

# Validación del APT en México en la Valuación de Portafolios de Inversión Accionarios

Francisco Javier Vázquez Téllez

[fvazte@prodigy.net.mx](mailto:fvazte@prodigy.net.mx)

## Resumen

Se demuestra la existencia de evidencia significativa para poder afirmar que el APT, *Arbitrage Pricing Theory*, es aplicable en el mercado mexicano en la valuación de portafolios de inversión accionarios. Lo anterior se realizó partiendo de una lista de variables macroeconómicas representativas, las cuales se usaron para conformar factores de riesgo sistemático a través del análisis de componentes principales. Posteriormente, por medio del análisis de regresión múltiple, se determinaron las betas de riesgo del APT y se valuó una muestra de acciones, las cuales cotizan en la bolsa de valores; enseguida se plantearon una serie de pruebas estadísticas las cuales validaron la hipótesis planteada; mostrada la evidencia se dio cita de las variables macroeconómicas con mayor influencia en los factores de riesgo sistemático señalando coincidencias con lo encontrado en otros mercados. Enseguida, se conformaron portafolios de inversión de más de una acción con datos reales y su correspondiente estimación al valuar con el APT; se realizó un análisis de residuos entre los portafolios conformados para validar la hipótesis de que la diferencia entre ambos no es significativa, llegando a concluir que la base de factores de riesgo sistemático utilizada estuvo incompleta, ya que se tuvieron diferencias significativas entre los residuos de los portafolios. Así, no resultó factible poder administrar los portafolios usando el APT. Por último, se señalan los problemas encontrados para lograr la óptima explicación del riesgo y rendimiento de los portafolios por parte del APT.

## I. Introducción

La investigación analiza el APT que publicó Ross a finales de los 70s. El APT busca explicar de manera más realista el riesgo sistemático, el cual una vez controlado, va a permitir al inversionista, de manera confiable, crear un escenario respecto del rendimiento que va a obtener en su inversión.

La Teoría de la Cartera desarrollada por Markowitz (1952, 1959) en los 50s, es pieza fundamental en el desarrollo de la teoría moderna de los modelos que se sitúan bajo condiciones de riesgo, centrándose en dos variables, media y varianza del rendimiento y bajo una serie de su-

puestos teóricos permite, de manera formal, realizar la toma de decisiones bajo condiciones de riesgo. El modelo de Markowitz lleva al inversionista a la toma de decisiones buscando disminuir el riesgo considerando las ventajas de la diversificación; sin embargo, el modelo no explica que es lo que ocasiona el riesgo sistemático que se tiene que enfrentar.

En los 60s Sharpe (1963, 1964) y Lintner (1965), de forma independiente, tomando como base el modelo de Markowitz van más allá con el desarrollo del CAPM, *Capital Asset Pricing Model*, dicho modelo permite realizar la toma de decisiones bajo condiciones de riesgo y además permite explicar como se conforma el riesgo sistemático, el cual se puede medir tomando como base la cartera del mercado; de esta forma, el CAPM permite realizar una valoración del rendimiento de cada uno de los activos y permite cuantificar el riesgo sistemático de cada activo.

Existen gran cantidad de investigaciones que comprueban la validez del CAPM y otras que muestran alguna deficiencia; sin embargo, desde el punto de vista teórico el CAPM ha sido seriamente cuestionado y dichos cuestionamiento no han sido refutados.<sup>1</sup>

El APT tiene bases teóricas más amplias que permiten subsanar las debilidades teóricas del CAPM. Así, el APT permite valorar los activos y explicar el riesgo sistemático, abriendo aún más las bases que explican el fenómeno. Para el APT el riesgo sistemático no solamente es la cartera del mercado, como lo versa el CAPM, sino que tiene ver también con una diversidad de variables que pueden ser de diferente índole, las cuales afectan el comportamiento de los precios de los activos. De hecho, para muchos investigadores el CAPM es un caso particular de la Teoría

---

<sup>1</sup> Véase: Roll, R. 1977. "A Critique of The Asset Pricing Theory Test," *Journal of Financial Economics*, Marzo, pp. 129-176.

del APT.<sup>2</sup>

Existen diversas investigaciones que validan de alguna forma el APT, las cuales, en su mayoría, se han realizado en los mercados financieros más desarrollados del mundo.

Bajo la teoría del APT existen inversionistas, no ignorables, los cuales consideran que los rendimientos de los activos son generados por un modelo conformado por una serie de factores económicos; el modelo es:  $\tilde{x}_i = E_i + \beta_{i1}\tilde{\delta}_1 + \dots + \beta_{ik}\tilde{\delta}_k + \tilde{\varepsilon}_i$  donde  $\tilde{x}_i$  es el rendimiento total<sup>3</sup> esperado del activo  $i$ ,  $E_i$  es el rendimiento esperado,  $\tilde{\delta}_i$  representa los cambios no esperados en el factor  $i$ ,  $\beta_i$  es la beta que establece la sensibilidad en los cambios del factor  $i$ ,  $\tilde{\varepsilon}_i$  es el riesgo no sistemático inherente a cada activo  $i$ ,  $E\{\tilde{\delta}_i\} = E\{\tilde{\varepsilon}_i\} = 0$  y los  $\tilde{\varepsilon}_i$  no están mutuamente correlacionados estocásticamente. Ross no impone restricción a la distribución multivariada de  $(\tilde{\varepsilon}_i, \tilde{\delta}_i)$  más allá de que  $\exists \sigma < \infty$  y  $\sigma_i^2 \equiv E\{\tilde{\varepsilon}_i^2\} \leq \sigma^2$ . Las  $\tilde{\delta}_i$  entonces no son conjuntamente independientes o incluso independientes de las  $\tilde{\varepsilon}_i$ , no tienen varianzas y no se requiere que estén normalmente distribuidas. Asimismo, Ross establece que el inversionista muestra aversión relativa al riesgo, la información es libre y disponible y la relación del APT se mantendrá aún en condiciones de profundo desequilibrio.

