CONCEPTUALIZANDO PARA APRENDER

PRESENTADO A:
CLARA MELO RODRÍGUEZ

PRESENTADO POR:
GUSTAVO POSADA GOMEZ
9928023

FUNDACION UNIVERSIDAD CENTRAL
FACULTAD DE MERCADOLOGIA
BOGOTÁ D.C. NOVIEMBRE DEL 2001

OBJETIVOS

Como objetivo principal el libro tiene el fin de facilitar al estudiante la comprensión del cálculo mediante su propio raciocinio para que él pueda conceptualizar y no aprenda él cálculo como una forma más de mecanizar las matemáticas, sino como una herramienta práctica para su vida.

Mostrar de una manera práctica y útil el uso del cálculo en la aplicación a las ciencias humanas.

El libro buscar que el estudiante aprenda divirtiéndose y de una forma sencilla llegue a la máxima comprensión del cálculo.

Esperamos que este libro sea del total servicio y agrado de sus lectores.

CONCEPTUALIZANDO PARA APRENDER

Para comenzar él calculo esta relacionado con el análisis matemático del movimiento y el cambio. En vista de que todo objeto en el universo cambia, él calculo tiene virtualmente aplicaciones en todas las áreas de la investigación científica. Resulta casi imposible exagerar la importancia que él calculo tiene, particularmente él calculo diferencial, como una base para casi todo el análisis matemático.

El cálculo fue desarrollado en el siglo XVII como un método matemático nuevo y diferente, por Isaac Newton y Gottfried Leibnitz quienes trabajaron en forma independiente. Newton lo desarrollo, al tratar de resolver ciertos problemas relacionados con sus problemas de física y astronomía, tales como: determinar la velocidad de un cuerpo, el trabajo echo por una fuerza, el centro de masa de un cuerpo. Para Leibnitz, él calculo se origino al intentar resolver ciertos problemas de geometría, tales como determinar la línea tangente a una curva, la longitud a una parte de la curva, el área limitada por una o más curvas, el volumen de un sólido.

La derivación y la integración son las operaciones del cálculo; siendo operaciones inversas una de la otra como lo son la suma, resta, multiplicación y división. La derivación trata esencialmente de determinar la razón de cambio de una función dada. La integración esta enfocada esencialmente al problema inverso, o sea, determinar la función cuando se conoce su razón de cambio.

Al tratar los procesos de derivación e integración se utiliza frecuentemente la analogía que existe en entre ellos y una película cinematográfica. Una película cinematográfica es una sucesión de imágenes vivas, cada una ligeramente diferente de las otras-cada figura describe al objeto en posiciones dadas en un instante particular del tiempo. Cuando la película se exhibe a través de un proyector a una velocidad apropiada, las imágenes se agrupan creando así la ilusión del movimiento. En forma similar, la diferenciación divide a una función en muchas piezas (fijas) de tamaño infinitesimal para posteriormente analizarla en un punto específico del tiempo o para un valor particular de la variable independiente; la integración, por otra parte une esas piezas infinitesimales para obtener la función.

Cuando las relaciones entre variables se establecen mediante ecuaciones, que puede ser utilizado para analizar estas relaciones. El calculo ha sido utilizado por físicos, astrónomos, químicos e ingenieros casi desde su descubrimiento; y en los últimos años también por biólogos y profesionales de las ciencias sociales y del comportamiento.

En vista de que el análisis de la economía y la administración trata frecuentemente con cambios, él calculo es para los directores de empresa y economistas una herramienta en extremo valiosa. El análisis marginal es quizá la aplicación más directa del cálculo a la economía y a la administración; la razón marginal de cambio o variación en el margen se expresa analíticamente como la primera derivada de la función pertinente. El cálculo diferencial es también el método mediante el cual se obtienen máximos y mínimos de funciones.

