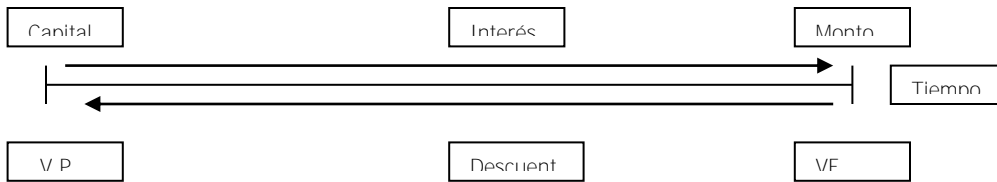


INTRODUCCION A LA MATEMATICA FINANCIERA

**Matemática Financiera**

**Interés**

El interés en un préstamo es el valor tiempo del dinero (el costo de la no disponibilidad en el tiempo de ese dinero)



C= Capital    M= Monto    I= Interés    VP= Valor Presente    VF= Valor Futuro

Un capital depositado el día 0 genera a lo largo del tiempo un interés, de la suma de estos valores resulta el monto.

$$VP + I = VF \quad M = C + I \quad \text{Valor Actual} = \text{Valor Presente} \quad \text{Valor Nominal} = \text{Valor Futuro}$$

**Tasa Efectiva de Interés:**

(i) Es el interés que genera una unidad monetaria durante una unidad de tiempo

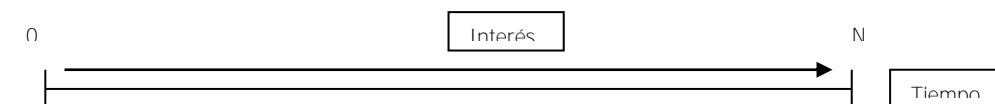
**Tasa Efectiva de Descuento**

(d) Es el descuento realizado por adelantar una unidad monetaria una unidad de tiempo

**Interés Simple**

Genera interés en una unidad de tiempo cualquiera sea ella

(i) Tasa de interés simple



→ Momento 1       $N = 1$

$$I_{01} = VP \cdot i \qquad I_{01} = \text{interés del período } 0 - 1$$

$$VF_1 = VP + VP \cdot i$$

Momento 2       $N = 2$

$$I_{12} = VP + VP \cdot i$$

$$VF_2 = VP + VP \cdot i + VP \cdot i = VP (1 + 2i)$$

·  
·  
·  
·

Momento N       $N = N$

$$VF_N = VP (1 + N \cdot i)$$

### Ejemplo

$$VP = 10.000$$

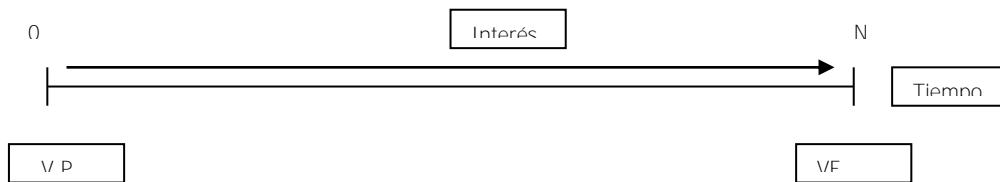
$$\text{Interés Mensual} = 30\%$$

$$N = 2 \text{ (meses)}$$

$$VF = 10.000 (1 + 2 \times 0,3) = 16.000$$

### Interés Compuesto

Genera interés durante una unidad de tiempo, es el valor de la colocación al comienzo de cada unidad de tiempo el que se está analizando el que genera interés, es de esta manera que se produce la capitalización de los intereses. Al final de cada período los intereses forman parte del capital.