Citando algunos de los trabajos que permiten validar al APT se tienen entre otros, el de Roll y Ross (1980); estudian 1,260 acciones, los datos son rendimien-

<sup>2</sup> Al realizar la presente investigación no se encontraron documentos que pusieran en entredicho al APT, como sucede en el caso del CAPM.

<sup>3</sup> El rendimiento total considera la parte esperada por los inversionistas, que se conforma por la información a la que tienen acceso; y por otro lado, la parte riesgosa que se conforma por los cambios no esperados en los pronósticos de los inversores.

tos diarios seleccionados de las listas del New York Stock Exchange y del American Stock Exchange de 1962 a 1972; la muestra máxima por activo fue de 2,619 rendimientos diarios. El procedimiento que siguieron fue: 1) determinaron la matriz de covarianzas del rendimiento; 2) utilizaron análisis factorial en la matriz de covarianzas para determinar el número de factores y estimarlos; 3) los factores estimados los usaron posteriormente para explicar la variación del rendimiento esperado de cada activo en lo individual; y, 4) determinaron la significancia estadística del premio por el riesgo asociado con el factor estimado.

Ross y Roll concluyen que los datos empíricos soportan el APT, validan estadísticamente la existencia de cuatro factores generadores del rendimiento esperado; sin embargo, en el estudio no hacen mención de cuáles son; así también, dicen haber encontrado algunas dificultades empíricas las cuales dejan abierta la puerta para investigaciones posteriores.

Chen (1983) realiza una comparación de la evidencia empírica del APT con evidencia empírica del CAPM; y muestra pruebas de que el APT puede explicar algunas anomalías empíricas relacionadas con el CAPM.

Los datos utilizados fueron obtenidos del Center for Research in Security Prices de la University of Chicago; son rendimientos diarios del período que va de 1963 a 1978, dividiendo en 4 períodos (1963-1966, 1967-1970, 1971-1974 y 1975-1978), el número de activos seleccionados fue de 1,064 en el primer período, 1,522 en el segundo, 1,580 en el tercero y 1,378 en el cuarto período.

Chen utiliza análisis factorial para estimar los factores de riesgo, *betas*, requeridas por el APT. Utiliza las primeras 180 acciones, ordenadas alfabéticamente, para conformar la matriz de covarianzas; los primeros 10 factores se calculan utilizando el paquete de cómputo EFAP II. De los factores de riesgo encontrados Chen selecciona cinco tomando como

base para ello la metodología de Roll y Ross (1980), así como el análisis realizado por Reinganum (1981).<sup>4</sup> Como una aproximación de la cartera del mercado utiliza el índice S&P 500, tanto para el análisis del APT como el del CAPM.

Al considerar el tamaño de las empresas contra el APT, concluye que el tamaño de las firmas no influye de forma significativa después de que el riesgo es explicado por los factores de riesgo. Asimismo, Chen considera que el APT no puede ser rechazado y menciona que investigaciones futuras deben orientarse en la búsqueda y explicación de los factores comunes de riesgo.

Chen, Roll y Ross (1986) relacionan el riesgo sistemático del mercado accionario con algunas variables macroeconómicas. No pretenden probar directamente el APT, pero es importante señalar que muestran y validan la existencia de diversos factores económicos que influyen en la explicación del rendimiento de los activos, idea que resulta ser fundamental en la base teórica del APT.

Parten de la idea de que, sobre la base de la experiencia, se puede observar que los precios de los activos se encuentran influenciados por una variedad de eventos cuyo comportamiento influye, en mayor o menor grado respecto de otros, en los precios de los activos. Asimismo, se fundamenta en la idea de que los inversionistas tienden a diversificar sus portafolios de inversión. El problema que se encuentra aquí es que la teoría no ha podido identificar cuáles son las variables que conforman el riesgo sistemático.

Chen, Roll y Ross, proponen un conjunto de factores, para analizar, que a su juicio influye en el precio de los activos. Estos factores son: 1) la producción industrial; 2) Inflación no esperada 3) premio por riesgo, cambios no esperados entre el

<sup>4</sup> Reinganum estudia el CAPM en lo referente a una serie de inconsistencias, considerando el tamaño de las firmas, al realizar el cálculo de las betas de las pequeñas contra las empresas de mayor tamaño.

rendimiento de los bonos corporativos y los bonos gubernamentales; 4) tasa de interés, cambios entre la tasa de rendimiento de los bonos gubernamentales a largo plazo y la tasa de rendimiento libre de riesgo a corto plazo; 5) índice de mercado; 6) consumo; y 7) Precio del petróleo.

Chen, Roll y Ross arman una serie de modelos relacionando las variables económicas y el rendimiento de los activos; asimismo, aplican una serie de pruebas estadísticas para determinar el nivel de significancia en la explicación del riesgo sistemático de las variables estudiadas.

