

# **INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES – REDES Y LA ADMINISTRACIÓN DE PROYECTOS (CPM Y PERT)**

Aportado por: Autor: Ing. Iván Escalona  
Ingeniería Industrial  
UPIICSA – IPN

e-mail: [ivan\\_escalona@yahoo.com.mx](mailto:ivan_escalona@yahoo.com.mx)  
[resnick\\_halliday@yahoo.com.mx](mailto:resnick_halliday@yahoo.com.mx)

Estudios de Preparatoria: Centro Escolar Atoyac (Incorporado a la U.N.A.M.)

Estudios Universitarios: Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias sociales y Administrativas (UPIICSA) del Instituto Politécnico Nacional (I.P.N.)  
Ciudad de Origen: México, Distrito Federal.

---

## INTRODUCCIÓN A LAS REDES DE ACTIVIDAD (INGENIERÍA INDUSTRIAL)

Los proyectos en gran escala por una sola vez han existido desde tiempos antiguos; este hecho lo atestigua la construcción de las pirámides de Egipto y los acueductos de Roma. Pero sólo desde hace poco se han analizado por parte de los investigadores operacionales los problemas gerenciales asociados con dichos proyectos.

El problema de la administración de proyectos surgió con el proyecto de armamentos del Polaris, empezando 1958. Con tantas componentes y subcomponentes juntos producidos por diversos fabricantes, se necesitaba una nueva herramienta para programar y controlar el proyecto. El PERT (evaluación de programa y técnica de revisión) fue desarrollado por científicos de la oficina Naval de Proyectos Especiales. Booz, Allen y Hamilton y la División de Sistemas de Armamentos de la Corporación Lockheed Aircraft. La técnica demostró tanta utilidad que ha ganado amplia aceptación tanto en el gobierno como en el sector privado.

Casi al mismo tiempo, la Compañía DuPont, junto con la División UNIVAC de la Remington Rand, desarrolló el método de la ruta crítica (CPM) para controlar el mantenimiento de proyectos de plantas químicas de DuPont. El CPM es idéntico al PERT en concepto y metodología. La diferencia principal entre ellos es simplemente el método por medio del cual se realizan estimados de tiempo para las actividades del proyecto. Con CPM, los tiempos de las actividades son determinísticos. Con PERT, los tiempos de las actividades son probabilísticos o estocásticos.

El PERT/CPM fue diseñado para proporcionar diversos elementos útiles de información para los administradores del proyecto. Primero, el PERT/CPM expone la "ruta crítica" de un proyecto. Estas son las actividades que limitan la duración del proyecto. En otras palabras, para lograr que el proyecto se realice pronto, las actividades de la ruta crítica deben realizarse pronto. Por otra parte, si una actividad de la ruta crítica se retarda, el proyecto como un todo se retarda en la

misma cantidad. Las actividades que no están en la ruta crítica tienen una cierta cantidad de holgura; esto es, pueden empezarse más tarde, y permitir que el proyecto como un todo se mantenga en programa. El PERT/CPM identifica estas actividades y la cantidad de tiempo disponible para retardos.

El PERT/CPM también considera los recursos necesarios para completar las actividades. En muchos proyectos, las limitaciones en mano de obra y equipos hacen que la programación sea difícil. El PERT/CPM identifica los instantes del proyecto en que estas restricciones causarán problemas y de acuerdo a la flexibilidad permitida por los tiempos de holgura de las actividades no críticas, permite que el gerente manipule ciertas actividades para aliviar estos problemas.

Finalmente, el PERT/CPM proporciona una herramienta para controlar y monitorear el progreso del proyecto. Cada actividad tiene su propio papel en éste y su importancia en la terminación del proyecto se manifiesta inmediatamente para el director del mismo. Las actividades de la ruta crítica, permiten por consiguiente, recibir la mayor parte de la atención, debido a que la terminación del proyecto, depende fuertemente de ellas. Las actividades no críticas se manipularan y remplazaran en respuesta a la disponibilidad de recursos.

