2693.71	110.20	34.40	8.13	22.42
31/01/94	2781.37	109.50	31.86	9.25	23.55
07/02/94	2824.40	112.20	32.53	9.33	24.37
14/02/94	2778.83	106.70	31.38	8.86	24.50

Se hará el cálculo del portafolio óptimo por el método antes señalado. Para ello primero se determina el **rendimiento** de las acciones, esto es la variación porcentual de precios, en el caso de Televisa, por ejemplo del 3 al 10 de enero de 1994 fue:

$$R_p = \frac{W_1 - W_0}{W_0} = \frac{101.6 - 105.3}{105.3} = -3.5$$

Lo mismo se hace pero para las 35 acciones, aquí muestro un recuadro con sólo 11 acciones:

Televisa	Apasco	Autrey	Cemex CPO	Telmex L	Alfa	Benavides	HERDEZ	Gissa	KOF	Peñoles	Maseca GIB
-3.5%	0.6%	-6.5%	-3.7%	-1.6%	3.2%	-4.4%	4.4%	1.3%	-1.0%	-7.6%	-4.3%
1.1%	-0.2%	7.0%	1.8%	3.1%	2.0%	5.9%	4.2%	1.9%	6.3%	10.3%	5.2%
7.3%	14.3%	12.2%	8.1%	5.9%	12.3%	22.8%	2.8%	6.3%	9.4%	9.3%	9.3%
-0.6%	-7.4%	13.8%	5.0%	5.1%	1.9%	1.0%	-0.9%	7.1%	-0.9%	7.3%	14.6%
2.5%	2.1%	0.9%	3.5%	0.9%	-1.3%	11.4%	-5.2%		-4.6%	2.3%	
-4.9%	-3.5%	-5.1%	0.5%	0.2%	-2.2%	-8.5%	-5.2%	1.7%	6.6%	0.2%	-5.2%
-4.4%	-3.7%	3.3%	-3.4%	-3.6%	-1.0%	-2.4%	-5.5%	-1.6%	-3.1%	0.2%	-0.4%
	-7.3%	3.2%	-7.6%	-2.9%	-3.5%	-4.3%	4.8%	-1.4%	-8.1%	0.2%	-3.3%
-1.0%	2.4%	2.1%	0.6%	2.8%	1.8%	2.4%	1.8%		3.4%	0.2%	-3.4%
-6.9%	-13.3%	-4.1%	-9.0%	-5.6%	-2.3%	-1.0%	1.7%	-2.3%	-3.3%	-0.1%	-7.8%
-4.0%	2.9%	-2.8%	-1.0%	-1.2%	2.1%	-1.0%	-0.5%	-2.4%	0.3%	0.0%	4.2%
-4.2%	2.8%	-2.8%	-1.0%	-1.3%	2.1%	-1.0%	-0.5%	-2.5%	0.3%	-0.1%	4.1%
-4.4%	-9.5%	-9.9%	-5.7%	-6.7%	-1.8%	-5.3%	-0.5%		-7.8%	3.0%	-4.3%
-0.7%	-0.8%		-10.9%	1.9%	-3.6%	-7.8%	-0.5%	-2.3%	-4.1%	2.9%	1.0%
-1.2%	0.8%		-5.2%	-4.3%	-3.0%	-4.8%	-17.3%	-4.3%		-1.7%	1.8%
	8.4%	10.2%	11.0%	1.5%	-1.5%	-3.5%	6.0%	-4.5%	1.6%	-0.2%	9.1%
3.5%	-0.9%	1.0%	-5.2%	0.2%	6.2%	1.0%	5.6%	6.4%	13.2%	0.8%	-1.8%
-8.8%	-7.5%	1.0%	-4.6%	-3.8%	-3.3%	-2.9%	5.3%	-7.3%	-8.3%	-0.8%	-4.8%
-0.5%	6.1%	1.0%	12.9%	2.4%	2.6%	-3.1%	5.1%	2.2%	7.5%	0.8%	6.6%
15.9%	9.7%	11.9%	9.5%	7.7%	5.3%	9.0%	0.7%	8.4%	4.0%	5.3%	4.7%
7.7%	-0.9%	-7.5%	3.7%	2.8%	2.3%	5.2%	-1.0%	4.2%	0.2%	-0.6%	-2.8%

Seguidamente se halla la **correlación**:

$$\rho = \frac{covarianza}{\sigma_{acciones} * \sigma_{bonos}}$$

Como caso particular que estamos tomando, el de Televisa, su correlación:

$$\rho = 0.767$$

Esto indica que el 76% de la variación de su rendimiento es explicada por la variación del IPC, y el 23% depende de otros factores que no se especifican en la ecuación.

En tercer lugar calculamos al **beta**:

$$\beta = \frac{cov[r_i, r_m]}{\sigma_m^2}$$

$$\beta = \rho_{im} \frac{\sigma_i}{\sigma_m}$$

Y como seguimos usando el caso de Televisa, tenemos:

$$\beta = \frac{0.259}{0.480} = 1.148$$

Como el beta de televisa es mayor a uno significa que amplifica la tendencia del riesgo al portafolio, esta acción es muy riesgosa.