Concluyen que los cambios en la producción industrial, los cambios en la inflación no esperada, los cambios en la tasa de interés y el índice del mercado, resultan tener un alto grado de significancia como generadoras del riesgo sistemático al que se enfrentan los activos. Por otro lado, los cambios en el consumo y los precios del petróleo no tuvieron, de acuerdo a sus pruebas, un nivel de significancia importante como variables generadoras del riesgo sistemático.

Roll, Ross y Burmeister (1994), hacen mención de cuáles son los factores económicos que se tienen que considerar como elementos explicativos y generadores del rendimiento esperado de los activos, en el entorno del mercado de los Estados Unidos.

Comparan el CAPM y el APT, señalando que en el CAPM la medida del riesgo sistemático está dada por la beta; para el APT se realiza un proceso más general al considerar que el riesgo sistemático tiene como fuente no a un único factor sino a varios y los listan: *confianza del inversionista*, cambios entre la tasa de rendimiento de los bonos corporativos y la tasa de rendimiento de los bonos gubernamentales, ambos con vencimiento a 20 años; *tasas de interés*, cambios entre la tasa de rendimiento de los bonos gubernamentales a 20 años y el rendimiento de los Treasury Bills a 30 días; *inflación*; *actividad industrial*; y, *un índice del*

*mercado*. Utilizan como índice del mercado al S&P 500; y explican que el riesgo dado por el índice del mercado consiste en la parte del rendimiento total del mercado que no es explicado por los cuatro factores de riesgo macroeconómico ya listados.

Ejemplifican el uso del APT, utilizando el BIRR;<sup>5</sup> manejando datos mensuales, 72 observaciones, desde abril de 1986 hasta finales de marzo de 1992. Manejan a los Treasury Bills como el instrumento que proporciona una buena aproximación a la tasa de interés libre de riesgo.

Concluyen diciendo que existen indicios empíricos para mostrar que el rendimiento del mercado no es eficiente de acuerdo al criterio *media-varianza*, lo cual implica que utilizar el CAPM con índices de mercado como aproximación del mercado total puede resultar no ser válido. Asimismo, concluyen que el utilizar un modelo multifactor tiene más poder explicativo que el CAPM.

Groenewold y Fraser (1997) muestran pruebas realizadas al APT en el mercado australiano, para el período de 1980 a 1994, y en donde exponen que la tasa de inflación fue un factor consistente en el precio de los activos y que la importancia de otros factores depende del período de donde se extraiga la muestra.

Consideran que la aportación de su estudio se centra en aplicar el APT a un nuevo conjunto de datos (el mercado australiano) y se obtiene evidencia para la identificación de los factores, se realiza una comparación entre factores macro y factores artificiales; así también, comparan el APT y el CAPM.

Su muestra de datos consiste de observaciones mensuales del Australian Stock Exchange para el período de diciembre de 1979 a abril de 1994, omitiendo dividendos; asimismo, utilizan la clasifica-

ción sectorial que maneja el Australian Stock Exchange. Calculan la tasa de rendimiento de cada sector sobre la base de la variación del índice sectorial.

Al utilizar el APT con factores artificiales, determinan la sensibilidad de los factores por medio del análisis factorial. Al usar el APT con factores macro, estos fueron escogidos arbitrariamente sobre la base de su interacción con el mercado, considerando que cambios en estas variables acarrearán cambios en las inversiones.

Los factores que Groenewold y Fraser identifican son: tasa de interés a corto plazo; tasa de inflación; y, tasa de crecimiento del circulante.

Al ir identificando variables, consideran al CAPM como un caso particular del APT, en el sentido de que hay variables diferentes a la cartera del mercado que proveen información del rendimiento de los activos, las cuales no son consideradas por el CAPM, concluyen que ésta es una ventaja del APT.

## II. Análisis

En la selección de las acciones que se consideraron, se tomó como criterio el comportamiento del índice de bursatilidad mensual, el cual lo determina y publica la bolsa mexicana de valores, BMV, se tomó una muestra del comportamiento de dicho índice de enero de 1999 a diciembre de 2000. Con lo anterior se aseguran acciones que sean fáciles de negociar; véase la tabla 2.1.

De las acciones se realizó un muestreo de los precios de cierre de mes, de enero de 1992 a diciembre de 2000.<sup>6</sup>

Para las variables macroeconómicas el intervalo fue de enero de 1986 a septiembre de 2000, el muestreo se hizo de organismos gubernamentales, Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática, INEGI, Banco de México y la

<sup>5</sup> El BIRR es un paquete de computo, desarrollado por Burmeister, Roll, Ross e Ibbotson, cuyo nombre se desprende de las siglas de los apellidos de sus creadores.

<sup>6</sup> Cabe aclarar que no hubo uniformidad total en la historia de precios presentadas por las acciones; los períodos de inicio, en algunos casos, fueron posteriores al mes de enero de 1992.

Secretaría de Hacienda y Crédito Público, SHCP.

Se consideró la tasa de rendimiento de los CETES a 28 días como la tasa de interés libre de riesgo.

Tabla 2.1. Lista de las 32 acciones resultantes del análisis del nivel de bursatilidad.