## ANTECEDENTES

Dos son los orígenes del método del camino crítico: el método PERT (Program Evaluation and Review Technique) desarrollado por la Armada de los Estados Unidos de América, en 1957, para controlar los tiempos de ejecución de las diversas actividades integrantes de los proyectos espaciales, por la necesidad de terminar cada una de ellas dentro de los intervalos de tiempo disponibles. Fue utilizado originalmente por el control de tiempos del proyecto Polaris y actualmente se utiliza en todo el programa espacial.

El método CPM (Crítico Path Method), el segundo origen del método actual, fue desarrollado también en 1957 en los Estados Unidos de América, por un centro de investigación de operaciones para la firma Dupont y Remington Rand, buscando el control y la optimización de los costos de operación mediante la planeación adecuada de las actividades componentes del proyecto.

Ambos métodos aportaron los elementos administrativos necesarios para formar el método del camino crítico actual, utilizando el control de los tiempos de ejecución y los costos de operación, para buscar que el proyecto total sea ejecutado en el menor tiempo y al menor costo posible.

Definición: El método del camino crítico es un proceso administrativo de planeación, programación, ejecución y control de todas y cada una de las actividades componentes de un proyecto que debe desarrollarse dentro de un tiempo crítico y al costo óptimo.

Usos: El campo de acción de este método es muy amplio, dada su gran flexibilidad y adaptabilidad a cualquier proyecto grande o pequeño. Para obtener los mejores resultados debe aplicarse a los proyectos que posean las siguientes características:

- a. Que el proyecto sea único, no repetitivo, en algunas partes o en su totalidad.
- b. Que se deba ejecutar todo el proyecto o parte de el, en un tiempo mínimo, sin variaciones, es decir, en tiempo crítico.
- c. Que se desee el costo de operación más bajo posible dentro de un tiempo disponible.

Dentro del ámbito aplicación, el método se ha estado usando para la planeación y control de diversas actividades, tales como construcción de presas, apertura de caminos, pavimentación, construcción de casas y edificios, reparación de barcos, investigación de mercados, movimientos de colonización, estudios económicos regionales, auditorías, planeación de carreras universitarias, distribución de tiempos de salas de operaciones, ampliaciones de fábrica, planeación de itinerarios para cobranzas, planes de venta, censos de población, etc., etc.

### DIFERENCIAS ENTRE PERT Y CPM

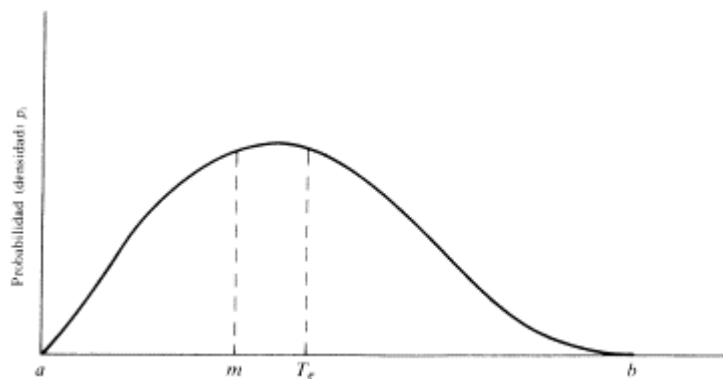
Como se indicó antes, la principal diferencia entre PERT y CPM es la manera en que se realizan los estimados de tiempo. El PERT supone que el tiempo para realizar cada una de las actividades es una variable aleatoria descrita por una distribución de probabilidad. El CPM por otra parte, infiere que los tiempos pueden variar cambiando el tiempo de actividad.

$a$  = estimado optimista  
 $b$  = estimado pesimista  
 $m$  = estimado más probable que se hace  
 $t$  = tiempo de actividad  
 $T_e$  = tiempo esperado de actividad

La distribución de probabilidad beta.

- (1) el estimado optimista
- (2) el estimado pesimista
- (3) el estimado más probable que se hace

La forma de la distribución beta es el resultado de los factores de tiempo requerido y pesimistas por defectos y otros factores.