Por consiguiente utilizando él cálculo se pueden resolver problemas relativos a maximizar ganancias o minimizar costos, bajo ciertas suposiciones. La programación matemática, la cual tiene como finalidad maximizar o minimizar funciones sujetas a restricciones, es utilizada cada vez mas en la economía y la administración, los métodos utilizados en programación lineal, son aplicaciones del cálculo diferencial.

La idea de la razón de cambio de una función, la cual es la base del cálculo diferencial.

El tipo más simple de la relación funcional entre dos variables se representa por una línea recta y corresponde a una razón de cambio constante o uniforme de la variable dependiente con respecto al cambio en la variable independiente. Una razón de cambio variable en la variable dependiente con respecto al cambio en la variable independiente se representa por una función curvilínea (o no lineal). La razón de cambio variable promedio es el valor promedio dentro de un intervalo de la razón de cambio variable.

Para un gran número de análisis el concepto más importante es el de la razón de cambio instantánea. La razón de cambio variable en un instante particular de la variable independiente.

La razón de cambio instantánea se obtiene por derivación y es, de hecho, la primera derivada de la función evaluada en el punto de interés. El concepto de cambio intentando es la base del análisis marginal en economía; el análisis marginal se considera el efecto sobre la variable dependiente debido a pequeños cambios en la variable independiente esto es, variación en el margen.

La definición matemática y derivación de la relación de cambio instantánea o marginalmente se discuten posteriormente en detalle; tal vez el concepto se puede comprender mejor en forma intuitiva con un ejemplo de movimiento físico.

Bueno en conclusión él calculo trata con cambios infinitesimalmente pequeños de las variables dependientes e independientes. Matemáticamente tales cambios se definen utilizando los conceptos de límite y continuidad; por lo tanto las secciones siguientes se refieren a los conceptos matemáticos de matemáticos y de continuidad, que constituyen en fundamento para la teoría del calculo.

BUENO MUCHACHOS ENTREMOS EN MATERIA

*** Haber tenga muy en cuenta:**

- El cálculo es la investigación mediante operaciones matemáticas.
- El cálculo diferencial es el que trata de las diferencias de las cantidades variables.
- El cálculo integral es el que estudia la integración entre funciones.

- **<u>Conjunto de números</u>:**

- Naturales

N = {0,1,2,3,4,5…}

- Enteros

Z = {…,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,…}

- Racionales

Q = {…,-1/3,-1/2,0,1,2,…}

- Irracionales

Q- = Son los que no se pueden expresar como fraccionarios.

- Reales

R = Es el conjunto de todos los números.

***<u>RELACION DE LAS VARIABLES NUMERICAS:</u>**

- Relaciones

Mayor, menor, igual, mayor o igual, menor o igual, el siguiente de y el anterior de.

- Operaciones

Suma, resta, multiplicación, división, potenciación, logaritmacion, radicacion, etc.

*VARIABLE

Una variable es una cantidad que toma varios valores en un problema particular, el conjunto de los valores adquiere una variable, es su rango.

*CONSTANTE

Una constante es una cantidad que conserva un valor fijo a través de un problema particular.
Una constante absoluta o numérica retiene un mismo valor en todos los problemas; una constante arbitraria o parametrica (o un parámetro) conserva el mismo valor en todos los problemas diferentes.

*RELACIONESY FUNCIONES

Un conjunto de pares ordenados de números reales se denomina una relación binaria. El conjunto de los primeros elementos de una relación binaria se llama dominio de la relación. El conjunto de los segundos elementos se llama el rango de la relación. Para el conjunto dado {(x,y)}, X y Y se denominan variables. El conjunto de los valores que la variable X toma en su dominio, y la misma X, se llaman usualmente variables independientes, el conjunto de valores que la variable Y toma dentro de su recorrido, y la misma Y, ordinariamente se denomina variable dependiente. Cuando, según el contexto, aparece claro él número de variables, una relación binaria puede llamarse sencillamente, una relación.

Haber muchachos, observemos el diagrama; se puede recordar que una relacion es una correspondencia en la cual a un elemento del conjunto de salida A se le asocia algun elemento del conjunto de llegada B, mediante una regla especial.

