

FORMULACION MATEMATICAS FINANCIERAS INTERES SIMPLE E INTERES COMPUESTO

Identificación de variables

I = Valor del interés en pesos.
 i = Tasa porcentual de interés.
 n = Número de periodos.
 n / 360 = Número de periodos (días).
 A = Anualidad
 F = Valor futuro.
 P = Valor presente.
 VT = Valor de transacción.
 D = Descuento.

Valor del interés en pesos.

$$I = P * i * n$$

Tasa porcentual de interés.

$$i = \frac{I}{P}$$

Valor futuro.

$$F = P(1 + i * n) \quad \text{En días} \quad F = P \left(1 + i * \frac{n}{360} \right)$$

Valor presente.

$$P = \frac{F}{1 + i * n} \quad \text{En días} \quad P = \frac{F}{1 + i * \frac{n}{360}}$$

Valor de transacción

$$VT = F - D$$

Descuento.

$$D = F * i * n \quad \text{En días} \quad D = F * i * \frac{n}{360}$$

Nota:

Para el **Interés Ordinario** (Comercial, bancario) n = 360, 30 días, 12 meses.

Para el **Interés Racional** (Exacto o verdadero) n = 365, 366 días,

ANUALIDADES INTERES SIMPLE.

DADA	HALLAR	VENCIDA	ANTICIPADA
A	F	$F = A * \left[\frac{2n + ni(n-1)}{2} \right]$	$F = A * \left[\frac{2n + ni(n+1)}{2} \right]$
A	P	$P = A * \left[\frac{2n + ni(n-1)}{2(1+in)} \right]$	$P = A * \left[\frac{2n + ni(n+1)}{2(1+in)} \right]$
F	A	$A = \left[\frac{2F}{2n + ni(n-1)} \right]$	$A = \left[\frac{2F}{2n + ni(n+1)} \right]$
P	A	$A = P * \left[\frac{2(1+ni)}{2n + ni(n-1)} \right]$	$A = P * \left[\frac{2(1+ni)}{2n + ni(n+1)} \right]$

INTERES COMPUESTO.

I = Valor del interés en pesos.

i_n = Tasa de interés nominal.

i_e = Tasa de interés efectiva

i_a = Tasa de interés anticipado.

i_r = Tasa real

F = Valor futuro.

P = Valor presente.

n = Número de periodos.

D = Descuento en días

A = Anualidad o cuota periódica.

G = g = Variación constante (gradiente aritmético) o variación porcentual (gradiente geométrico).

R = Anualidad equivalente a un gradiente aritmético o a un gradiente geométrico.

Valor del interés en pesos:

$$I = P \left[(1 + i)^n - 1 \right]$$

Valor futuro:

$$F = P(1 + i)^n \quad F = P(F/P, i\%, n)$$

Valor presente:

$$P = F(1 + i)^{-n} \quad P = F(P/F, i\%, n)$$

Número de periodos:

$$n = \frac{\ln F - \ln P}{\ln(1 + i)}$$

Tasa de interés para un periodo:

$$i_e = \sqrt[n]{\frac{F}{P}} - 1$$

Tasa de interés anualizada partiendo de días:

$$i_e = \left(\sqrt[n]{\frac{F}{P}} \right)^{360} - 1$$

Descuento en días:

$$P = \frac{F}{\left(\sqrt[360]{1 + i_e} \right)^n}$$

TASAS DE INTERES.

Tasa de interés nominal periódica:

$$i_p = \frac{i}{n}$$

Equivalencia tasas de interés:

Dada una nominal anual hallar otra nominal anual equivalente

i_1 = Tasa de interés conocida

i_2 = Tasa de interés que se busca

n_1 = Número de periodos conocidos.

n_2 = Número de periodos a buscar.

$$\left(1 + \frac{i_1}{n_1}\right)^{n_1} = \left(1 + \frac{i_2}{n_2}\right)^{n_2}$$

Dada una tasa efectiva periódica hallar otra tasa efectiva equivalente

i_1 = Tasa de interés conocida

i_2 = Tasa de interés que se busca

n_1 = Número de periodos conocidos.

n_2 = Número de periodos a buscar.

$$(1 + i_1)^{n_1} = (1 + i_2)^{n_2}$$

Tasa de interés vencida efectiva:

$$i_e = \frac{i_a}{1 - i_a}$$

Tasa de interés anticipada efectiva:

$$i_a = \frac{i_e}{1 + i_e}$$

Tasa deflactada real. (inflación):

$$i_r = \frac{i - i_f}{1 + i_f}$$

Tasa deflactada real. (devaluación):

$$i_r = \frac{i - i_d}{1 + i_d}$$

Tasas combinadas:

$$i_r = (i_1 + i_2) + (i_1 \times i_2) \Leftrightarrow (1 + i_1)(1 + i_2) - 1$$

CONVERSION TASAS DE INTERES: NOMINAL (i_n) Y EFECTIVA (i_e)