Con la distribución definida, la media (esperada) y la desviación estándar, respectivamente, del tiempo de la actividad para la actividad Z puede calcularse por medio de las fórmulas de aproximación.

$$T_e(Z) = \frac{a + 4m + b}{6}$$

$$\sigma(Z) = \frac{b - a}{6}$$

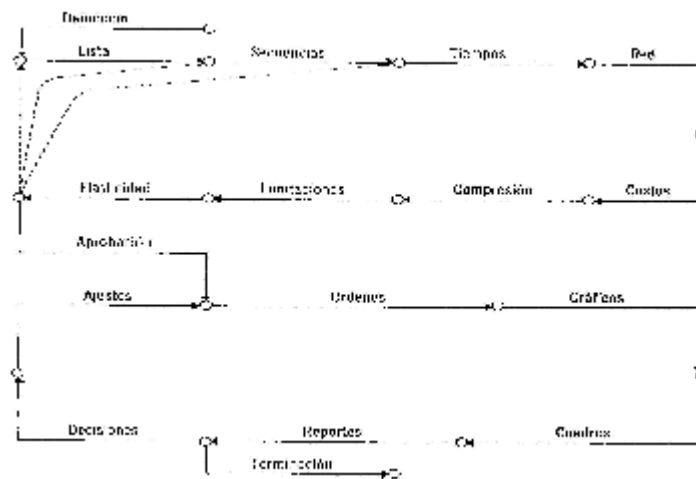
El tiempo esperado de finalización de un proyecto es la suma de todos los tiempos esperados de las actividades sobre la ruta crítica. De modo similar, suponiendo que las distribuciones de los tiempos de las actividades son independientes (realísticamente, una suposición fuertemente cuestionable), la varianza del proyecto es la suma de las varianzas de las actividades en la ruta crítica. Estas propiedades se demostrarán posteriormente.

En CPM solamente se requiere un estimado de tiempo. Todos los cálculos se hacen con la suposición de que los tiempos de actividad se conocen. A medida que el proyecto avanza, estos estimados se utilizan para controlar y monitorear el progreso. Si ocurre algún retardo en el proyecto, se hacen esfuerzos por lograr que el proyecto quede de nuevo en programa cambiando la asignación de recursos.

## METODOLOGÍA DEL CPM (CRITICAL PATH METHOD)

El Método del Camino Crítico consta de dos ciclos:

1. Planeación y Programación.
  - 1.1.- Definición del proyecto
  - 1.2.- Lista de Actividades
  - 1.3.- Matriz de Secuencias
  - 1.4.- Matriz de Tiempos
  - 1.5.- Red de Actividades
  - 1.6.- Costos y pendientes
  - 1.7.- Compresión de la red
  - 1.8.- Limitaciones de tiempo, de recursos y económicos
  - 1.9.- Matriz de elasticidad
  - 1.10.- Probabilidad de retraso
2. Ejecución y Control.
  - 2.1.- Aprobación del proyecto
  - 2.2.- Ordenes de trabajo
  - 2.3.- Gráficas de control
  - 2.4.- Reportes y análisis de los avances
  - 2.5.- Toma de decisiones y ajustes



*Definición del Proyecto:* En toda actividad a realizar se requieren conocimientos precisos y claros de lo que se va a ejecutar, de su finalidad, viabilidad, elementos disponibles, capacidad financiera, etc. Esta etapa aunque esencial para la ejecución del proyecto no forma parte del método. Es una etapa previa que se debe desarrollar separadamente y para la cual también puede utilizarse el Método del Camino Crítico. Es una investigación de objetivos, métodos y elementos viables y disponibles.

**Lista de Actividades:** Es la relación de actividades físicas o mentales que forman procesos interrelacionados en un proyecto total. En general esta información es obtenida de las personas que intervendrán en la ejecución del proyecto, de acuerdo con la asignación de responsabilidades y nombramientos realizados en la Definición del Proyecto.

Las actividades pueden ser físicas o mentales, como construcciones, tramites, estudios, inspecciones, dibujos, etc. En términos generales, se considera Actividad a la serie de operaciones realizadas por una persona o grupo de personas en forma continua, sin interrupciones, con tiempos determinables de iniciación y terminación. Esta lista de actividades sirve de base a las personas responsables de cada proceso para que elaboren sus presupuestos de ejecución.