→ Momento 1       $N = 1$

$$I_{01} = VP \cdot i \qquad I_{01} = \text{interés del período } 0 - 1$$

$$VF_1 = VP + I_{01} = VP + VP \cdot i = VP (1 + i)$$

Momento 2       $N = 2$

$$I_{12} = VF_1 + VP \cdot i = VP (1 + i) i$$

$$VF_2 = VF_1 + I_{12} = VP (1 + i) + VP (1 + i) i = VP (1 + i)^2$$

·  
·  
·

Momento N       $N = N$

$$VF_N = VP (1 + i)^N$$

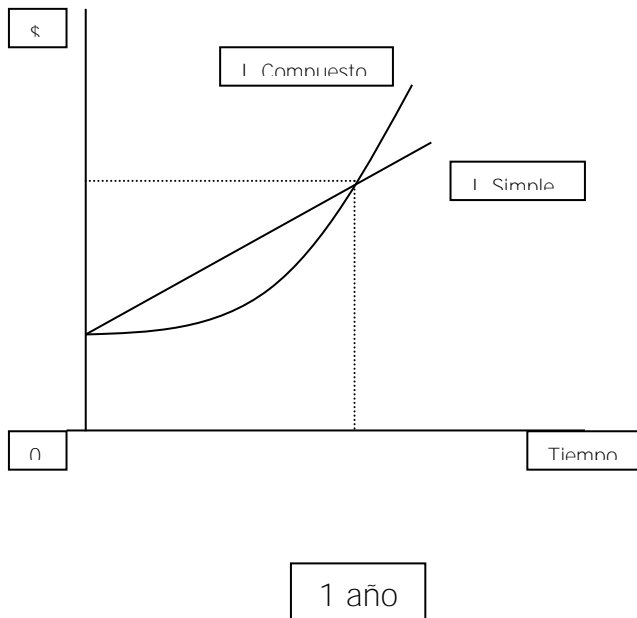
### Ejemplo

$$VP = 10.000$$

$$\text{Interés Mensual} = 30\%$$

$$N = 2 \text{ (meses)}$$

$$VF = 10.000 (1 + 2 \times 0,3) = 16.000$$



$$N = 0 \quad VF_S = VF_C = VP$$

$$N < 0 < 1 \quad VF_S > VF_C$$

$$N = 1 \quad VF_S = VF_C = VP (1 + i)$$

$$N > 1 \quad VF_S < VF_C$$

**Ejemplo**

$$VP = 10.000$$

$$I \text{ Semestral} = 20 \%$$

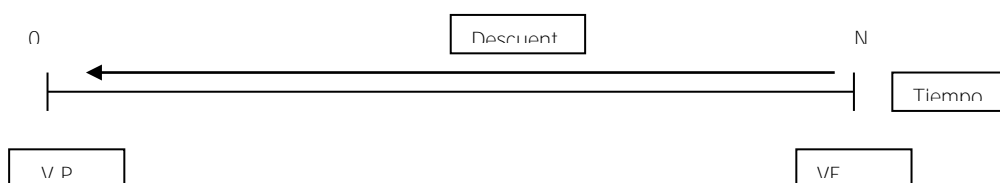
$$N = 1 \text{ Año} = 2 \text{ Semestres}$$

$$VF = 10.000 (1 + 0,2)^2 = 14.400$$

**Descuento**

**Descuento Comercial Simple**

La tasa efectiva de descuento se aplica para cada unidad de tiempo ( cualquiera sea ella ) **sobre el momento "N"**



$$VP = VF ( 1 - N \cdot d )$$

$$D = VF - VP$$

$$D = VF - VF ( 1 - N \cdot d ) = VF \cdot N \cdot d$$

### Ejemplo

$$VF = 10.000$$

$$\text{Plazo} = 6 \text{ meses} \quad N = 6$$

$$\text{Tasa} = 5\% \text{ mensual} \quad d = 0,05$$

$$VP = 10.000 ( 1 - 6 \cdot 0,05 ) = 7000$$

### Descuento Comercial Compuesto

La tasa efectiva de descuento se aplica sobre el valor final de cada unidad de tiempo que se quiere retroceder.

$$VP = VF ( 1 - d )^n \quad d = VF - VP$$

$$d = VF - VF ( 1 - d )^n = VF \times 1 - ( 1 - d )^n$$

### Ejemplo

$$VF = 10.000$$

$$\text{Plazo} = 6 \text{ meses} \quad N = 6$$

$$\text{Tasa} = 5 \% \text{ efectiva mensual} \quad d = 0,05$$

$$VP = 10.000 ( 1 - 0,05 )^6 = 7350,92$$

### Descuento Racional Simple

La tasa efectiva de descuento se aplica para cada unidad de tiempo cualquiera sea ella sobre el valor en ese momento.

La comunidad Latina de estudiantes de negocios

$$VP \frac{\quad}{1+N.d} = VF$$

$$D = VP \cdot N \cdot d$$

$$VP = VF - d$$

$$D = VF - VP$$

$$VP = VF - N \cdot d \cdot VP$$

$$VP + N \cdot d \cdot VP = VF$$

$$VP (1 + N \cdot d) = VF$$

$$\frac{\quad}{1+N \cdot d} \quad D = VF - VF$$

$$D \frac{\quad}{(1+n \cdot d)} = VF (1 + N \cdot d) - VF$$

$$D = \frac{VF \cdot N \cdot d}{1 + N \cdot d}$$

$$\swarrow$$

$$\boxed{VP}$$

**Ejemplo:**

$$VF = 10.000$$

$$I \text{ Mensual} = 0,05$$

$$N = 6$$

$$\frac{\quad}{1 + 6 \times 0,05} \quad VP = \frac{10.000}{1 + 6 \times 0,05} = 7692,31$$

## Descuento Racional Compuesto

La tasa efectiva se aplica al valor del comienzo de la unidad de tiempo que se quiere retroceder.

$$\frac{\quad}{(1+d)^N} \quad VP = VF \quad D = VF - VP$$

$$D = \frac{\quad}{(1+d)^N} \quad VF - VF$$

$$D = VF \frac{\quad}{(1+d)^N} - 1 - 1$$

### Ejemplo

VF = 10.000  
 d mensual = 0,05  
 7.462,15  
 n = 6

$$\frac{10.000}{(1 + 0,05)^6} = VP$$

### Equivalencia de Tasas

Se dice que dos tasas son equivalentes cuando a iguales valores presentes luego de igual cantidad de tiempo se transforman en valores futuros iguales donde tienen dos características 1) entre las distintas tasas involucradas en una única formula de calculo 2) entre las tasas correspondientes a distintas formulas de calculo de interés o descuento.