DADA	HALLAR	CAPITALIZACION VENCIDA	CAPITALIZACION ANTICIPADA
Una tasa nominal i_n	Una tasa efectiva i_e	$i_e = \left[\left(1 + \frac{i_n}{n} \right)^n - 1 \right] \bullet 100$	$i_e = \left[\left(1 - \frac{i_n}{n} \right)^{-n} - 1 \right] \bullet 100$
Una tasa efectiva i_e	Una tasa nominal i_n	$i_n = \left(\sqrt[n]{1 + i_e} - 1 \right) \bullet n \bullet 100$	$i_n = \left(1 - \frac{1}{\sqrt[n]{1 + i_e}} \right) \bullet n \bullet 100$
Una tasa efectiva i_e	Una tasa nominal i_n	<p>Su equivalente anual</p> $i_n = \left[\left(\sqrt[360]{1 + i_e} \right)^n - 1 \right] \bullet 100$ $i_n = \left[\frac{\left(\sqrt[360]{1 + i_e} \right)^n}{n} \right] \bullet 360 \bullet 100$	<p>Su equivalente anual</p> $i_n = \left[1 - \frac{1}{\left(\sqrt[360]{1 + i_e} \right)^n} \right] \bullet 100$ $i_n = \left[\frac{1 - \frac{1}{\left(\sqrt[360]{1 + i_e} \right)^n}}{n} \right] \bullet 360 \bullet 100$

ANUALIDADES INTERES COMPUESTO

DADA	HALLAR	VENCIDAS	ANTICIPADAS
Una anualidad (A)	Un valor Futuro (F)	$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$ $F = A(F/A, i\%, n)$	$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] (1+i)$ $F = A(F/A, i\%, n)(1+i)$
Una anualidad (A)	Un valor Presente (P)	$P = A \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$ $P = A(P/A, i\%, n)$	$P = A \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] (1+i)$ $P = A(P/A, i\%, n)(1+i)$
Un valor Futuro (F)	Una anualidad (A)	$A = \frac{F \cdot i}{(1+i)^n - 1}$ $A = F(A/F, i\%, n)$	$A = \left[\frac{F \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right] (1+i)^{-1}$ $A = F(A/F, i\%, n)(1+i)^{-1}$
Un valor Presente (P)	Una anualidad (A)	$A = \frac{P \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}}$ $A = P(A/P, i\%, n)$	$A = \left[\frac{P \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}} \right] (1+i)^{-1}$ $A = P(A/P, i\%, n)(1+i)^{-1}$
Un valor Presente (P)	Hallar el número de periodos (n)	$n = \left[\frac{\text{Ln}(A - P \cdot i) - \text{Ln}A}{-\text{Ln}(1+i)} \right]$	$n = \left[\frac{\text{Ln} \left(1 - \frac{P \cdot i}{A(1+i)} \right)}{-\text{Ln}(1+i)} \right]$
Un valor Futuro (F)	Hallar el número de periodos (n)	$n = \left[\frac{\text{Ln}(F \cdot i + A) - \text{Ln}A}{\text{Ln}(1+i)} \right]$	$n = \left[\frac{\text{Ln} \left(\frac{F \cdot i}{A(1+i)} \right) + 1}{\text{Ln}(1+i)} \right]$

GRADIENTES**GRADIENTE ARITMETICO. Creciente, decreciente.****Cálculo del valor presente:**

$$P = A \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] \pm \frac{G}{i} \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - n(1+i)^{-n} \right]$$

$$P = A(P/A, i\%, n) \pm G(P/G, i\%, n)$$

Nota: Si el gradiente es decreciente, **G** es negativo.**Cálculo del valor futuro:**

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \pm \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$$

$$F = A(F/A, i\%, n) \pm G(F/G, i\%, n)$$

Calculo de la anualidad (R), equivalente a un gradiente aritmetico:

$$R = A \pm G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$R = A \pm G(A/G, i\%, n)$$

Calculo del valor presente de un gradiente infinito:

$$P = \frac{A}{i} \pm \frac{G}{i^2}$$

Calculo de una cuota determinada:

$$A_n = A + (n-1) * \pm G$$

GRADIENTE GEOMETRICO. Creciente, decreciente

Cálculo del valor presente:

$$P = A \left[\frac{(1 \pm G)^n (1+i)^{-n} - 1}{\pm G - i} \right] \Rightarrow G \neq i$$

$$P = A \left[\frac{n}{1+i} \right] \Rightarrow G = i$$

Nota: Si el gradiente es decreciente, **G** es negativo.

Cálculo del valor futuro:

$$F = A \left[\frac{(1 \pm G)^n - (1+i)^n}{\pm G - i} \right] \Rightarrow G \neq i$$

$$F = An(1+i)^{n-1} \Rightarrow G = i$$

Calculo de una cuota determinada:

$$R_n = A(1 \pm G)^{n-1}$$

Valor actual gradiente geométrico infinito:

$$P = \frac{A}{i \pm G} \Rightarrow G < i$$

$$P = \infty \Rightarrow G \geq i$$

INTERES CONTINUO

F = Valor futuro.

P = Valor presente

A = Anualidad.

n = Número de periodos.

r = Tasa nominal sobre el periodo compuesta continuamente.