### EJEMPLO 1:

- a. Jefes de mantenimiento y producción.
  1. Elaboración del proyecto parcial de ampliación.
  2. Calculo del costo y preparación de presupuestos.
  3. Aprobación del proyecto.
  4. Desempaque de las maquinas nuevas.
  5. Colocación de las maquinas viejas y nuevas.
  6. Instalación de las maquinas.
  7. Pruebas generales.
  8. Arranque general.
  9. Revisión y limpieza de maquinas viejas.
  10. Pintura de maquinas viejas.
  11. Pintura y limpieza del edificio.
- b. Ingeniero electricista.

12. Elaboración del proyecto eléctrico.
13. Calculo de los costos y presupuestos.
14. Aprobación del proyecto.
15. Instalación de un transformador nuevo.
16. Instalación de nuevo alumbrado.
17. Instalación de interruptores y arrancadores.

c. Ingeniero contratista.

18. Elaboración del proyecto de obra muerta.
19. Cálculo de los costos y presupuestos.
20. Aprobación del proyecto.
21. Cimentación de las máquinas.
22. Pisos nuevos.
23. Colocación de ventanas nuevas.

Esta es una lista de los responsables en un proyecto de ampliación de una fabrica.

*Matriz de Secuencias:* Existen dos procedimientos para conocer la secuencia de las actividades:

- a. - Por antecedentes
- b. - Por secuencias.

Por antecedentes, se les preguntará a los responsables de los procesos cuales actividades deben quedar terminadas para ejecutar cada una de las que aparecen en la lista. Debe tenerse especial cuidado que todas y cada una de las actividades tenga por lo menos una antecedente excepto en el caso de ser actividades iniciales, en cuyo caso su antecedente será cero(0).

<i>Actividad</i>	<i>Antecedente</i>	<i>Anotaciones</i>
1	0	
2	1	
3	2	3, 14, 20 similares
4	3	
5	4, 21	
6	5	
7	6, 22	
8	7	final
9	3, 14, 20	
10	9	
11	10	
12	0	
13	12	
14	13	
15	14	
16	15	
17	16	
18	0	
19	18	
20	19	
21	20	
22	21	
23	22	

En el segundo procedimiento se preguntara a los responsables de la ejecución, cuales actividades deben hacerse al terminar cada una de las que aparecen en la lista. Para este efecto debemos presentar la matriz de secuencias iniciando con la actividad cero(0) que servirá para indicar solamente el punto de partida de las demás. La información debe tomarse una por una de las actividades listadas, sin pasar por alto ninguna de ellas.

En la columna de "anotaciones" el programador hará todas las indicaciones que le ayuden a aclarar situaciones de secuencias y presentación de la red. Estas anotaciones se hacen a discreción, ya que esta matriz es solamente un papel de trabajo.

Si se hace una matriz de antecedentes es necesario hacer después una matriz de secuencias, pues es ésta última la que se utiliza para dibujar la red. Esta matriz no es definitiva, porque generalmente se hacen ajustes posteriores en relación con la existencia y disponibilidades de materiales, mano de obra y otras limitaciones de ejecución.

*Matriz de Secuencias*

<i>Actividad</i>	<i>Secuencias</i>	<i>Anotaciones</i>
0	1, 12, 18	
1	2	
2	3	
3	4, 9	3, 14, 20 similares
4	5	
5	6	
6	7	
7	8	
8		final
9	10	
10	11	
11		
12	13	
13	14	
14	15	
15	16	
16	17	
17	6	
18	19	
19	20	
20	21	
21	5, 23	
22	7	
23	22	

*Matriz de Tiempos:* En el estudio de tiempos se requieren tres cantidades estimadas por los responsables de los procesos: El tiempo medio (M), el tiempo óptimo (o) y el tiempo pésimo (p).

El tiempo medio (M) es el tiempo normal que se necesita para la ejecución de las actividades, basado en la experiencia personal del informador. El tiempo óptimo (o) es el que representa el tiempo mínimo posible sin importar el costo o cuantía de elementos materiales y humanos que se requieran; es simplemente la posibilidad física de realizar la actividad en el menor tiempo. El tiempo pésimo (p) es un tiempo excepcionalmente grande que pudiera presentarse ocasionalmente como consecuencia de accidentes, falta de suministros, retardos involuntarios, causas no previstas, etc. Debe contarse sólo el tiempo en que se ponga remedio al problema presentado y no debe contar el tiempo ocioso.