DCS (d)

IS (i)

$$(d) \quad VP = VF (1 - N \cdot d)$$

$$VF = VP (1 + N \cdot i)$$

$$VF \frac{1}{(1 - N \cdot d)} = VP$$

$$\frac{VP (1 + N \cdot i)}{1 - N \cdot d} = VP$$

$$1 + N \cdot i = \frac{1}{1 - N \cdot d}$$

A valores presentes iguales con tiempos iguales las tazas son iguales

$$i = \frac{d}{(1 - N \cdot d)}$$

$$d = \frac{i}{1 + N \cdot i}$$

**Ejemplo**

I efectivo mensual = 0,05

N = 6

I simple

$$\frac{0,05}{(1 - 0,05 \times 6)} = 0,0715 \quad \text{o} \quad 7,15\%$$

$$\frac{0,0715}{1 - 6 * 0,0715} = 0,05$$

d = I

***Tipos de Tasas*****Tasa Interés Simple**

Es la que al final de un período se aplica únicamente sobre el capital inicial, Capital constante durante el tiempo de la operación financiera, así como los intereses devengados al final de cada período

*(devengado es lo que ocurre en cada período)*

**Tasa Interés Compuesto**

Es la tasa de interés que al final de cada período se aplica tanto al capital anterior como a los intereses devengados al final de ese período. Esto equivale a decir que es la operación donde los intereses generan interés, mediante el sistema de capitalización.

**Ejemplo**

VP = 500.000

I trimestral = 8%      i = 0,08



Plazo = 1 año                      n = 4

$$I_s = VFs = 500.000 ( 1 + 4 \cdot 0,08 ) = 660.000$$

$$I_c = VFc = 500.000 ( 1 + 0,08 )^4 = 680.224,50$$

## Tasa Efectiva

Es la tasa de interés que realmente se aplica en el período de capitalización sobre un capital para calcular los intereses.

La tasa de interés efectiva se identifica por que solamente aparece la parte numérica seguida del período de capitalización o liquidación de intereses.

Por ejemplo se dice una tasa de interés del 3%, mensual del 9 %, trimestral del 15 %, semestral o del 32 %, anual pero ellas no son equivalentes

## Tasa de Interés Nominal

Es la tasa de interés que expresada anualmente capitaliza varias veces al año, por esa razón la tasa nominal no refleja la realidad en cuanto a los intereses devengados anualmente y de aquí su nombre.

A diferencia de la tasa efectiva que sí nos indica el verdadero interés devengado por un capital al final del período respectivo.

Sin embargo en la mayor parte de las operaciones financieras se utiliza la tasa nominal para expresar el tipo de interés que debe pagarse o cobrarse en esa operación. Esto implica que para realizar los cálculos de operaciones financieras lo primero que debe hacerse es convertir esta tasa nominal a tasa efectiva en cada período de capitalización por que como ya se anotó solamente debemos utilizar la tasa efectiva por período.

## Ejemplos

Ej.1: 36% nominal anual capitalizable trimestralmente

Es distinto a

La comunidad Latina de estudiantes de negocios

Ej.2: 36% nominal anual capitalizable cuatrimestralmente

Es distinto a

Ej.3: 36% nominal trimestral

(i) = Tasa Efectiva

(j) = Tasa Nominal

(m) = No de Capitalizaciones

$$i = j / m$$

Ej.1:

$$i \frac{\quad}{4} = 0,36 = i_{\text{trimestral}} = 9 \%$$

Ej.2:

$$i \frac{\quad}{3} = 0,36 = i_{\text{cuatrimestral}} = 12 \%$$

Ej.3:

30 % nominal trimestral

$$J_4 = \frac{0,3}{4} \rightarrow 0,075 \quad i = 0,09 \rightarrow \quad i = j / m \quad i = j / 4$$

Para VP = 100 calculamos el VF anual ( resultado por cada 100 unidades monetarias )

$$VF = 100 ( 1 + 0,09 )^4 = 141,16 \text{ expresado porcentualmente } 41,16\%$$

Equivalencia

$$VF = VP ( 1 + i )^n$$

$$VF = \frac{\quad}{m} ( i + j )^{m \cdot n}$$

$$VP (1 + i)^n = \frac{VP (1 + jm)^{m \cdot n}}{m}$$

$$(1 + i)^n = \frac{(1 + jm)^{m \cdot n}}{m}$$

$$(1 + i) = \frac{(1 + jm)^m}{m}$$

### Ejemplo

Qué tasa efectiva anual de interés es equivalente a una tasa nominal anual del 48% capitalizable mensualmente.

$$J_{12} = 48\%$$

$$(1 + i) = \frac{(1 + 0,48)^{12}}{12}$$

$$i = 0,6010 \quad i = 60,10\% \text{ anual}$$

Qué tasa efectiva bimensual de interés es equivalente a una tasa nominal anual del 48% capitalizable mensualmente.

$$i = \frac{(1 + (0,48)^2) - 1}{12} \Rightarrow \quad i = 0,016 \quad i = 16 \% \text{ bimensual}$$

### *Incidencia de la Inflación en las Tasas*

**Inflación:** Es el aumento sostenido de los precios

La tasa efectiva de inflación es el crecimiento que sufre el precio de una determinada canasta de bienes y servicios expresado en tanto por 1 durante una unidad de tiempo.