En cuarto lugar hallamos los riesgos:

Riesgo total = Riesgo Sistemático + Riesgo No Sistemático

Para hallar el riesgo sistemático y el no sistemático necesitamos haber calculado la correlación y la varianza.

Riesgo sistemático = $(\rho_{ij})^2 varianza$ = $(0.767.)^2(0.480) = 0.282\%$

Riesgo No Sistemático = $(1-\rho_{ij})^2 varianza$ = $(1-0.767.)^2(0.480) = 0.197\%$

Resumen de análisis (con sólo 11 acciones):

	IPyC	Televisa	Apasco	Modelo	Cemex CPO	Telmex L	Alfa	Bena vides	HERDEZ	Gissa	KOF	Peñoles
Media (R_E)	0.24	0.14	0.18	0.91	0.26	0.44	0.68	0.20	-0.08	0.71	0.67	0.72
Mediana	-0.04	-0.24	0.24	1.17	-0.40	0.41	0.38	0.01	-0.65	0.26	0.61	0.37
Varianza	0.23	0.48	0.44	0.24	0.59	0.23	0.40	0.33	0.33	0.61	0.30	0.32
Covarianza	0.23	0.26	0.25	0.15	0.32	0.19	0.21	0.08	0.14	0.19	0.16	0.12
Correlación		0.77	0.77	0.65	0.86	0.82	0.67	0.28	0.49	0.51	0.59	0.44
Beta	1.000	1.148	1.097	0.671	1.426	0.859	0.922	0.350	0.610	0.857	0.694	0.542
Alfa		-0.001	-0.001	0.007	-0.001	0.002	0.005	0.001	-0.002	0.005	0.005	0.006
Riesgo Total		0.48	0.44	0.24	0.59	0.23	0.40	0.33	0.33	0.61	0.30	0.32
Riesgo sistemático		0.28	0.26	0.10	0.44	0.16	0.18	0.03	0.08	0.16	0.10	0.06
Riesgo no sistemático		0.20	0.18	0.14	0.15	0.08	0.22	0.31	0.25	0.45	0.20	0.26

Con estos datos se puede generar fácilmente la frontera eficiente.

LA FRONTERA EFICIENTE:

La teoría señala que a partir de N activos se pueden formar infinitos portafolios, sin embargo cada inversionista tendrá un portafolio óptimo, el grupo de todos los portafolios óptimos es la frontera eficiente, su portafolio óptimo será el que:

1) Ofrezca el **máximo rendimiento esperado** para diferentes niveles de riesgo.
2) Ofrezca el **mínimo riesgo** para diferentes niveles de rendimiento esperado.

Determinación del Grupo Factible:

Considerando las 35 acciones a elegir por el inversionista, se denota las proporciones del fondo que el inversionista está dispuesto a gastar en cada acción $W_1, W_2, W_3, W_4, \dots, W_{35}$, son para cada acción respectivamente: Televisa, APASCO, Modelo, Cemex, Telmex L, Alfa Benavides, HERDEZ, GISSA, KOF, Peñoles, Maseca GIB, TVAZ CPO, Gruma, Ciel, Gmex, Autrey, Femsa UBD,

ARA, Cemex A, Cemex B, GEO, ICA, Hogar, Tribasa, Carso, Desc A, Desc B, Desc C, San Luis CPO, Telmex A, Comerci UBC, Hilasal, Elektra, y Cifra, y sabiendo que la suma total:

$$W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + \cdots + W_{35} = 1$$

Si se decidiera invertir todo el dinero en acciones de Televisa entonces $W_1 = 1$ y la proporción que se invertirá en las demás acciones será 0.

<u>El rendimiento esperado será calculado por la siguiente fórmula:</u>

$$r_p = \sum_{i=1}^{N} W_i r_i$$

Donde r_p es el rendimiento esperado del portafolio

Veamos para Televisa en el primer caso:

$$r_p = 0.18 * 1 = 0.180\%$$

Tomemos ahora un conjunto de portafolios, obtenemos su rendimiento esperado de acuerdo a las proporciones invertidas en cada activo:

	Televisa	Apasco	Modelo	Cemex CPO	Telmex L	Alfa	Bena vides	HERDEZ	Gissa	KOF
RE	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
0.18%	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0.17%	0.2	0.8	0	0	0	0	0	0	0	0
0.17%	0.4	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0
0.16%	0.6	0.4	0	0	0	0	0	0	0	0
0.15%	0.8	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0
0.14%	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.30%	0.8	0	0.2	0	0	0	0	0	0	0
0.45%	0.6	0	0.4	0	0	0	0	0	0	0
0.60%	0.4	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0
0.76%	0.2	0	0.8	0	0	0	0	0	0	0
0.91%	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0.24%	0.2	0	0	0.8	0	0	0	0	0	0
0.21%	0.4	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0
0.19%	0.6	0	0	0.4	0	0	0	0	0	0
0.17%	0.8	0	0	0.2	0	0	0	0	0	0
0.14%	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.20%	0.8	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0
0.26%	0.6	0	0	0	0.4	0	0	0	0	0
0.32%	0.4	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0
0.38%	0.2	0	0	0	0.8	0	0	0	0	0
0.44%	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Determinación de la Desviación Estándar

$$\sigma'_p = \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} W_i\, W_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}\right]^{\frac{1}{2}}$$