Se puede medir el tiempo en minutos, horas, días, semanas, meses y años, con la condición de que se tenga la misma medida para todo el proyecto. Los tiempos anteriores servirán para

promediarlos mediante la fórmula PERT obteniendo un tiempo resultante llamado estándar (t) que recibe la influencia del optimo y del pésimo a la vez.

$$t = \frac{o + 4M + p}{6}$$

Esto es, tiempo estándar igual al tiempo optimo, más cuatro veces el tiempo medio, más el tiempo pésimo, y esta suma dividida entre seis(6). Esta fórmula está calculada para darle al tiempo medio una proporción mayor que los tiempos optimo y pésimo que influyen. Esta proporción es de cuatro(4) a seis(6).

Actividad	<i>o</i>	<i>M</i>	<i>p</i>	<i>t</i>
1	1	2	4	3
2	1	1	1	1
3	0	0	0	0
4	2	2	2	2
5	4	6	8	6
6	2	4	5	4
7	2	5	11	6
8	0	0	0	0
9	5	7	8	7
10	2	2	2	2
11	10	12	14	12
12	1	2	4	3
13	1	1	1	1
14	0	0	0	0
15	1	2	4	3
16	4	6	8	6
17	1	2	3	2
18	1	2	4	3
19	1	1	1	1
20	0	0	0	0
21	5	6	7	6
22	3	4	5	4
23	2	3	4	3

Matriz de Tiempos: Tanto la matriz de secuencias como la matriz de tiempos se reúnen en una sola llamada matriz de información, que sirve para construir la red medida.



Actividad	Secuencias	t
0	1, 12, 18	—
1	2	3
2	3	1
3	4, 9	0
4	5	2
5	6	6
6	7	4
7	8	6
8	—	0
9	10	7
10	11	2
11	—	12
12	13	3
13	14	1
14	15	0
15	16	3
16	17	6
17	6	2
18	19	3
19	20	1
20	21	0
21	5, 23	6
22	7	4
23	22	3

### Matriz de información

Red de Actividades: Se llama red la representación gráfica de las actividades que muestran sus eventos, secuencias, interrelaciones y el camino crítico. No solamente se llama camino crítico al método sino también a la serie de actividades contadas desde la iniciación del proyecto hasta su terminación, que no tienen flexibilidad en su tiempo de ejecución, por lo que cualquier retraso que sufriera alguna de las actividades de la serie provocaría un retraso en todo el proyecto.

Desde otro punto de vista, camino crítico es la serie de actividades que indica la duración total del proyecto. Cada una de las actividades se representa por una flecha que empieza en un evento y termina en otro.

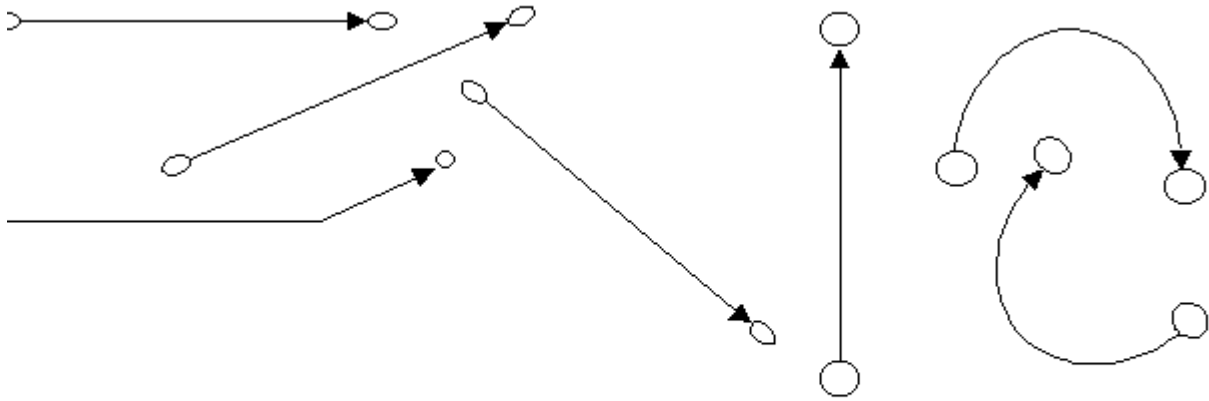
Se llama evento al momento de iniciación o terminación de una actividad. Se determina en un tiempo variable entre el más temprano y el más tardío posible, de iniciación o de terminación.