Acción	Serie	Acción	Serie
ALFA	A	GRUMA	B
APASCO	*	HYLSAMX	BCP
ARA	*	ICA	*
BIMBO	A	ICH	B
CEMEX	CPO	KIMBER	A
CIE	B	MASECA	B
COMERCI	UBC	PE&OLES	*
CONTAL	*	PEPSIGX	CPO
DESC	B	SANLUIS	CPO
ELEKTRA	CPO	SORIANA	B
FEMSA	UBD	TAMSA	*
GCARSO	A1	TELECOM	A1
GCC	B	TELMEX	L
GEO	B	TLEVISA	CPO
GISSA	B	TVAZTCA	CPO
GMODELO	C	VITRO	A

Las variables macroeconómicas que se esperó que influyeran en el rendimiento de las acciones son:<sup>7</sup> variación del costo porcentual promedio, *VCPPI*; cambios del índice nacional de precios al consumidor, *CINPC*; producción, medida por a) cambios del producto interno bruto, *CPIB* y b) cambios del índice de volumen físico de la producción industrial, *CIVFPI*; cambios en el precio del petróleo, *CPET*; variación del tipo de cambio peso por dólar de los Estados Unidos, *VTC*; variación del circulante, *VCIR*; variación de la deuda pública, *VDEU*; balanza de pagos, medida por a) variación del saldo de cuenta corriente, *VCCORR*; b) variación del saldo de cuenta de capital, *VCCAP* y; c) cambio en las reservas internacionales, *CRESINT*; rendimiento del mercado, *RM*, medido por los cambios del índice de precios y cotizaciones de la BMV y cambio en la tasa de desempleo abierto,

<sup>7</sup> La selección de las variables fue en base al documento: Criterios Generales de Política Económica para 2001, en la página de Internet de la SHCP: <http://www.shcp.gob.mx/docs/index.html#criterios>

*CTD*.<sup>8</sup>

Algunas variables se encontraron reportadas en intervalos de tiempo diferentes al período mensual; es decir, se tuvieron datos ausentes. Para poder resolver este conflicto, se recurrió a realizar un proceso de ajuste en las variables que tienen periodicidad más amplia.<sup>9</sup>

Se supuso que la variable tiene un crecimiento constante en el intervalo de tiempo que se encuentra entre una y otra observación, de esta forma, se obtuvo una observación estimada; la tasa de crecimiento que se aplicó fue diferente de un intervalo a otro. Entonces:

$$r = \ln(x_T/x_{T-1}) \quad \text{y} \quad x_t = x_T e^{r/n} \quad \text{ó}$$

$$r = \frac{x_T - x_{T-1}}{x_{T-1}} \quad \text{y} \quad x_t = x_T (1+r)^{t/n} \quad \text{donde}$$

$r$  = tasa de crecimiento en el período de  $T-1$  a  $T$ ;  $x_{T-1}$  y  $x_T$ : observaciones de la serie de tiempo en un período mayor al mensual;  $n$  = periodicidad de la serie de tiempo; por ejemplo, si la serie se encuentra reportada trimestralmente entonces  $n = 3$ ;  $x_t$  = dato ausente; es decir,  $x_t$  está entre los datos  $x_{T-1}$  y  $x_T$ .<sup>10</sup>

Corregidas las variables se aplicó el análisis de componentes principales a las variables macroeconómicas utilizando el SPSS 10.0; en primera instancia se tuvo que descartar de la base *VCCORR*, por presentar una medida de adecuación de muestreo fuera del límite aceptable. Realizando nuevamente el análisis se obtuvieron 5 factores de acuerdo al criterio de contraste de caída con una varianza acumulada de 62.8074%; se consideró la solución rotada ortogonal con el método Varimax.

En la tabla 2.2 se muestran las comunali-

<sup>8</sup> Tanto las series de acciones como las variables macroeconómicas, monetarias, fueron reexpresadas a pesos constantes de diciembre de 2000.

<sup>9</sup> Las variables con datos ausentes fueron: el PIB, la deuda pública y los saldos de balanza de pagos, excepto las reservas internacionales.

<sup>10</sup> Se plantearon dos modelos, ya que se tuvieron series las cuales contienen valores negativos y no es posible obtener el cambio logarítmico.

dades de cada variable y en la tabla 2.3 se muestra la matriz de componentes con la solución rotada.<sup>11</sup>

En promedio se tuvo una comunalidad de 62.8%, siendo la más alta del 75.6% para *CRESINT* y la más baja del 47.8% para *VCPP*.

Tabla 2.2. Comunalidades.

Variable	Inicial	Extracción
<i>VCPP</i>	1	0.478
<i>CINPC</i>	1	0.680
<i>CIVFPI</i>	1	0.559
<i>CPIB</i>	1	0.670
<i>CPET</i>	1	0.717
<i>VTC</i>	1	0.613
<i>VCIR</i>	1	0.748
<i>VDEU</i>	1	0.547
<i>VCCAP</i>	1	0.535
<i>CRESINT</i>	1	0.756
<i>RM</i>	1	0.660
<i>CTD</i>	1	0.574

Tabla 2.3. Matriz de Componentes Rotada.