Tasa Efectiva Mensual

Períod	Tasa
0	
1	0,0491
2	0,0631
3	0,067

$$(1+0,0491)(1+0,0631)(1+0,067) = 1,199/05 = 19,9/5\%$$

### Tasa de Interés Real

Tiene dos partes la tasa de inflación ( h ) esperada y la tasa que recompense el sacrificio de no disponer del dinero un determinado plazo.

( i ) Tasa de interés efectiva a la que se realiza el préstamo

( h ) Tasa efectiva de inflación esperada

( r ) Tasa efectiva real

### Teorema de Fisher

$$(1 + i) = (1 + h) (1 + r)$$

$$\frac{1 + i}{1 + h} - 1 = r = \frac{1 + i}{1 + h} - 1 = i - h$$

### Ejemplo

Cual es la tasa efectiva real de una colocación a un año que se realiza a la tasa efectiva anual del 80 % si se espera que la tasa de inflación anual en ese período sea en el orden del 65%

n = 1 año

i = 80%

La comunidad Latina de estudiantes de negocios

$$r = \frac{i - h}{1 + h} = \frac{0,8 - 0,65}{1 + 0,65} = 0,0909$$

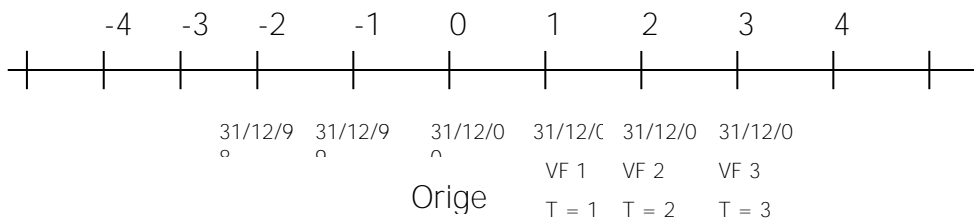
$n = 65 \%$   
 $r = 9,09\%$

## Rentas

Es un conjunto de prestaciones con vencimientos diversos cada uno de los cuales se denominan términos o cuota de la renta. También lo podemos definir como una sucesión de pagos o cobros con vencimientos en épocas equidistantes o intervalos regulares, el período como intervalo de tiempo que media entre dos pagos consecutivos.

La duración de una renta es el número o cantidad de términos o cuotas.

- Rentas ciertas \_ Se conocen todos los elementos de antemano
- Rentas aleatorias o contingentes \_ Pueden variar de acuerdo con circunstancias que no se pueden controlar de antemano



Renta lleva a todos los momentos al

A cada instante en la línea de tiempo se asigna un No Real denominado ( t )

Para los cálculos de renta se trabaja con días comerciales y año comercial 30 días al mes y 360 días al año.

## Valor de una Renta

Es una cifra monetaria de magnitud relativa que adquiere su verdadero significado cuando está referido a un determinado instante de tiempo. Por ejemplo decir \$100 no tiene sentido si no se especifica el momento que esa cifra puede estar disponible, hoy, mañana, o dentro de un año.

La comunidad Latina de estudiantes de negocios

Dos cifras expresadas en diferentes momentos son en términos financieros heterogéneas, no comparables a si mismas salvo que se tome una regla funcional que permita definir una relación de equivalencia de tal manera que homogeneice esas cifras.

La regla no es otra que la fórmula de interés compuesto

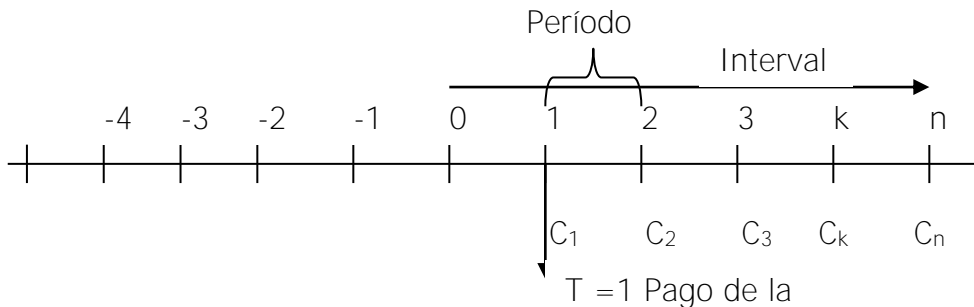
$$VP = ( VF - d ) ^ n$$

El valor de una renta será una serie de prestaciones, una cantidad de unidades monetarias en un instante de tiempo (t) equidistante en términos financieros al conjunto de cuotas que conforman esa renta.

$C_k$  = Es la "K'esima" cuota de la renta ( pagos o cobros )

$i$  = Es la tasa de interés efectiva del período del intervalo de tiempo

$t = 1$  = Es el primer pago o cobro.