R

A	B
0	2
1	4
2	6
3	8
4	10
5	12
6	14

R = {(1,2),(2,4),(3,6),(4,8),(5,10),(6,12)}
R = {(A,B)/ B=2A}
D = {1,2,3,4,5,6}EA
R = {2,4,6,8,10,12}EB

B = 2A es la regla especial que define la relación.

De una manera más sencilla; una relación es un conjunto de salida y los segundos elementos pertenecen al conjunto de llegada. La relación anterior define la siguiente relación:
R = {(1,2),(2,4),(3,6),(4,8),(5,10),(6,12)}

El conjunto de los primeros elementos de las parejas de la relación y el conjunto de los segundos elementos de las parejas de la relación es el recorrido. Así, en la relación anterior, se tiene que:
Dominio = (1,2,3,4,5,6)Ea y el recorrido = (2,4,6,8,10,12)EB

La relación también se puede definir por comprensión, es decir mediante la regla especial:
R = {(A,B)/B=2A}
S = {(1,2),(2,8),(2,3)} es una relación binaria cuyo dominio es {1,2} y cuyo rango es {2,3,8}
S = {(x,y): X,Y números reales, X<Y} es una relación binaria, algunos cuyos miembros son (2,2),(3,4),(5,5) y (8,20). Obsérvese que (2,1),(3,2) y (25,20), por ejemplo, no son elementos de S .
S = {(x,y): Y = X , XER} es una relación binaria.

El dominio S es R y el recorrido es el conjunto de todos los números reales no negativos.
S = {(x,y): Y = X si 0<X<2, Y=3-X si 2<X<3,yY=3 si X=3} es una relación binaria cuyo dominio es el conjunto X= X: 0<X<3 y cuyo recorrido es el conjunto { Y:0<Y<4}.

Si la relación es tal que en ella llega cada elemento del dominio de corresponda un elemento, y solo uno, del recorrido, se dice que esta relación es una función. Las funciones constituyen un subconjunto de relaciones, todas las funciones son relaciones, pero no todas las relaciones son funciones. Obsérvese que las relaciones S y S del ejemplo anterior son funciones, pero las relaciones S y S no son funciones. En las funciones se usa una notacion especial para señalar el elemento del recorrido que le corresponda a un elemento del dominio. Si f denota una función $\{(x,y)\}$, entonces el numero y asociado con un determinado X se simboliza $f(x)$, se le dice "f de x".

Con esta notación, los conjuntos de pares que definen a f pueden escribirse $[\{x,f(x)\}]$ en donde $Y=f(x)$

Con referencia al ejemplo anterior S y S pueden escribirse respectivamente como:
$S = [\{x,f(x)\}:f(x) = x, xER]$
$S = [\{x,f(x)\}:f(x) = x$ si $0<x2$, $f(x)=3-x$ sí $2<x<3$, $f(x)=3$ si $x=3]$
Con frecuencia se usan también otras letras, por ejemplo g,f,b,c, para asignar el nombre de una función.

Una ecuación tal como $g(x)= x + 1/x$ da una pauta para encontrar el segundo miembro de un par cuyo primer miembro es x. Se dice que tal ecuación o formula define la función, aunque la función no es la formula, si no el conjunto de pares ordenados $[\{x,g(x)\}]$ o $\{(x,y)\}$. Cuando en la formula para la función se sustituye un valor de x , se dice que el resultado es el valor de una función, o valor funcional, para dicho valor de x.

En el caso de una función que contiene dos variables, cuando quiera que se especifica el valor de la variable independiente, se determina el valor de la variable dependiente. Sin embargo se entiende que es el valor de la variable independiente el que se asigna arbitrariamente (excepto para valores no permisibles) determinando así, también el valor de la variable dependiente. En la matemática aplicada es convencional representar la variable independiente por x y la variable dependiente por Y.