Valor futuro:

$$F = Pe^{rn} \quad F = P(F/P, r\%, n)$$

Valor presente:

$$P = Fe^{-rn} \quad P = F(P/F, r\%, n)$$

Cálculo de un valor futuro conocida una anualidad:

$$F = A \left[\frac{e^{rn} - 1}{e^r - 1} \right] \quad F = A(F/A, r\%, n)$$

Cálculo de una anualidad conocido un valor futuro:

$$A = F \left[\frac{e^r - 1}{e^{rn} - 1} \right] \quad A = F(A/F, r\%, n)$$

Cálculo de un valor presente conocida una anualidad:

$$P = A \left[\frac{e^{rn} - 1}{e^{rn}(e^r - 1)} \right] \quad P = A(P/A, r\%, n)$$

Cálculo de una anualidad conocido un valor presente:

$$A = P \left[\frac{e^{rn}(e^r - 1)}{e^{rn} - 1} \right] \quad A = P(A/P, r\%, n)$$

EVALUACION FINANCIERA DE PROYECTOS DE INVERSION

VALOR PRESENTE. (P)

Es el valor que tiene actualmente la suma de un pago o una serie de pagos que se efectuaran en periodos futuros.

$$P = F(1+i)^{-n}$$

VALOR FUTURO. (F)

Es el valor futuro que tendrá un pago o una serie de pagos efectuados en periodos actuales.

$$F = P(1+i)^n$$

VALOR PRESENTE NETO:

Es la riqueza o pérdida que crea un proyecto de inversión durante su vida útil.

$$VPN = -\sum VP \text{ egresos} + \sum VP \text{ ingresos}$$

VPN	RENTABILIDAD DEL PROYECTO	SIGNIFICADO DEL VPN EN CUANTO AL PROYECTO
VPN > 0	La rentabilidad del proyecto es mayor que la tasa de oportunidad del inversionista	Los ingresos a la tasa de oportunidad son mayores que los egresos por lo tanto generan riqueza al inversionista.
VPN < 0	La rentabilidad del proyecto es menor que la tasa de oportunidad del inversionista	Los egresos a la tasa de oportunidad son mayores que los ingresos por lo tanto generan pérdida al inversionista.
VPN = 0	La rentabilidad del proyecto es igual a la tasa de oportunidad del inversionista, se denomina TIR	Al no producirse riqueza ni perdida para el inversionista le resulta indiferente colocar recursos en el proyecto.

TASA INTERNA DE RETORNO. (TIR)

Se define como la rentabilidad que tienen los recursos invertidos o reinvertidos durante la vida de un proyecto de inversión y equivalen a la tasa de descuento intertemporal que hace que el valor presente neto sea igual a cero.

$$TIR = I_2 - \left[VPN_2 \left(\frac{I_2 - I_1}{VPN_2 - VPN_1} \right) \right]$$

TIR	RENTABILIDAD DEL PROYECTO	SIGNIFICADO DE LA TIR EN CUANTO AL PROYECTO
TIR > ip	La rentabilidad del proyecto es mayor que la tasa de oportunidad del inversionista	Es la rentabilidad que le produce al inversionista, el proyecto frente a la tasa de oportunidad.
TIR < ip	La rentabilidad del proyecto es menor que la tasa de oportunidad del inversionista	Es la menor rentabilidad que le produce al inversionista el proyecto, si este es llevado a cabo.
TIR = ip	La rentabilidad del proyecto es igual a la tasa de oportunidad del inversionista	No genera una rentabilidad mayor para el inversionista, el proyecto le resultaría indiferente.

TASA INTERNA DE RETORNO AJUSTADA.

Se define como aquella tasa resultante de utilizar en los flujos de un proyecto la tasa del costo de capital, se calcula así:

$$TIR_{aj} = \sqrt[n]{\frac{\sum VF_{ingresos}}{\sum VP_{egresos}}} - 1$$

VALOR ANUAL UNIFORME EQUIVALENTE / COSTO ANUAL UNIFORME EQUIVALENTE.

Consiste en transformar una estructura de costos e ingresos, en una serie uniforme de cuotas en el tiempo. En un proyecto se parte del VPN.

$$VAUE/CAUE = \frac{VPN \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

RAZON BENEFICIO/COSTO.

Prueba que pondera los beneficios y los costos de un proyecto, en especial público, en términos de su contribución al bienestar o al desarrollo económico.

$$R_{b/c} = \frac{\sum VP_{ingresos}}{\sum VP_{egresos}}$$

SIMBOLOGIA:

P = VP: Valor presente o valor actual.

F = VF: Valor futuro o monto.

n : Periodo de tiempo.

i = ip : tasa de interés o tasa de interés de oportunidad.

TABLA DE DIAS													
Dia	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Dia
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335	1
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336	2
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337	3
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338	4
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339	5
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340	6
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341	7
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342	8
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343	9
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344	10
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345	11
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346	12
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347	13
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348	14
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349	15
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350	16
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351	17
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352	18
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353	19
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354	20
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355	21
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356	22
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357	23
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358	24
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359	25
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360	26
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361	27
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362	28
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363	29
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364	30
31	31		90		151		212	243		304		365	31