	Componente				
	1	2	3	4	5
<i>VCPP</i>	-0.0748	<b>0.4989</b>	0.0747	-0.1143	-0.4532
<i>CINPC</i>	-0.0886	<b>0.7443</b>	-0.2241	0.1539	0.2095
<i>CIVFPI</i>	-0.2875	-0.1459	0.3046	<b>0.4276</b>	-0.4237
<i>CPIB</i>	<b>0.7336</b>	-0.1201	0.0361	0.3067	-0.1474
<i>CPET</i>	-0.0209	-0.0067	<b>0.8403</b>	0.0343	0.0955
<i>VTC</i>	0.1737	0.0583	<b>0.7083</b>	-0.2279	-0.1612
<i>VCIR</i>	<b>0.8365</b>	-0.0476	-0.0256	-0.2080	0.0410
<i>VDEU</i>	0.1258	0.3480	0.3123	<b>-0.5591</b>	-0.0050
<i>VCCAP</i>	0.0501	<b>-0.7029</b>	-0.1567	0.0020	0.1191
<i>CRESINT</i>	-0.0367	-0.0189	0.0365	-0.0013	<b>0.8678</b>
<i>RM</i>	0.0688	0.3097	-0.0662	<b>0.7433</b>	0.0492
<i>CTD</i>	<b>-0.7357</b>	0.0163	-0.1259	0.0745	-0.1039

El primer componente o factor, denotado por  $F_1$ , tuvo como variables más significativas al *CPIB*, *VCIR* y *CTD*, la producción junto con el nivel de empleo y el circulante, siendo *VCIR* la de mayor carga factorial.  $F_2$  tuvo a *VCPP*, *CINPC* y *VCCAP*, factores que tienen que ver con el costo del dinero y la inversión, aquí *CINPC* es la de mayor carga factorial.  $F_3$  tuvo a *CPET* y *VTC* dos variables importantes en el mercado internacional, en

donde *CPET* es la de mayor carga factorial. En  $F_4$  el *CIVFPI*, *VDEU* y *RM* fueron las variables que resaltaron, una variable de producción relacionada al comportamiento del mercado y el endeudamiento del país, *RM* es la de mayor carga factorial. Por último,  $F_5$  fue significativa por *CRESINT* los movimientos de las reservas internacionales del país.

Con la solución obtenida se procedió a determinar las puntuaciones factoriales, con la fórmula:

$$F_{kt} = C_{VCPP}VCPP_t + C_{CINPC}CINPC_t + C_{CIVFPI}CIVFPI_t + C_{CPIB}CPIB_t + C_{CPET}CPET_t + C_{VTC}VTC_t + C_{VCIR}VCIR_t + C_{VDEU}VDEU_t + C_{VCCAP}VCCAP_t + C_{CRESINT}CRESINT_t + C_{RM}RM_t + C_{CTD}CTD_t$$

donde  $F_{kt}$  = factor de riesgo en el mes  $t$ , para  $k = 1, \dots, 5$ ;  $C_j$  = carga factorial de la variable  $j$  y  $VCPP_t$ ,  $CINPC_t$ ,  $CPIB_t$ ,  $CIVFPI_t$ ,  $CPET_t$ ,  $VTC_t$ ,  $VCIR_t$ ,  $VDEU_t$ ,  $VCCAP_t$ ,  $CRESINT_t$ ,  $RM_t$ ,  $CTD_t$  son las variables en el mes  $t$  y se introducen normalizadas.

Se relacionó por medio de un modelo de regresión a los rendimientos de las acciones y los factores de riesgo:<sup>12</sup>

$$R_{it} - r_t = \beta_0 + \beta_1 F_{1t} + \beta_2 F_{2t} + \beta_3 F_{3t} + \beta_4 F_{4t} + \beta_5 F_{5t} + \varepsilon_t$$

para  $i = 1, \dots, 32$  donde  $\beta_0$  = constante de regresión;  $F_{kt}$  = factor de riesgo sistemático en el mes  $t$ , para  $k = 1, \dots, 5$ ;  $\varepsilon_t$  = término de error en el período  $t$ ;  $R_{it}$  = rendimiento mensual de la acción  $i$  en el mes  $t$  y;  $r_t$  = tasa libre de riesgo en el mes  $t$ .

<sup>11</sup> Recuérdese que la comunalidad es la estimación de la varianza en común explicada por el análisis para cada variable.

<sup>12</sup> Cabe señalar que, de acuerdo con los supuestos del análisis de componentes principales, los factores están incorrelacionados; por lo cual, al plantear el modelo de regresión no se tienen problemas de multicolinealidad.

Se planteó la prueba de hipótesis:

$$H_0 : \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$$

$$H_1 : \beta_0 \neq \beta_1 \neq \beta_2 \neq \beta_3 \neq \beta_4 \neq \beta_5 \neq 0$$

y se formuló la aseveración: existe evidencia de que el APT es aplicable como modelo de valuación en el 90% del total de acciones que cotizan en la BMV. Con la prueba de hipótesis, con un nivel de significación del 5% y 1%,  $H_0 : p = 0.90$  vs.  $H_1 : p < 0.90$  donde  $p$  = la probabilidad de que el APT sea aplicable como modelo de valuación de las acciones que cotizan en la BMV.<sup>13</sup>

Al calcular las betas con el SPSS se obtuvo que el valor medio de  $R^2$ , coeficiente de determinación, fue de 0.32, el de  $R^2$  ajustado de 0.27 y en la prueba de Durbin-Watson se encontraron valores en el intervalo [1.661,2.765]. Asimismo, se obtuvo que únicamente 6 acciones, 19% del total de la muestra, presentaron  $R^2$  por arriba de 0.50; 9 acciones, 28%, tuvieron  $R^2$  entre 0.30 y 0.40; 8 acciones, 25%, con  $R^2$  entre 0.20 y 0.30; 6 acciones, 19%, con  $R^2$  entre 0.10 y 0.20 y; por último, 3 acciones, 9%, tuvieron a  $R^2$  entre 0.00 y 0.10.