En la mayoría de problemas de la geometría analítica y en otras ramas de la matemática pura, la elección de las variables independientes y dependientes es cuestión de conveniencia y la designación convencional de X o Y se relaciona solamente con la representación gráfica, como se da en este ejemplo. Al considerar la ecuación $X-4Y+2Y+6 = 0$

Se ve en forma clara que es más conveniente encontrar pares de puntos si se considera Y como la variable independiente, y X como la independiente, como sigue $X = 4Y-2Y-6$

Cuando las variables son puramente matemáticas y en un contexto particular no representan cantidades, no hay otra base apropiada para hacer la selección. Sin embargo, cuando las variables representan cantidades en el contexto de un tema particular, ordinariamente la lógica de la situación determina la escogencia de las variables independiente y dependiente. Por ejemplo, se piensa que la cantidad producida es un determinante primario del costo total y no al contrario.

Aun en este tipo de problemas hay excepciones; por ejemplo puede pensarse que el precio es el que determina la cantidad demandada, o pensarse que la cantidad demandada es la que determina el precio.

Sí f(x)= x-x+2, entonces
f(z)= z-z+2
f(2)= 4-2+2=4
f(-3)= 9+3+2=14
f(0)= 0-0+2=2
f(a)= a-a+2
f(x+2)= (x+2)-(x+2)+2
= (x+4x+4)-(x+2)+2
= x+3x+4
f(x+h)-f(x)= (x+h)-(x+h)+2-(x-x+2)
= (x+h)(x+h)-(x+h)+2-(x-x+2)
= x+2xh+h-x-h+2-x+x-2
= 2hx+h-h

***FUNCIONES INVERSAS**

Pueden intercambiarse el dominio y el recorrido de cualquier relación para formar una nueva relación. En la nueva relación cada par se obtiene intercambiando los elementos de un par correspondiente, contenido en la relación original. Se dice que tales dos conjuntos de pares son relaciones inversas; es decir, cada relación es la inversa de la otra. Si ambas relaciones son funciones, ellas se denominan funciones inversas. La inversa de una función f es denotada por el símbolo f . en esta notación –1 no es un exponente; significa solamente que f es la inversa de f. La relación inversa es una función si y solo si, la función es tal que a cada elemento de su recorrido le corresponde uno, y solamente un elemento de su dominio. Si f es la función inversa de f, entonces

f[f (x)]= x para todas las x en el dominio de f
f [f(x)]= x para todas las x en el dominio de f

Siempre que pueda operarse con álgebra, la relación f (x) puede hallarse resolviendo f[f (x)]= x como si f (x) fuese una variable en la ecuación.

Cuando no se ha especificado el dominio, se supone que él es el conjunto de todos los números reales.

Sea g={(x,y):y=2x-1}. Hallar la relación inversa y determinar si ella es una función.

Para todos y cada uno de los valores de x existe una, y solamente una y, así que la inversa de la g es una función:
Y=2x-1
X=1/2(y+1)
g {(x,y):y=1/2(x+1)}

Puesto que las letras para indicar los valores del dominio y del recorrido son arbitrarias, X y Y se usan en su orden acostumbrado.

Hallar la inversa de f = {(x,y):y=x,>0} y determinar si ella es una función. Para cada x existe una, y solamente una Y de modo que la inversa de f es una función:
Y= X
X= - y
f = {(x,y):y= x}

Debe anotarse que si, en el ejemplo anterior, f tiene por dominio el conjunto de los números reales, f no es una función puesto que el dominio es el conjunto de todos los números reales no negativos, y su recorrido es el conjunto de todos los números reales.

Una forma funcional puede obtenerse por la sustitución de una forma en otra. Sí $Y= f(x)$ y $U= g(y)$; y si $U= [f(x)] = h(x)$, entonces h se llama la compuesta de g por f.