Cuota	T
$C_1$	1
$C_2$	2
$C_k$	K
$C_n$	N

El valor de una renta en el instante t se halla sumando los equivalentes financieros de cada cuota en ese instante dada la tasa de interés ( i ) efectiva en el período y en función del interés compuesto

$C_k(t,i)$  es el valor equidistante en el instante "t" de la "k esima" cuota

$$C_k(t,i) = C_k (1 + i)^{t-k}$$

Los documentos que buscas están en <http://www.gestiopolis.com/>

$$VP (1 + i)^n = VF \quad \text{o} \quad VP = VF (1 + i)^{-n}$$

Si  $t > k \Rightarrow VF \Rightarrow$  Se Capitaliza

Si  $t < k \Rightarrow VP \Rightarrow$  Se Actualiza

$$R(t, n, i) = \sum_{k=1}^{k=n} C_k(t, i) = \sum_{k=1}^{k=n} C_k (1 + i)^{t-k}$$

Parámetro ( t )

- $VP$  de la  $r \Rightarrow t < 1 \Rightarrow$  actualizo
- $t \geq n \Rightarrow VF$  de las cuotas  $\Rightarrow$  capitalizo
- $t < 0 \Rightarrow VA$  renta diferida  $\Rightarrow$  se entrega el bien con un pago diferido
- $t = 0 \Rightarrow VA$  renta vencida
- $t = 1 \Rightarrow$  renta adelantada  $\Rightarrow$  se entrega el bien pagando la primer cuota
- $t < 1 < n \Rightarrow$  renta anticipada
- $t \geq n \Rightarrow$  Luego de  $n$  cuotas se tienen los intereses.

### Ejemplo

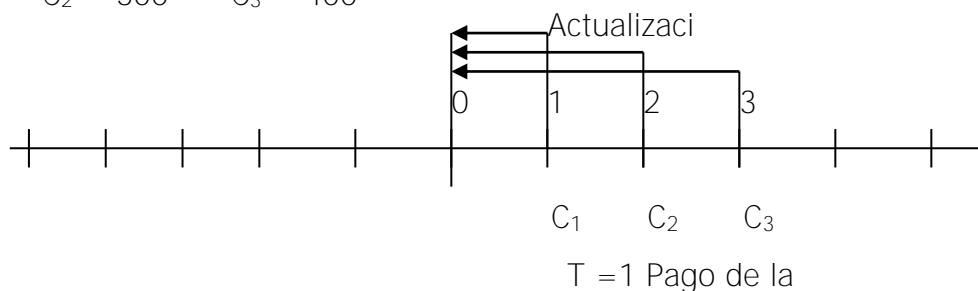
XX exige el pago de la primera cuota al mes de entrega del minicomponente, calcular el precio contado a partir de los siguientes valores de las 3 cuotas, el interés efectivo es 5% mensual

$$C_1 = 200 \quad C_2 = 300 \quad C_3 = 400$$

$$i = 0,05$$

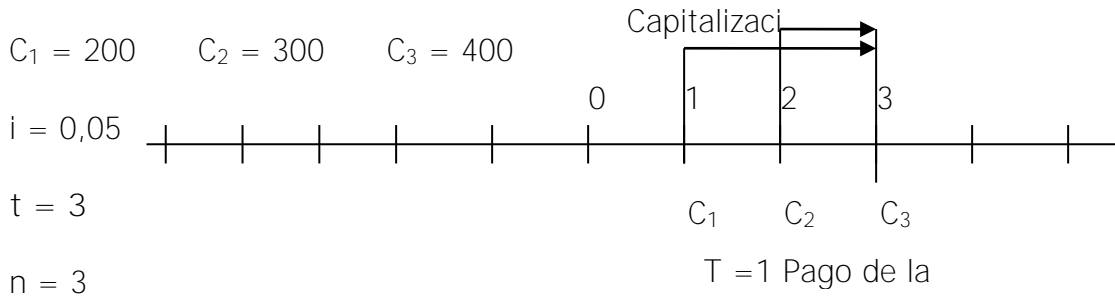
$$t = 0$$

$$n = 3$$



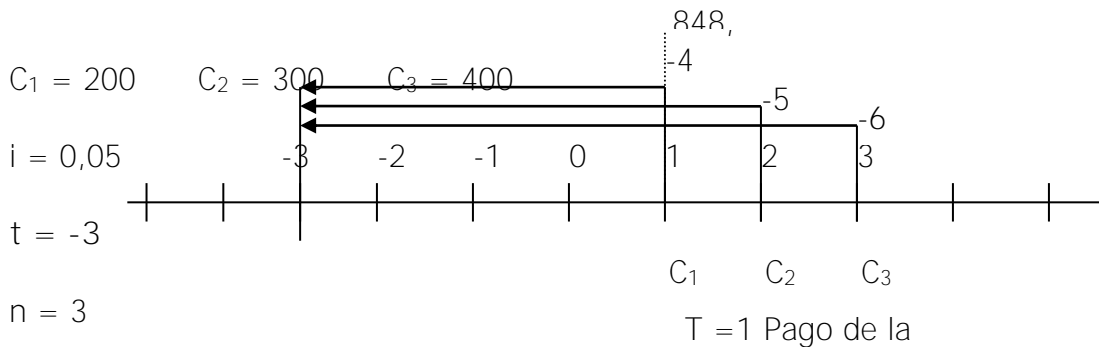
$$R(0; 3; 0,05) = 200(1 + 0,05)^{-1} + 300(1 + 0,05)^{-2} + 400(1 + 0,05)^{-3} = 802,12$$