Este proceso puede ser representado en la siguiente forma algebraica:

$$\begin{aligned}\sigma'_p = [&W_1W_1\sigma_1\sigma_1\rho_{11} + W_1W_2\sigma_1\sigma_2\rho_{12} + W_1W_3\sigma_1\sigma_3\rho_{13} + W_1W_4\sigma_1\sigma_4\rho_{14} + \cdots \\ &+ W_1W_{35}\sigma_1\sigma_{35}\rho_{135} + W_2W_1\sigma_2\sigma_1\rho_{21} + W_2W_2\sigma_2\sigma_2\rho_{22} + \cdots + \cdots \\ &+ W_{35}W_{35}\sigma_{35}\sigma_{35}\rho_{3535}]^{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

Para facilitar el cálculo de la desviación se puede recurrir a una herramienta útil que es la matriz de varianzas y covarianzas (se presenta para los 10 activos a continuación):

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
X_1	0.0048	0.0026	0.0014	0.0032	0.0022	0.0022	0.0007	0.0014	0.0025	0.0023
X_2	0.0026	0.0044	0.0014	0.0037	0.0015	0.0017	0.0011	0.0015	0.0019	0.0013
X_3	0.0014	0.0014	0.0024	0.0018	0.0013	0.0015	0.0003	0.0010	0.0013	0.0009
X_4	0.0032	0.0037	0.0018	0.0059	0.0021	0.0026	0.0016	0.0020	0.0026	0.0017
X_5	0.0022	0.0015	0.0013	0.0021	0.0023	0.0017	0.0003	0.0011	0.0015	0.0015
X_6	0.0022	0.0017	0.0015	0.0026	0.0017	0.0040	0.0002	0.0011	0.0023	0.0015
X_7	0.0007	0.0011	0.0003	0.0016	0.0003	0.0002	0.0033	0.0005	0.0005	0.0005
X_8	0.0014	0.0015	0.0010	0.0020	0.0011	0.0011	0.0005	0.0033	0.0010	0.0010
X_9	0.0025	0.0019	0.0013	0.0026	0.0015	0.0023	0.0005	0.0010	0.0061	0.0012
X_{10}	0.0023	0.0013	0.0009	0.0017	0.0015	0.0015	0.0005	0.0010	0.0012	0.0030

La diagonal principal de la matriz está conformada por las varianzas de cada activo, por ejemplo si deseo calcular la desviación estándar de un portafolio conformado sólo por Televisa, entonces tomo la celda 1,1 y le aplico la raíz cuadrada:

$$\sigma_p = [0.0048 * 1 * 1 + 0.0044 * 0 * 0 + \cdots]^{\frac{1}{2}} = 0.06928$$

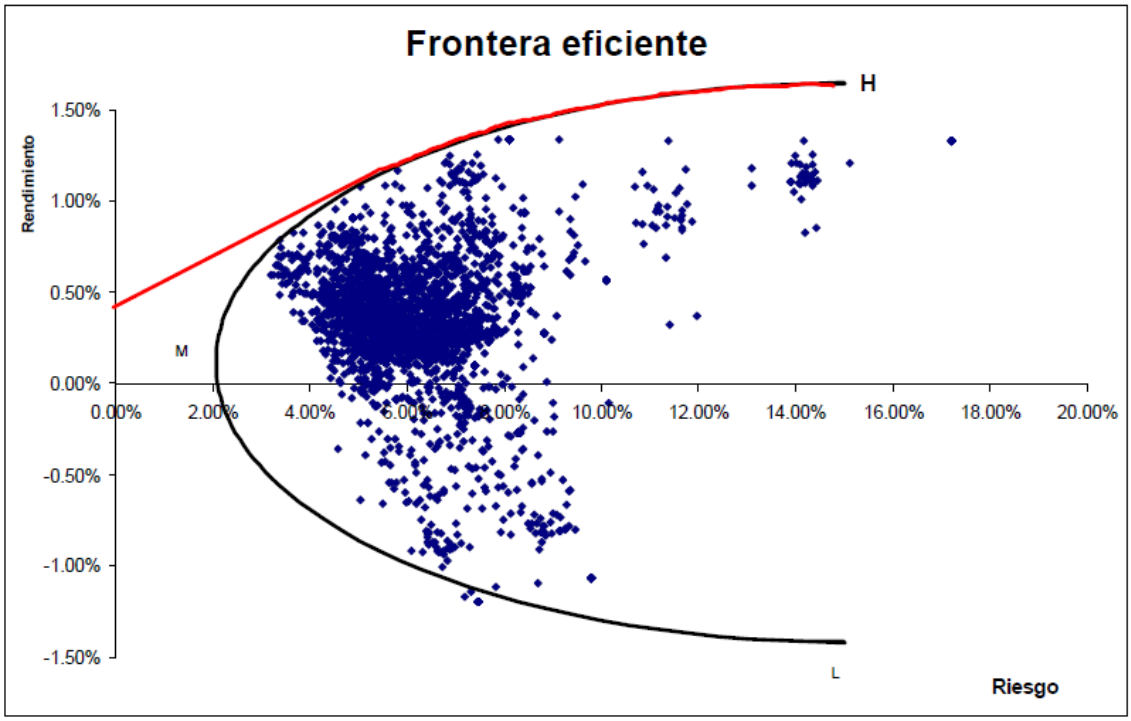
El riesgo de este portafolio sería 6.9%.