Para la primera prueba de hipótesis planteada el SPSS devuelve el estadístico  $F$  al nivel de significación del 5%; el total de acciones en donde se rechazó la hipótesis nula fue de 28 y el número de acciones en donde se aceptó la hipótesis nula es de 4; es decir, en el 87.5% de las acciones en la muestra se tuvo evidencia significativa con un nivel de confianza del 95% para poder afirmar que el modelo APT es aplicable como modelo de valuación de las acciones que cotizan en la BMV y en el 12.5% restante se tiene que aceptar la hipótesis, con un nivel de confianza del 95%, de que el modelo APT no es apli-

cable como modelo de valuación de las acciones que cotizan en la BMV.

Para comprobar la aseveración de la segunda prueba de hipótesis, se calculó el estadístico  $Z$  obteniendo que  $Z = -0.471$ ; de acuerdo a la regla de decisión,  $Z = -0.471 > -2.327$  al nivel de significación del 1%, y  $Z = -0.471 > -1.645$  al nivel de significación del 5%; por lo tanto, en ambos casos se aceptó la hipótesis nula de la expresión y se pudo afirmar con una confianza del 95% y del 99% inclusive, que existe evidencia de que el APT es aplicable como modelo de valuación en el 90% del total de acciones que cotizan en la BMV.

Así también, se planteó la prueba  $H_0 : \beta_i = 0$  vs.  $H_1 : \beta_i \neq 0$  para  $i = 0, \dots, 5$ ; esperando que cuando menos una de las betas para cada acción fuera significativa. El SPSS proporcionó la prueba  $t$  al nivel de significación del 5%, resultando que solamente en una de las acciones en la muestra, en todas sus betas, se aceptó la hipótesis nula; es decir, el 3.1% de las acciones aceptó en sus betas la hipótesis nula planteada y el 96.9% la rechazó. Se pudo afirmar con una confianza del 95% que existen betas “precios por unidad de riesgo” que resultan ser significativos en la explicación del rendimiento de las acciones.

Tabla 2.4. Influencia de las Betas en cada factor de riesgo de las acciones en la muestra.

Beta	Núm. de Acciones Respecto del Total
Constante	81%
F1	56%
F2	6%
F3	19%
F4	94%
F5	13%

La tabla 2.4 muestra la influencia que tuvo cada beta respecto del factor de riesgo correspondiente. El factor  $F_4$  fue el que presentó el mayor número de betas significativas en las acciones de la muestra, seguido de la constante de regresión, el factor  $F_1$  y el factor  $F_3$ .

<sup>13</sup> Se plantea la prueba de cola inferior, considerando que  $Z = (x - np) / \sqrt{npq}$  donde  $x$ : número real de éxitos en la muestra;  $n$ : tamaño de la muestra;  $p$ : proporción de éxitos y  $q$ :  $1-p$ .

Validado el APT, se procedió a conformar un portafolios de inversión, con las 32 acciones, valuando con el APT y analizar la frontera eficiente contra la correspondiente del portafolios con datos reales. El período de análisis fue de octubre de 1999 a septiembre de 2000. La muestra de los portafolios se obtuvo sobre la base de un rango de 40 puntos porcentuales de rendimiento, que van del portafolios de mínimo riesgo en adelante —se aseguran portafolios sobre la frontera eficiente al menos para el portafolios real—, se estima que el error en rendimiento; es decir, la diferencia del rendimiento del portafolios real menos el rendimiento del portafolios APT, para que sea correcto, sea igual a 2 puntos porcentuales con una probabilidad del 95%. Sobre la base anterior, el tamaño de la muestra requerido fue de  $k=200$ ; teniendo en total 4,800 portafolios en el análisis.<sup>14</sup>

Los portafolios reales se obtuvieron aplicando el modelo de Markowitz considerando que las ventas en corto son permitidas; una vez que se tuvo la base presupuestaria solución real, esa misma base se uso para obtener el rendimiento esperado y el riesgo de los portafolios valuados con el APT.<sup>15</sup> El rendimiento espera-

do de los portafolios APT se obtuvo con la expresión:

$$E(R_p) = r + \sum_{i=1}^n x_i \beta_{i0} + \sum_{i=1}^n x_i \beta_{i1} F_1 + \sum_{i=1}^n x_i \beta_{i2} F_2 + \sum_{i=1}^n x_i \beta_{i3} F_3 + \sum_{i=1}^n x_i \beta_{i4} F_4 + \sum_{i=1}^n x_i \beta_{i5} F_5$$

y la varianza del rendimiento:<sup>16</sup>

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i < j}^n x_i x_j Cov(R_i, R_j)$$

Se planteó la prueba para los residuos al nivel de significación del 1% y 5%. Para el rendimiento:  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = j$  vs.  $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq j$  donde  $j = 2, \dots, 20$ ;  $\mu_1$  = media muestral del rendimiento del portafolios real;  $\mu_2$  = media muestral del rendimiento del portafolios APT.<sup>17</sup> Para el riesgo:  $H_0 : \mu_a - \mu_b = j$  vs.  $H_1 : \mu_a - \mu_b \neq j$  donde  $i = 2, \dots, 20$ ;  $\mu_a$  = media muestral del riesgo del portafolios real y  $\mu_b$  = media muestral del riesgo del portafolios APT.<sup>18</sup>