Sí $f(x) = x-x-1$ y $g(x) = x-1$, entonces

$f[g(x)] = (x-1) - (x-1) - 1 = x - 3x + 1$

$g[f(x)] = (x-x+1) - 1 = x - x - 2$

El anterior ejemplo ilustra el hecho de que, en general,

$f[g(x)] = g[f(x)]$

Sí $g(x) = x + 2$ entonces

$g[f(x)] = (x+2) + 2 = x + 4x\ 6$

<u>*FUNCIONES EN ECONOMIA</u>

Crear un modelo que describa y prediga el comportamiento de una fenomeno

<u>*ANALISIS MARGINAL</u>

Estudia las razones de cambio de una función cuando se produce la mínima variación de los valores en la variable independiente.

Estudia el cambio en las imágenes con la mínima unidad de cambio en los valores de la variable independiente.

*RAZON DE CAMBIO

Representa la relación entre el cambio de las variables dependientes y las variables independientes.

Razón de cambio = -------------------

*DERIVADA

Es la razón de cambio instantánea de los valores de las imágenes por el cambio mínimo entre los valores de la variable independiente.

La derivación y diferenciación es una operación que se realiza sobre las funciones para obtener otra función llamada derivada.

f(x) __________________ f`(x) Dx

- Aplicaciones de las derivadas

1- Análisis marginal.

2- Trazo de curvas

- Puntos críticos

Son aquellos valores en los que la derivada se hace cero (0)

- Los intervalos de análisis

(- ,a) (a,b) (b,c) … (c,)

- Máximos y mínimos

Si A es un punto critico de f y f es un punto creciente antes de A y decreciente después de A, entonces A es un máximo.

Si A es un punto critico de f y f es un punto creciente antes de A y creciente después de A entonces A es un mínimo.

***FORMULAS**

pendiente = m = -------------

(Y – Y) = m (x – x)

f(x)= mx + b _______________ donde b= cortes de la y

-b   b – 4ac = x formula para ayuda en la función cuadratica,
2a   para hallar los ceros.

Función exponencial f(x) = a

Función logarítmica f(x) = log x

Función cubica f(x) = ax

Función cuadratica f(x) = ax + bx + c

Función de ingreso, Ingreso = (precio) (numero de artículos)

Ecuación lineal 0 = ax + by + c

***FORMULAS DE DERIVACION**

1- Derivada de una función constante
f(x) = k _________________________ f`(x)= 0
2- Derivada de f(x) = x_______________ f`(x)= 1
3- Derivada de f(x) = ax______________ f`(x)= a
4- Derivada de f(x) = x ______________ f`(x)= nx
5- Derivada de f(x) = e_______________ f`(x)= e

6- Derivada de $f(x) = \log$ ____________ $f`(x) = 1/x$

7- Suma de funciones

$h(x) = f(x) + g(x)$ __________ $h`(x) = f`(x) + g`(x)$

8- Resta de funciones

$h(x) = f(x) - g(x)$ __________ $h`(x) = f`(x) + g`(x)$

9- Producto de funciones

$h(x) = f(x)\, g(x)$ ___________ $h`(x) = f`(x)\, g(x) + f(x)\, g`(x)$

10- Regla para el cociente de funciones

$h(x) = \underline{f(x)}$ _______________ $h`(x) = \underline{f`(x)g(x) - f(x)g`(x)}$

CONCLUSIONES

Realmente es una experiencia interesante el tratar de trasmitir conceptos y más cuando son matemáticos mediante un libro pero concluimos que es una labor interesante la cual personalmente nos va a dejar el interés por mejorar cada día más en esta área con el fin de mantenernos actualizados.

El análisis y la comprensión de las matemáticas es fundamental para la vida y distintas ciencias sociales.

El hecho de conceptualizar y no mecanizar es vital para la total comprensión de las matemáticas.

Fue una experiencia única e irrepetible, gracias lectores a la final quienes juzgan son ustedes.

SEÑORES AQUÍ HEMOS CULMINADO NUESTRO ESTUDIO

HASTA UNA PROXIMA OPORTUNIDAD

GRACIAS