Cual es el valor de la renta si la entrega de el bien es cuando se cancela la última cuota a iguales condiciones



$$R(3; 3; 0,05) = 200(1 + 0,05)^2 + 300(1 + 0,05)^1 + 400(1 + 0,05)^0 = 935,50$$

Cual es el valor de la renta si la primera cuota se paga a los 4 meses de haber recibido el minicomponente?



$$R(-3; 3; 0,05) = 200(1 + 0,05)^{-4} + 300(1 + 0,05)^{-5} + 400(1 + 0,05)^{-6} = 698,08$$

Y si la entrega se realiza cuando se paga la segunda cuota?

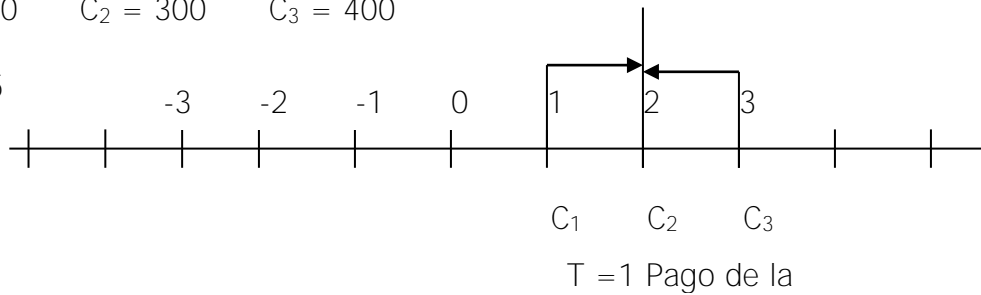


$$C_1 = 200 \quad C_2 = 300 \quad C_3 = 400$$

$$i = 0,05$$

$$t = 2$$

$$n = 3$$



$$R(2; 3; 0,05) = 200(1 + 0,05) + 300 + 400(1 + 0,05)^{-1} = 890,05$$

### Rentas Constantes

Rente en el momento  $t$  con el interés  $i$  es la sumatoria de todas las cuotas de la 1 a  $n$  llevadas al momento  $t$

Es la sumatoria de  $k = 1$  a  $k = n$  de  $C_k(t, i)$

$$R(t, n, i) = \sum_{k=1}^{k=n} C_k(t, i) = \sum_{k=1}^{k=n} C_k (1 + i)^{t-k} \Rightarrow C_k \sum_{k=1}^{k=n} (1 + i)^{-k}$$

Annotations: "Es constante" points to  $C_k$ ; "Factor de" points to  $\sum_{k=1}^{k=n} (1 + i)^{-k}$ ; "Progresión" points to the summation term.

### Suma de Progresión Geométrica

$$\Sigma = a \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (\text{Suma de Progresión Geométrica})$$

$a = 1$ er Termino de la sumatoria  $q = \text{razón}$

$$R(t, n, i) = C_k V(t, n, i)$$

Annotation: "Factor de Valuación" points to  $V(t, n, i)$ .

$$V(t, n, i) = \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] (1 + i)^t$$

$$R(t, n, i) = \left[ \frac{C_k}{i} \left( 1 - (1+i)^{-n} \right) \right] (1+i)^t$$

### Ejemplo

La venta de un equipo de computación es en 48 cuotas de 95,85 donde la primera cuota es el mes de la entrega del equipo la tasa es del 6% mensual efectiva

Calcular el precio contado

$$V(t, n, i) = \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] (1+i)^t$$

$$C_k = 95,85$$

$$n = 48 \quad R(0,48; 0; 0,06) = \frac{95,85}{0,06} \left[ 1 - (1,06)^{-48} \right] (1,06)^0 = \text{U\$ } 1500,005$$

$$i = 0,06$$

$$t = 0$$

Calcular el precio contado si la primera cuota es contra entrega

$$C_k = 95,85$$

$$n = 48 \quad R(0,48; 1; 0,06) = \frac{95,85}{0,06} \left[ 1 - (1,06)^{-48} \right] (1,06)^1 = \text{U\$ } 1590,058$$

$$t = 1$$

$$i = 0,06$$

Planifico mis vacaciones y estimo un gasto de U\\$ 1000 y pienso depositar cada fin de mes desde el 31 de agosto hasta fin de año, el banco paga el 1 % mensual.