A los eventos se les conoce también con los nombres de nodos.

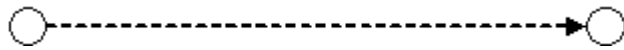


El evento inicial se llama  $i$  y el evento final se denomina  $j$ . El evento final de una actividad será el evento inicial de la actividad siguiente.

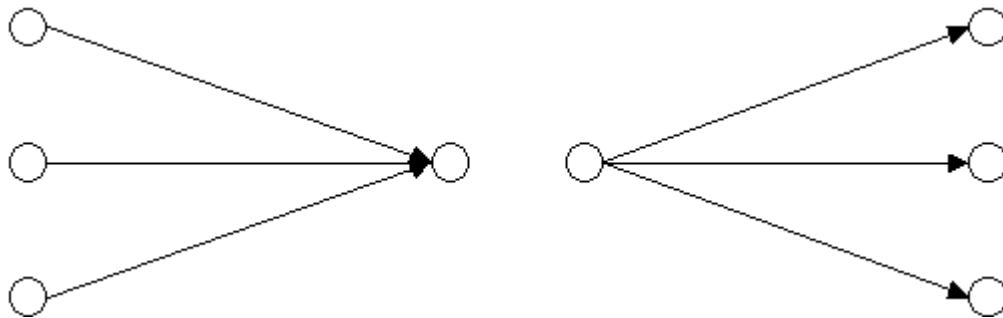
Las flechas no son vectores, escalares ni representan medida alguna. No interesa la forma de las flechas, ya que se dibujarán de acuerdo con las necesidades y comodidad de presentación de la red. Pueden ser horizontales, verticales, ascendentes, descendentes curvas, rectas, quebradas, etc.



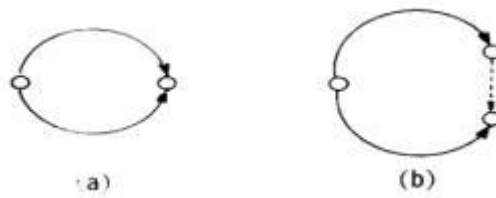
En los casos en que haya necesidad de indicar que una actividad tiene una interrelación o continuación con otra se dibujará entre ambas una línea punteada, llamada liga, que tiene una duración de cero.



La liga puede representar en algunas ocasiones un tiempo de espera para poder iniciar la actividad siguiente.



Varias actividades pueden terminar en un evento o partir de un mismo evento.

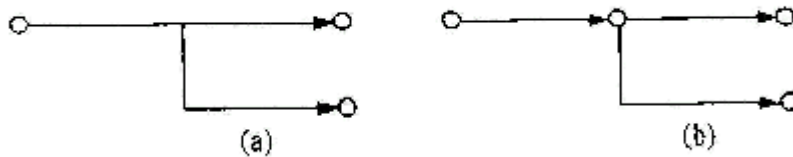


(a) Incorrecto, (b) Correcto.

Al construir la red, debe evitarse lo siguiente:

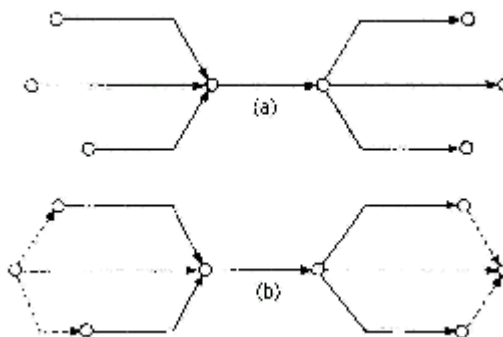
1. Dos actividades que parten de un mismo evento y llegan a un mismo evento. Esto produce confusión de tiempo y de continuidad. Debe abrirse el evento inicial o el evento final en dos eventos y unirlos con una liga.