Si hacemos lo mismo para los demás portafolios antes señalados:

Televisa	Apasco	Modelo	Cemex CPO	Telmex L	Alfa	Benavides	HERDEZ	Gissa	KOF	Peñoles		
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	RE	DE
0.0000	0.0044	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.18%	6.61%
0.0006	0.0032	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.17%	6.18%
0.0014	0.0022	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.17%	6.00%
0.0024	0.0013	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.16%	6.07%
0.0035	0.0006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.15%	6.39%
0.0048	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.14%	6.92%
0.0033	0.0000	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.30%	6.01%
0.0021	0.0000	0.0007	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.45%	5.26%
0.0011	0.0000	0.0012	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.60%	4.79%
0.0004	0.0000	0.0017	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.76%	4.65%

Vamos a graficar el rendimiento esperado frente a la desviación estándar, y obtendremos la frontera eficiente, en la figura los puntos al interior de la curva son activos individuales y portafolios ineficientes, donde M es el portafolio de mínima varianza, también se observa que el activo libre de riesgo es 0.382.

Cualquier otro portafolio que el inversionista pudiera considerar estará dominado por uno que se encuentra en la frontera eficiente, pues es ahí donde se esperan rendimiento mayores o un mínimo riesgo.



COMPOSICIÓN DEL PORTAFOLIO:

Se usa el algoritmo Elton, Gruber, Paltman: este algoritmo asume que el rendimiento de los activos puede ser descrito por el modelo del mercado, para determinar la composición construimos una tabla con los datos anteriores:

No. De Acción	Nombre	Rendimiento esperado ($\overline{r_i}$)	Beta (β)	Riesgo no sistemático ($\sigma^2_{\varepsilon i}$)
1	Televisa	0.14%	1.15	0.20%
2	Apasco	0.18%	1.10	0.18%
3	Modelo	0.91%	0.67	0.14%
4	Cemex CPO	0.26%	1.43	0.15%
5	Telmex L	0.44%	0.86	0.08%
6	Alfa	0.68%	0.92	0.22%
7	Benavides	0.20%	0.35	0.31%
8	HERDEZ	-0.08%	0.61	0.25%
9	Gissa	0.71%	0.86	0.45%
10	KOF	0.67%	0.69	0.20%

Como adicional dato se sabe que: la varianza del IPC=0.225 y que la tasa libre de riesgo es igual a 0.382%.

Iniciamos el algoritmo deduciendo la razón de Sharpe (también conocida como Ratio de Recompensa por Volatilidad):

$$\theta = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}$$

El algoritmo reconoce que se llega al portafolio arriesgado óptimo con el mayor θ, y es tangente al conjunto de oportunidades de inversión. El algoritmo identifica el portafolio óptimo que maximiza el valor de θ en 5 pasos:

1° cálculo de la tasa de Treynor:

$$RVOLi = \frac{r_i - r_f}{\beta}$$

Y estos valores se ordenan de forma descendente:

Nombre	Rendimiento esperado ($\overline{r_i}$)	Beta (β)	Riesgo no sistemático ($\sigma^2_{\varepsilon i}$)	$RVOL_i$
Desc A	0.70%	0.28	0.12%	1.13%
Ciel	1.34%	1.01	0.40%	0.94%
Modelo	0.91%	0.67	0.14%	0.78%
San Luis CPO	0.57%	0.26	1.00%	0.71%
Peñoles	0.72%	0.54	0.26%	0.62%
Desc C	1.33%	1.58	2.34%	0.60%
KOF	0.67%	0.69	0.20%	0.42%
Gissa	0.71%	0.86	0.45%	0.38%
Femsa UBD	0.94%	1.52	0.21%	0.36%

2° desde la parte superior de esta tabla, calculamos los valores Ø, este valor es el punto de corte, es decir los activos que superen este punto serán seleccionados como parte del portafolio T, y los que no superen serán desechados:

$$\Phi_i = \sigma_I^2 \frac{\sum_{i=1}^{i} \frac{\bar{r}_i - r_f}{\sigma_{\varepsilon i}^2} \beta_{iI}}{1 + \sigma_I^2 \sum_{i=1}^{i} \frac{\beta^2{}_{iI}}{\sigma_{\varepsilon i}^2}}$$

Ejemplo:

$$\emptyset_1 = 0.225 * \frac{\left(\frac{0.703 - 0.382}{0.121}\right) * 0.282}{1 + 0.225 * \frac{0.282^2}{0.121}} = 0.15$$

Así sucesivamente:

No. De Acción	Nombre	Rendimiento esperado ($\bar{r}_i$)	Beta (β)	Riesgo no sistemático ($\sigma^2_{\varepsilon i}$)	$RVOL_i$	Φ_i	Diferencia $RVOL_i$ - Φ_i
1	Desc A	0.70%	0.28	0.12%	1.13%	0.15	0.99
2	Ciel	1.34%	1.01	0.40%	0.94%	0.41	0.53
3	Modelo	0.91%	0.67	0.14%	0.78%	0.52	0.26
4	San Luis CPO	0.57%	0.26	1.00%	0.71%	0.52	0.19
5	Peñoles	0.72%	0.54	0.26%	0.62%	0.53	0.09
6	Desc C	1.33%	1.58	2.34%	0.60%	0.54	0.06
7	KOF	0.67%	0.69	0.20%	0.42%	0.52	-0.10
8	Gissa	0.71%	0.86	0.45%	0.38%	0.51	-0.13
9	Femsa UBD	0.94%	1.52	0.21%	0.36%	0.45	-0.09
10	Alfa	0.68%	0.92	0.22%	0.32%	0.44	-0.11

3° se evalúa la diferencia entre los valores RVOLi y Ø, notamos que hasta la sexta fila la tasa de Treynor es mayor a Ø, esto indica que hay un punto de corte para Ø=0.52, lo que supone que siempre que los activos posean un ratio de recompensa por volatilidad mayor a 0.42 tienen un peso diferente de 0 en el portafolio T.

4° se calculan los valores de Z para fijar los pesos para cada activo, esto mediante la siguiente ecuación:

$$Z_i = \frac{\beta_{iI}}{\sigma_{2\varepsilon i}} \left[\frac{r_i - r_f}{\beta_{iI}} - \emptyset_k\right]$$

Para DescA:

$$Z_i = \frac{0.28}{0.12\%} \left[\frac{0.70\% - 0.382}{0.28} - 0.15\right] = 2.29$$

5° Con estos resultados podemos calcular los componentes del portafolio mediante:

$$W_i = \frac{Z_i}{\sum_{i=1}^{N} Z_i}$$

La suma de todos estos W_i es obligatoriamente igual a uno.

Para Desc A:

$$W_1 = \frac{2.29}{(2.29 + 1.335 + 1.279 + 0.049 + 0.189 + 0.042)} = 44.3\%$$

RESULTADOS COMPOSICION DEL PORTAFOLIO

No. De Acción	Nombre	Rendimiento esperado ($\overline{r_i}$)	Beta (β)	Riesgo no sistemático (σ^2_{si})	RVOL$_i$	Φ_i	Z_i	X_i
1	Desc A	0.70%	0.28	0.12%	1.13%	0.15	2.298	44.3%
2	Ciel	1.34%	1.01	0.40%	0.94%	0.41	1.335	25.7%
3	Modelo	0.91%	0.67	0.14%	0.78%	0.52	1.279	24.6%
4	San Luis CPO	0.57%	0.26	1.00%	0.71%	0.52	0.049	0.9%
5	Peñoles	0.72%	0.54	0.26%	0.62%	0.53	0.189	3.6%
6	Desc C	1.33%	1.58	2.34%	0.60%	0.54	0.042	0.8%
7	KOF	0.67%	0.69	0.20%	0.42%	0.52		
8	Gissa	0.71%	0.86	0.45%	0.38%	0.51		
9	Femsa UBD	0.94%	1.52	0.21%	0.36%	0.45		
10	Alfa	0.68%	0.92	0.22%	0.32%	0.44		
11	Hilasal	0.62%	0.98	0.49%	0.24%	0.42		
12	Desc B	0.46%	1.08	0.25%	0.07%	0.38		
13	Telmex A	0.44%	0.80	0.08%	0.073%	0.33		

A partir de esto podemos construir nuestro portafolio óptimo:

RENDIMIENTO DEL PORTAFOLIO TEÓRICO

$$r_p = 0.443 * DescA + 0.257 * Ciel + 0.246 * Modelo + 0.009 * San\ Luis\ CPO + 0.036 * Peñoles + 0.008 * Desc\ C$$

$$r_p = 0.443 * 0.70 + 0.257 * 1.34 + 0.246 * 0.91 + 0.009 * 0.57 + 0.036 * 0.72 + 0.008 * 1.33$$

$$r_p = 0.92\%$$

Para este trabajo también se recopiló los rendimientos reales de cada uno de estos activos, por eso calculamos, el RENDIMIENTO DEL PORTAFOLIO REAL:

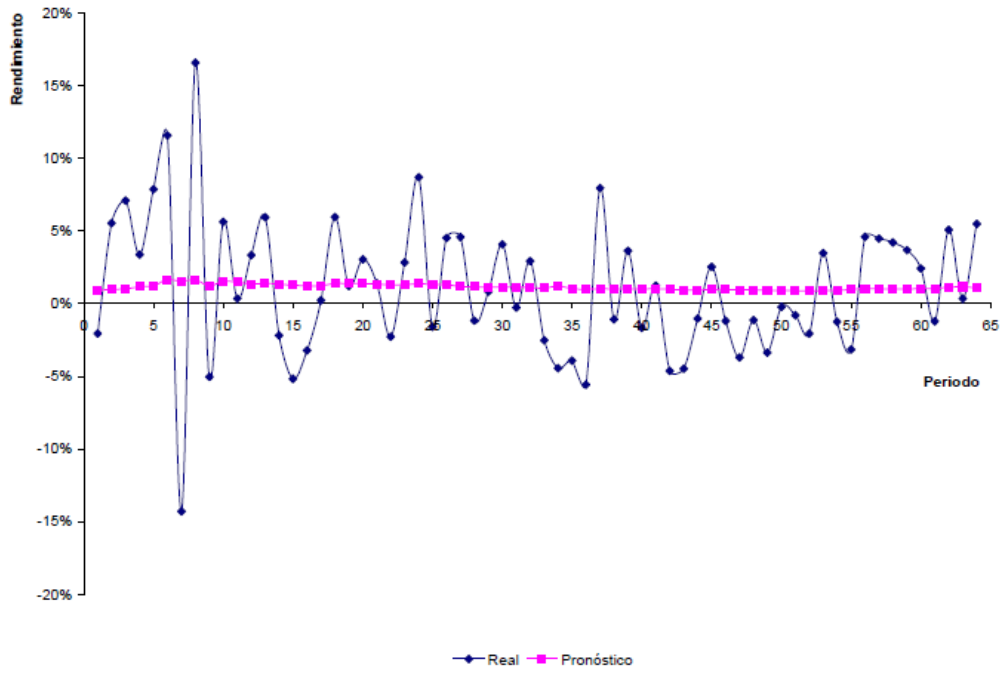
$$r_{p-real} = 0.443 * (3.7) + 0.257 * (-14.2) + 0.246 * (-0.1) + 0.009 * (-8.3) + 0.036 * (3.1) + 0.008 * (-7.4)$$

$$r_{p-real} = -2.06$$

Mientras el rendimiento real del portafolio oscila entre valores tanto positivos como negativos, los del modelo tienen una menor variación y son positivos para el período analizado. Por ello concluye que este modelo bajo el método de Markowitz no es capaz de seguir la tendencia del rendimiento real del portafolio.

El modelo obtenido mediante el método de Markowitz no es lo suficientemente bueno para ser aplicado como mecanismo para determinar el rendimiento de un portafolio.

Rendimientos reales y pronosticados por el modelo de Markowitz, (1998-1999)



MODELO CAPM

La característica del CAPM es que en el equilibrio prohíbe que algún activo tenga un peso igual a cero, su justificación descansa detrás del teorema de separación donde se indica que el riesgo es independiente de las preferencias del rendimiento-riesgo de cada individuo.

La frontera eficiente

La frontera eficiente del CAPM se conoce como **Línea del mercado de capitales (lmc).** Cualquier portafolio que involucre el portafolio de mercado y un activo libre de riesgo prestando o pidiendo prestado deben caer debajo de la CML, aunque en algunos casos podría caer podría caer muy cerca de ella.

La pendiente de la curva LMC viene dada por:

$$r_p = r_f + \left[\frac{r_m - r_f}{\sigma_m}\right]\sigma_p$$

Tomando como referencia el ejercicio anterior, el portafolio eficiente T obtuvo un rendimiento esperado de -7.78 y varianza de 0.475:

$$r_p = 0.382 + \left[\frac{-7.78 - 0.382}{0.475}\right]\sigma_p = 0.382 - 17.179\sigma_p$$

El primer componente es el activo libre de riesgo (la recompensa por esperar y no tomar riesgos), el segundo componente es la pendiente (es la recompensa por unidad de riesgo tomado).

La Línea del Mercado de Activos:

La LMC es el equilibrio entre riesgo y rendimiento para los portafolios eficientes, sin embargo podemos calcular también el equilibrio entre riesgo y rendimiento de un activo riesgoso:

$$r_i = r_f + \left[\frac{r_m - r_f}{\sigma_m^2}\right]\sigma_{im}$$

Como la pendiente es positiva, mientras más aumenta su covarianza del activo más grandes serán sus precios, si disminuye su covarianza su precio también lo hará, a esta relación se le conoce como Línea del mercado de Activos:

$$r_i = 0.382 + \left[\frac{-7.780 - 0.382}{0.225}\right]\sigma_{im}$$

$$r_i = 0.382 + 32.88\sigma_{im}$$

Se puede obtener una en función del beta:

$$r_i = r_f + [r_m - r_f]\beta_{im}$$

$$r_i = 0.382 - 8.163\beta_{im}$$

Determinación del Rendimiento del portafolio

Se determina el rendimiento de los activos individuales, la siguiente tabla muestra datos necesarios para continuar el análisis

La pendiente de la línea de mercado de activos:

Periodo		Rf	Rm	m
1998	Oct	0.382	-7.780	-8.163
		0.413	3.869	3.456
		0.423	7.087	6.664
		0.522	4.761	4.239
	Nov	0.522	2.588	2.065
		0.710	2.522	1.812
		0.920	-5.468	-6.389
		0.723	4.027	3.304
		0.663	-8.752	-9.414
	Dic	0.707	0.984	0.276
		0.703	0.561	-0.142
		0.643	2.122	1.480
		0.637	0.847	0.210
1999	Ene	0.619	-2.712	-3.331
		0.615	-6.349	-6.964
		0.616	1.269	0.653
		0.621	1.925	1.304
	Feb	0.697	8.696	7.999
		0.672	-0.333	-1.005
		0.654	2.161	1.507
		0.614	3.401	2.788