Calcular el monto de cada depósito

La comunidad Latina de estudiantes de negocios

$$C_k = ?$$

$$n = 5$$

$$t = 5$$

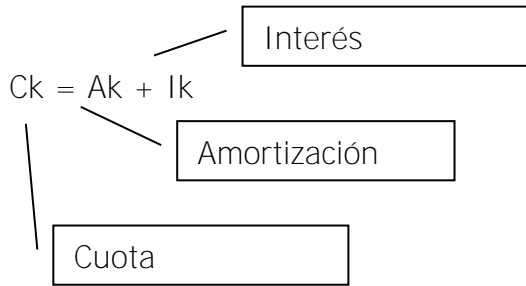
$$i = 0,01$$

$$R = 1000$$

$$10000 = \underbrace{C_k \frac{1 - (1,01)^{-5}}{0,01}}_{5,10} (1,01)^5$$

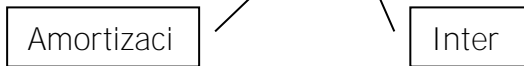
$$C_k = 1000 / 5,10 = 196,04$$

**Amortización de Deuda**



$\alpha$  le presta a  $\beta$  \$1000 durante 2 meses al 10 % efectivo mensual venciendo el plazo con la entrega. Al pagar 1210 la deuda quedó saldada

$$1000 ( 1,10 )^2 = 1210 = 1000 + 210$$



Si al mes de contraída la deuda  $\beta$  paga a cuenta \$700 calcular los intereses y la reducción de la deuda

Préstamo

$$SI = 1000 \text{ ( saldo inicial )}$$

$$i = 0,10$$

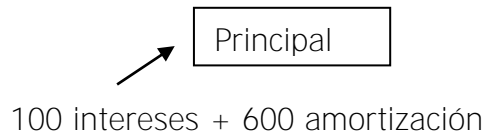
Primer Mes

$$1000 ( 0,10 ) = 100$$

$$SI + i = 1100$$

$$\text{Cuota} = \underline{( 700 )}$$

$$\text{Saldo Final} = 400$$



$$SF_1 = SI_2$$

Paga una segunda cuota de 340 y una tercera de 110

Segundo Mes

$$SI_2 = 400$$

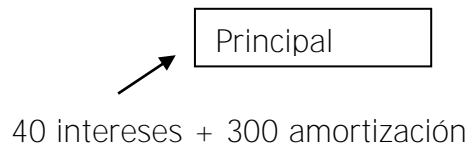
$$i = 0,10$$

$$400 (0,10) = 40$$

$$SI + i = 440$$

$$\text{Cuota} = 340 \rightarrow$$

$$SF = 100$$


 40 intereses + 300 amortización

$$SF_2 = SI_3$$

Tercer mes

$$SI_3 = 100$$

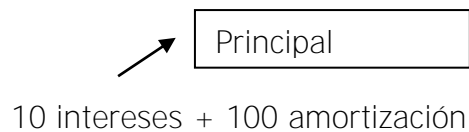
$$i = 10 \%$$

$$100 (0,10) = 10$$

$$SI + i = 110$$

$$\text{Cuota} = 110 \rightarrow$$

$$SF = 0$$


 10 intereses + 100 amortización

$K=n$

$$\sum_{K=1} A_k = \text{Total de la Deuda}$$

$K=1$

Amortizaciones

La comunidad Latina de estudiantes de negocios

Cuando  $C_k < I_k$  se llama amortización negativa, esto hace crecer el principal por lo que se incrementa la deuda

Período	SI	Cuota	Interés	Amortización n	SF
1	1000	700	100	600	400
2	400	340	40	300	100
3	100	110	10	100	0
		1150	150	1000	

$t$  = momento de análisis     $k$  = cantidad de cuotas pagas     $n$  = cantidad de cuotas     $S$  = saldo

$S(t, n - k)$  indica el saldo en el momento  $n - k$  que es lo que queda por pagar

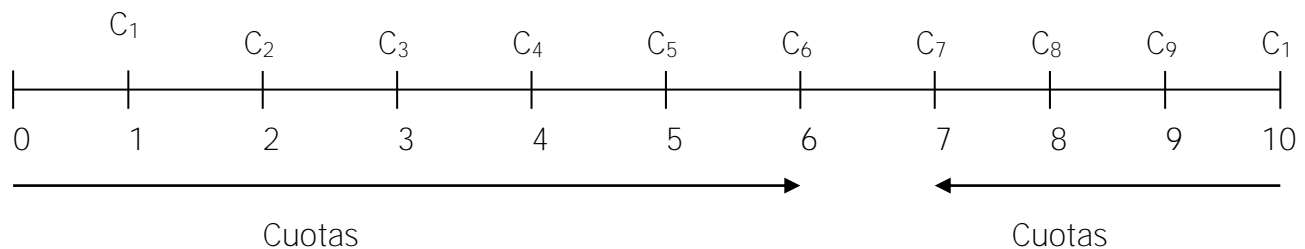
### Ejemplo

Una deuda pagadera en 10 cuotas, se llevan pagadas 6 cuotas. Hallar el saldo adeudado al momento que la cuota está recién paga.

$t = 6$  \_ momento de análisis

$k = 6$  \_ cuotas pagas

$n = 10$  \_ cantidad de cuotas



$$S(6, 10 - 6) = S(6, 4)$$

$$S(t, n - k) = R(t - k, n - k, i)$$

$$S(6, 4) = R(0, 4, i)$$

### Inversión

Es un proceso que consiste en la aplicación de fondos generalmente asociada a la obtención de activos en la finalidad de obtener un beneficio, no necesariamente económico, que compense el sacrificio impuesto por la disponibilidad de los fondos invertidos.