<sup>14</sup> Un estimador puntual de  $\sigma^2$  para  $\mu_a - \mu_b$  es

$$\frac{\sigma_a^2}{k_a} + \frac{\sigma_b^2}{k_b} \text{ donde } \sigma_a^2 \text{ y } \sigma_b^2 \text{ son las varianzas de}$$

las poblaciones y  $k_a$  y  $k_b$  son los tamaños de las muestras de las poblaciones  $a$  y  $b$ , respectivamente. El estimador puntual se utilizó para determinar el tamaño de la muestra de ambos portafolios, haciendo  $k_a = k_b = k$  y  $\sigma_a^2 = \sigma_b^2 = \sigma^2$ , además, sabiendo que para la curva normal  $4\sigma \approx 95\%$ , de aquí que si  $4\sigma \approx rango$  entonces

$$\sigma \approx rango/4, \text{ igualando } 2\sqrt{\frac{\sigma^2}{k} + \frac{\sigma^2}{k}} = error,$$

al despejar el valor de  $k$  se obtiene el tamaño de la muestra.

<sup>15</sup> Markowitz considera resolver los modelos:

i) Minimizar  $\sigma_p^2$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

ii) Minimizar  $\sigma_p^2$

Sujeto a

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

donde  $x_i$  es la proporción de capital a invertir en la acción  $i$ . Con el primer modelo se obtiene el portafolios de mínimo riesgo; con el segundo se construye la parte restante de la frontera eficiente. La solución con ventas en corto se obtuvo aplicando los Multiplicadores de Lagrange.

<sup>16</sup> De la expresión se obtiene la desviación estándar que sirve como medida del riesgo del portafolios.

<sup>17</sup> Aunque para determinar el tamaño de la muestra se usó la base de error igual a 2 es factible, con la misma muestra, realizar las pruebas de hipótesis para errores con valores mayores a 2, ya que conforme crece el error el tamaño de la muestra requerida es menor para el mismo rango o amplitud.

riesgo del portafolios APT.<sup>18</sup>

El resultado de la prueba mostró, que en el caso del rendimiento, el APT no explicó adecuadamente, fueron muy pocos los meses en los que no existió diferencia significativa; además, no hubo uniformidad en los resultados a lo largo del período y los residuos medios entre ambos portafolios fueron muy grandes. Debido a esto, el resultado de la prueba para el riesgo ya no fue trascendente.

Tabla 2.5. Resultado de la prueba de hipótesis para los residuos del rendimiento y el riesgo; portafolios de 32 acciones.

<i>Análisis de Rendimiento</i>			
<i>Período</i>	<i>Residuo Medio</i>	<i>Desviación Estándar</i>	<i>Residuo Igual a</i>
Oct-99	-12.950	4.527	
Nov-99	-2.459	0.634	
Dic-99	211.847	91.577	
Ene-00	10.204	7.635	9, 10 y 11
Feb-00	10.796	6.852	10, 11 y 12
Mar-00	-7.185	0.781	
Abr-00	25.456	9.079	
May-00	12.658	8.664	12, 13 y 14
Jun-00	21.598	13.383	20
Jul-00	65.240	38.867	
Ago-00	3.765	6.322	3 y 4
Sep-00	3.595	4.601	3 y 4

  

<i>Análisis del Riesgo</i>			
<i>Período</i>	<i>Residuo Medio</i>	<i>Desviación Estándar</i>	<i>Residuo Igual a</i>
Oct-99	-12.950	4.527	3
Nov-99	-2.459	0.634	
Dic-99	211.847	91.577	
Ene-00	10.204	7.635	
Feb-00	10.796	6.852	2
Mar-00	-7.185	0.781	4
Abr-00	25.456	9.079	
May-00	12.658	8.664	
Jun-00	21.598	13.383	
Jul-00	65.240	38.867	
Ago-00	3.765	6.322	
Sep-00	3.595	4.601	3

La tabla 2.5 muestra el residuo medio de

<sup>18</sup> Para la prueba  $H_0 : \theta = \theta_0$  vs.  $H_1 : \theta \neq \theta_0$  el

estadístico es  $Z = \frac{\hat{\theta} - \theta_0}{\sigma_{\hat{\theta}}}$ ; y la región de rechazo

es  $|z| > z_{\alpha/2}$  prueba de dos colas. Un estimador

puntual insesgado para  $\sigma_{\theta}^2$  es  $\sigma^2/k$  en donde  $k$  es el tamaño de la muestra.

cada mes, la desviación estándar y los meses en donde se rechazó la hipótesis nula y el valor del residuo que se aceptó, tanto para el rendimiento como para el riesgo.

Por el resultado anterior, se decidió eliminar del análisis aquellas acciones con bondad de ajuste del APT por debajo de 0.50; quedando 6 acciones. Así, se procedió a repetir la prueba de residuos.

La tabla 2.6 muestra que los portafolios de 6 acciones se comportaron de manera más estable y con residuos menores tanto para el rendimiento como para el riesgo.

Tabla 2.6. Resultado de la prueba de hipótesis para los residuos del rendimiento y el riesgo; portafolios de 6 acciones.