Periodo		Rf	Rm	m
1999	Mar	0.600	-0.600	-1.200
		0.563	5.764	5.201
		0.629	6.928	6.299
		0.642	-1.145	-1.787
		0.636	2.760	2.123
	Abr	0.595	5.294	4.699
		0.584	3.946	3.362
		0.519	3.034	2.515
		0.514	-1.080	-1.594
	May	0.469	3.219	2.750
		0.426	8.986	8.559
		0.430	-3.766	-4.195
		0.417	-6.027	-6.443
	Jun	0.394	-1.399	-1.792
		0.399	-5.609	-6.008
		0.383	13.792	13.409
		0.383	-4.279	-4.662
	Jul	0.383	6.834	6.451
		0.386	-3.126	-3.512
		0.380	2.477	2.097
		0.380	-8.198	-8.578

Periodo		Rf	Rm	m
1999	Ago	0.380	-5.911	-6.291
		0.381	-0.687	-1.068
		0.381	4.511	4.130
		0.398	-1.609	-2.007
		0.412	-0.774	-1.186
	Sep	0.418	-2.392	-2.810
		0.394	-0.691	-1.084
		0.393	-0.345	-0.737
		0.378	1.139	0.761
	Oct	0.378	-0.221	-0.599
		0.373	5.678	5.304
		0.380	-2.405	-2.785
		0.395	-5.677	-6.072
	Nov	0.417	11.063	10.646
		0.389	9.056	8.667
		0.378	2.879	2.501
		0.381	-0.374	-0.755
	Dic	0.379	3.461	3.082
		0.378	1.945	1.567
		0.379	4.666	4.287
		0.378	3.235	2.857
		0.367	2.69	2.323

Observamos que si cumple con la ecuación de la línea de mercado de los activos.

Comprobaremos con un ejemplo para esto tomamos a Televisa, empresa que posee una beta igual a 1.15 : $\bar{r}_i = 0.382 - 8.163(1.15) = 9.00$

En la siguiente tabla se muestra, el rendimiento esperado para las acciones usando nuestro modelo obtenido y el rendimiento real de las acciones(televisa):

Periodo		R_E	R_R	Desv.	Desv. Acum
1998	Oct	-9.0	-15.2	39	39
		4.4	7.8	11	50
		8.4	37.2	831	882
		5.6	6.7	1	883
	Nov	3.0	2.3	0	883
		2.9	2.3	0	884
		-6.7	-7.8	1	885
		4.7	9.0	19	904
		-10.6	-10.0	0	904
	Dic	1.0	-1.4	6	910
		0.5	-3.8	19	929
		2.4	4.9	6	935
		0.9	-4.6	30	965
1999	Ene	-3.4	0.3	14	979
		-7.7	-10.0	5	984
		1.4	8.5	50	1034
		2.2	-0.1	5	1039
	Feb	10.3	11.8	2	1042
		-0.5	-0.6	0	1042
		2.5	-3.2	31	1073
		3.9	4.4	0	1073

Periodo		R_E	R_R	Desv.	Desv. Acum
1999	Mar	-0.8	2.1	8	1082
		6.8	8.4	3	1084
		8.1	6.0	4	1089
		-1.5	-3.2	3	1092
		3.2	-1.3	20	1112
	Abr	6.2	2.3	15	1126
		4.6	10.7	37	1163
		3.5	4.1	0	1164
		-1.4	-1.8	0	1164
	May	3.8	10.2	42	1206
		10.7	15.8	26	1232
		-4.6	-5.3	1	1232
		-7.3	-3.3	16	1249
	Jun	-1.8	-2.9	1	1250
		-6.8	-2.9	15	1265
		16.4	13.7	7	1272
		-5.2	-6.8	3	1275
	Jul	8.1	9.3	1	1277
		-3.8	-6.9	10	1286
		2.9	-0.5	12	1298
		-9.9	-12.0	4	1302

Periodo		R_E	R_R	Desv.	Desv. Acum
1999	Ago	-7.2	-5.1	4	1307
		-0.9	1.4	6	1312
		5.3	6.3	1	1313
		-2.0	-3.5	2	1315
		-1.0	-0.8	0	1315
	Sep	-2.9	-4.5	2	1318
		-0.9	0.3	1	1319
		-0.5	-1.2	0	1319
		1.3	8.7	54	1374
	Oct	-0.3	4.9	27	1401
		6.7	2.1	21	1422
		-3.0	-1.0	4	1426
		-6.9	-5.5	2	1428
	Nov	13.2	11.0	5	1432
		10.8	8.1	7	1439
		3.4	2.2	1	1441
		-0.5	6.5	49	1490
	Dic	4.1	-1.8	35	1524
		2.2	8.9	45	1569
		5.5	12.5	50	1619
		3.8	15.0	125	1744
		3.1	-3.4	42	1786

Si nos concentramos en la desviación acumulada de los rendimientos esperados, ésta presenta un valor real de 1786, sólo durante 1998 y 1999.