Se tiene la presencia de fondos como requisito esencial, un tiempo y un flujo de pagos o fondos que se localizan en distintos instantes de tiempo. Pueden ser bonos, maquinaria, renovación y reposición, inversión por expansión, etc.

Puede ser de carácter público o privado, jurídico o físico.

Lo que se busca es poder valorar distintas inversiones.

VPN = Valor presente neto (neto = ingresos – costos = ingreso neto)

VAN = Valor actual neto

TIR = Tasa de Rentabilidad o Tasa Interna de Retorno

VPNP = Valor presente neto promedio

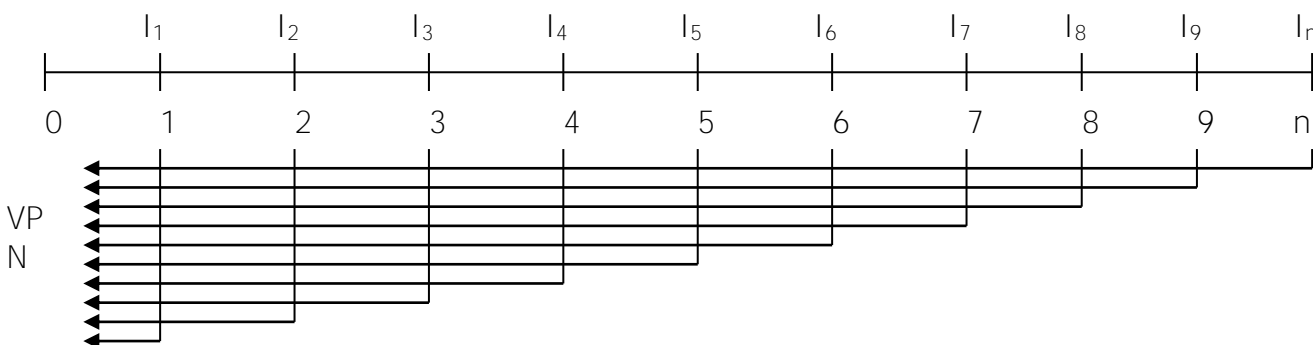
TCC = tasa costo capital =  $i$

### VPN Valor Presente Neto

Llamaremos VPN de la inversión a la cantidad de dinero equivalente a términos financieros al conjunto de pagos o cobros que representan el conjunto de fondos de la inversión. ( equivalentes para la tasa de cobro de capital ) dicho VPN se calcula al momento del desembolso inicial o instante cero.

Conocemos  $TCC = i$

$$VPN = I_0 + \sum_{k=1}^{K=n} I_k (1 + i)^{-k} = I_0 + R (0, n, i)$$



### Ejemplo

Compro una camioneta para repartir golosinas, la camioneta cuesta 50.000 unidades monetarias

Año	Pagos	Cobros	In
0	50.000	0	- 50.000
1	5.000	12.000	7.000
2	6.000	15.000	9.000
3	8.000	20.000	12.000
4	8.000	55.000	47.000

} Ganancia Contable  
25.000

TCC o  $i = 9\%$  efectivo anual

$$VPN = \frac{-50.000}{(1,09)^0} + \frac{-5.000}{(1,09)^1} + \frac{7.000}{(1,09)^1} + \frac{9.000}{(1,09)^1} + \frac{12.000}{(1,09)^1} + \frac{47.000}{(1,09)^1} = 6559,32$$

### TIR Tasa Interna de Retorno

Según el criterio del VPN la opción a invertir se decidirá según que valor presente de los ingresos menos los egresos de caja actualizados a la tasa de costos de capital

La forma de calcular a que tasa se reproducen los fondos invertidos para luego analizar si esa tasa es o no suficiente como para considerar conveniente la inversión

### Ejemplo

Para un capital de \$ 100.000

opción 1 colocación en un Banco al 68 % efectivo anual

opción 2 préstamo a un tercero paga el primer año \$ 90.000 y el segundo \$ 160.000

$$R(0, 2, r) = 100.000 \Rightarrow 100.000 = \frac{-90.000}{(1+r)} + \frac{160.000}{(1+r)^2}$$

$$0 = \frac{-100.000}{(1+r)} + \frac{90.000}{(1+r)} + \frac{160.000}{(1+r)^2} = 79,2572\%$$

79,2572 % > 68 % por lo que la opción 2 es mas conveniente



Se llama tasa de rentabilidad o TIR de una inversión a la tasa por la cual el VPN de una inversión se hace 0, la tasa queda definida como efectiva en el período en que se definen los ingresos netos, y conviene invertir en la medida que la tasa que ofrece la inversión (R) supera la TCC (i) definidas ambas en la misma unidad de tiempo.

Es la tasa por la cual se iguala el valor presente de los cobros con el valor presente de los pagos.

VPN > 0 conviene invertir	VPN = 0 indiferente	VPN < 0 no conviene invertir
R > i conviene invertir	R = i indiferente	R < i no conviene invertir

Para un solo proyecto

Si  $VPN > 0 \Leftrightarrow \text{tasa } 0 \leq i < R$

$VPN(i) = 0 \Leftrightarrow i = R$

$VPN(i) < 0 \Leftrightarrow i > R$