<i>Análisis del Rendimiento</i>			
<i>Período</i>	<i>Residuo Medio</i>	<i>Desviación Estándar</i>	<i>Residuo igual a</i>
Oct-99	4.991	3.009	5
Nov-99	7.146	3.892	7
Dic-99	5.398	2.938	5
Ene-00	4.390	2.415	4
Feb-00	4.164	2.524	4
Mar-00	4.690	2.673	5
Abr-00	1.634	1.060	
May-00	1.855	1.161	2
Jun-00	1.508	0.978	
Jul-00	2.323	1.100	
Ago-00	0.385	0.124	
Sep-00	0.483	0.239	

  

<i>Análisis del Riesgo</i>			
<i>Período</i>	<i>Residuo Medio</i>	<i>Desviación Estándar</i>	<i>Residuo igual a</i>
Oct-99	15.228	8.201	14
Nov-99	16.178	8.102	15, 16 y 17
Dic-99	18.930	10.113	18, 19 y 20
Ene-00	15.193	7.423	14, 15 y 16
Feb-00	14.655	7.094	14 y 15
Mar-00	14.955	7.584	14, 15 y 16
Abr-00	12.934	6.690	12, 13 y 14
May-00	10.973	6.143	10, 11 y 12
Jun-00	11.502	6.158	11 y 12
Jul-00	11.529	5.592	11 y 12
Ago-00	12.284	6.098	12 y 13
Sep-00	12.111	6.224	11, 12 y 13

### III. Conclusiones

Existe evidencia significativa para poder afirmar que el modelo APT es aplicable en México en la valuación de portafolios de inversión accionarios.

Se mostró similitud de algunas variables

macroeconómicas consideradas como factores de riesgo en otros mercados: inflación, rendimiento del mercado y cambios en el circulante.

El usar el APT en la valuación y administración de portafolios de inversión accionarios no resultó factible debido a que se tuvo un mal ajuste del APT.

Hay que resaltar el hecho de que algunas acciones que cotizan en la BMV tienen un historial menor a 10 años. Esto es importante ya que si comparamos con los otros mercados en donde se investiga el APT, los grandes historiales de información permiten tener una perspectiva mayor del adecuado o mal funcionamiento del modelo en diferentes momentos del tiempo, así como la búsqueda de los verdaderos factores de riesgo es más factible.

#### **Bibliografía**

1. Chen, Nai-Fu, Roll, R. and Ross, S. A. 1986. "Economic Forces and the Stock Market," *Journal of Business*, Vol. 59, No. 3, Julio, pp. 383-403.
2. Chen, Nai-Fu. 1983. "Some Empirical Test of the Theory of Arbitrage Pricing," *Journal of Finance*, Vol. XXXVIII, No. 5, Diciembre, pp. 1393-1414.
3. Groenewold, N. and Fraser, P. 1997. "Share Prices and Macroeconomic Factors," *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol. 24, No. 8-9, Octubre-Diciembre, pp. 1367-1384.
4. Hair, J. F., Jr., Anderson, R. E., Tatham, R. L. y Black, W. C. 1999. *Análisis Multivariante*, Quinta edición, Prentice Hall, Madrid, España.
5. Leithold, L. 1987. *El Cálculo con Geometría Analítica*, Quinta edición, Harla, México.
6. Lintner, J. 1965. "Security Prices, Risk and Maximal Gains From Diversification," *Journal of Finance*, Diciembre, pp. 587-615.
7. Markowitz, H. 1952. "Portfolio Selection," *Journal of Finance*, Vol. VII, No. 1, Marzo, pp. 77-91.
8. Markowitz, H. 1959. *Portfolio Selection*, John Wiley & Sons, Inc., United States of America.
9. Mendenhall, W., Scheaffer, R. L., Wackerly, D. D. 1986. *Estadística Matemática con Aplicaciones*, Grupo Editorial Iberoamérica, México.
10. Reinganum, M. R. 1981. "Empirical Test of Multi-Factor Pricing Model. The Arbitrage Pricing Theory: Some Empirical Results," *Journal of Finance*, Vol. XXXVI, No. 2, Mayo, pp. 313-321.
11. Roll, R. 1977. "A Critique of The Asset Pricing Theory Test," *Journal of Financial Economics*, Marzo, pp. 129-176.
12. Roll, R. and Ross S. A. 1980. "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory," *Journal of Finance*, Vol. XXXV, No. 5, Diciembre, pp. 1073-1103.
13. Roll, R., Ross, S. A. and Burmeister, E. 1994. "Using Macroeconomic Factors to Control Portfolio Risk," *Nota Técnica, BIRR, Inc., United States*.
14. Ross, S. A. 1976. "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing," *Journal of Economic Theory*, 13, pp. 341-360.
15. Sharpe, William F. 1963. "A Simplified Model for Portfolio Analysis," *Management Science*, Enero, pp. 277-293.
16. Sharpe, William F. 1964. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk," *Journal of Finance*, Septiembre, pp. 425-442.
17. Spiegel, M. R. 1976. *Probabilidad y Estadística*. McGraw-Hill, México
18. Vázquez T., Francisco J. 2001. *Validación Empírica del Modelo APT, Arbitrage Pricing Theory, en México para Conformar y Administrar Portafolios de Inversión en Títulos Accionarios*, Tesis de Maestría en Finanzas, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM, México.