En la siguiente tabla se presentan las desviaciones calculadas para cada una de las acciones, pero durante todo el período de análisis, y no sólo 1998 y 1999:

	Dev.		Dev.		Dev.
Televisa	4276.3	TVAZ CPO	5351.6	Tribasa	6068.5
Apasco	3191.9	Gruma	2040.5	Carso	1056.4
Modelo	977.4	Ciel	1392.0	Desc A	672.5
Cemex CPO	4212.4	Gmex	2252.1	Desc B	1809.4
Telmex L	655.7	Autrey	4730.1	Desc C	2647.9
Alfa	2428.9	Femsa UBD	1153.5	San Luis CPO	4352.3
Benavides	2126.4	ARA	1250.2	Comerci UBC	1374.6
HERDEZ	2164.5	Cemex A	2095.6	TelmexA	751.1
Gissa	2307.0	Cemex B	2244.1	Hilasal	1961.7
KOF	1876.8	GEO	5121.5	Elektra	2636.2
Peñoles	1805.1	ICA	4907.8	Cifra	1028.7
Maseca GIB	2587.6	Hogar	2483.7		

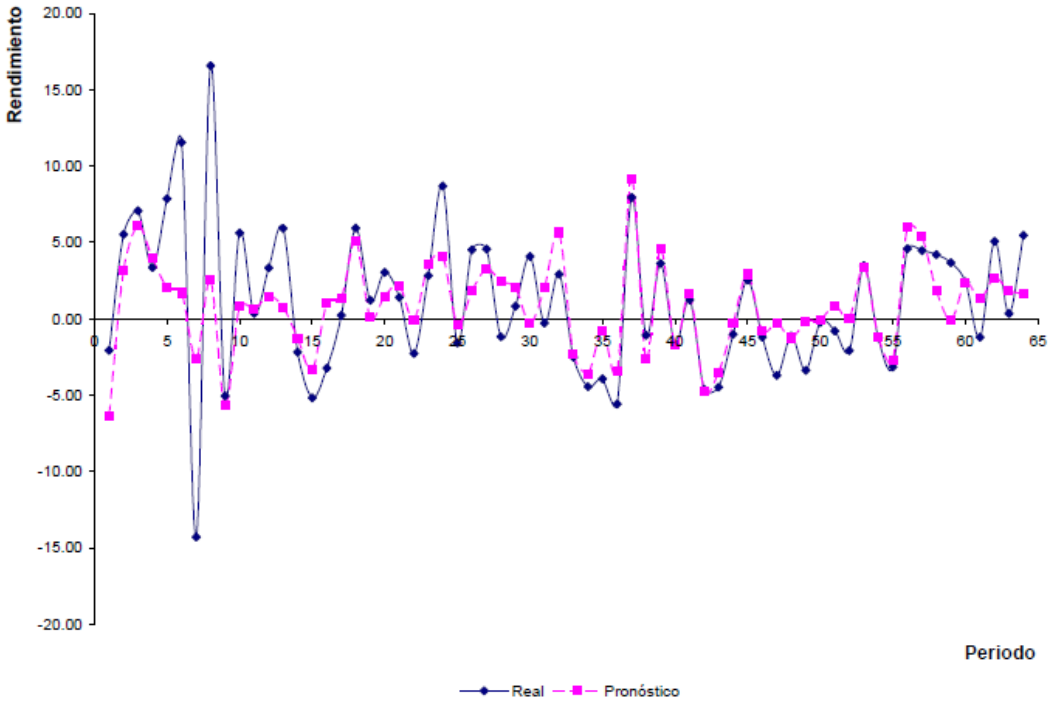
Las acciones que poseen las desviaciones más altas de 5000, por ejemplo, tienen un síntoma de que el modelo no está funcionando correctamente, sin embargo para las demás acciones si está funcionando correctamente.

Vamos ahora a usar el modelo obtenido anteriormente, pero esta vez vamos a hallar su varianza, el resultado es que la desviación total de la cartera de inversión en el período analizado es 758. Para ver qué tan buena es ésta desviación se tendrá que comparar con los otros modelos.

Resultados Obtenidos:

De lejos los resultados del modelo CAPM son superiores a los obtenidos por el modelo de Markowitz, como acabamos de ver, el CAPM si pronostica los rendimientos de cartera con valores positivos y negativos, aunque los resultados de estos siguen siendo menores a los reales. Al obtener una desviación de 758 menor al de Markowitz, esto nos confirma que existe menores posibilidades de fallar en nuestro resultado de llegar al rendimiento real.

Rendimiento real y rendimiento pronosticado:



Aunado a lo anterior la covarianza y la correlación calculada entre el rendimiento real y el estimado es 9.7 y 0.69 respectivamente, cifras que demuestran el mejor desempeño del CAPM clásico, comparado con la metodología de Markowitz. Por otro lado, esta última cifra indica que el CAPM, soporta el 69% del comportamiento del rendimiento real de la cartera, por lo que podemos afirmar con suficiente evidencia estadística que el CAPM en el Mercado Mexicano de Valores presenta un alto nivel explicativo.

REFERENCIAS:

Breadley Meyer Allen/Cap 7, Cap 8/Finanzas Coporativas.

Bodie Kane Marcus/Cap 6, Cap 7, Cap 8/Principios de inversión.

Harry Markowitz/Portfolio Selection

Validación de la eficiencia y modelos de fijación de precios en el mercado mexicano de valores/Raúl Valdivieso Martínez./UNAM.