2. Partir una actividad de una parte intermedia de otra actividad. Toda actividad debe empezar invariablemente en un evento y terminar en otro. Cuando se presenta este caso, a la actividad base o inicial se le divide en eventos basándose en porcentajes y se derivan de ellos las actividades secundadas.



(a) Incorrecto, (b) Correcto.

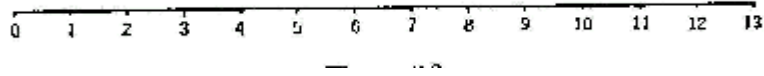
3. Dejar eventos sueltos al terminar la red. Todos ellos deben relacionarse con el evento inicial o con el evento final.



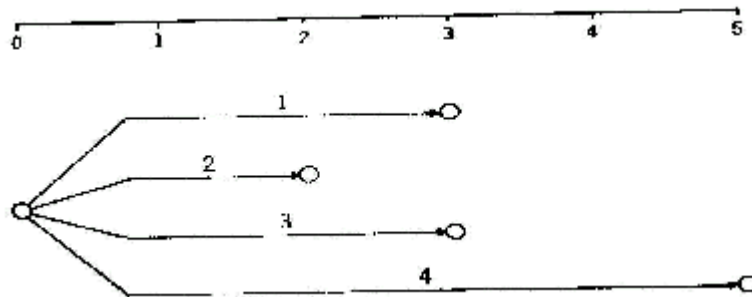
## PROCEDIMIENTO PARA TRAZAR LA RED MEDIDA

Para dibujar la red medida, se usa papel cuadrículado indicándose en la parte superior la escala con las unidades de tiempo escogidas, en un intervalo razonable para la ejecución de todo el

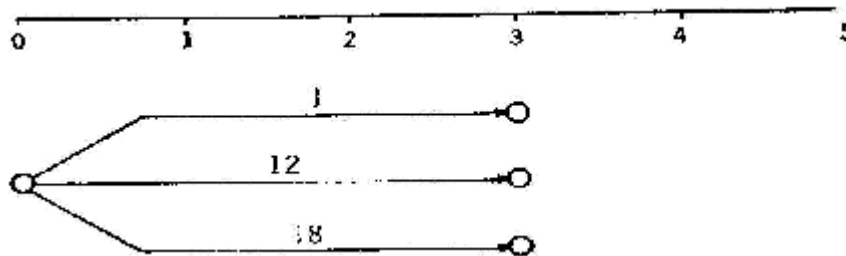
proyecto. Como en este momento no se conoce la duración del mismo, ya que uno de los objetivos de la red es conocerlo, este intervalo sólo es aproximado.



A continuación se inicia la red dibujando las actividades que parten del evento cero. Cada una de ellas debe dibujarse de tal manera que el evento j termine, de acuerdo con la duración estándar, en el tiempo indicado en la escala superior. Ahora mostraremos la iniciación de las actividades 1, 2, 3, y 4 con duración de tres, dos, tres y cinco días respectivamente.

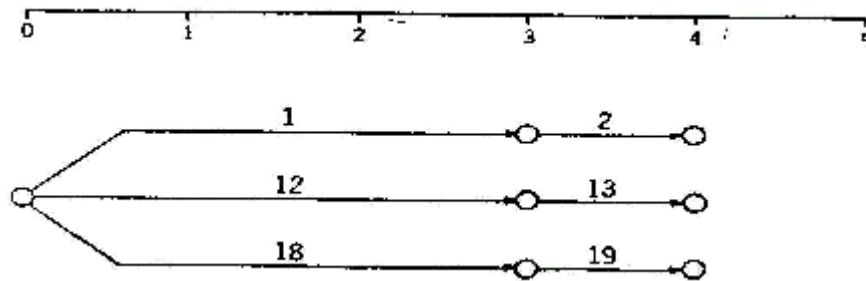


En el caso de la ampliación de la fábrica las actividades iniciales son las que se muestran en la figura que sigue, ya que las tres actividades que parten de cero tienen tres días de duración cada una.



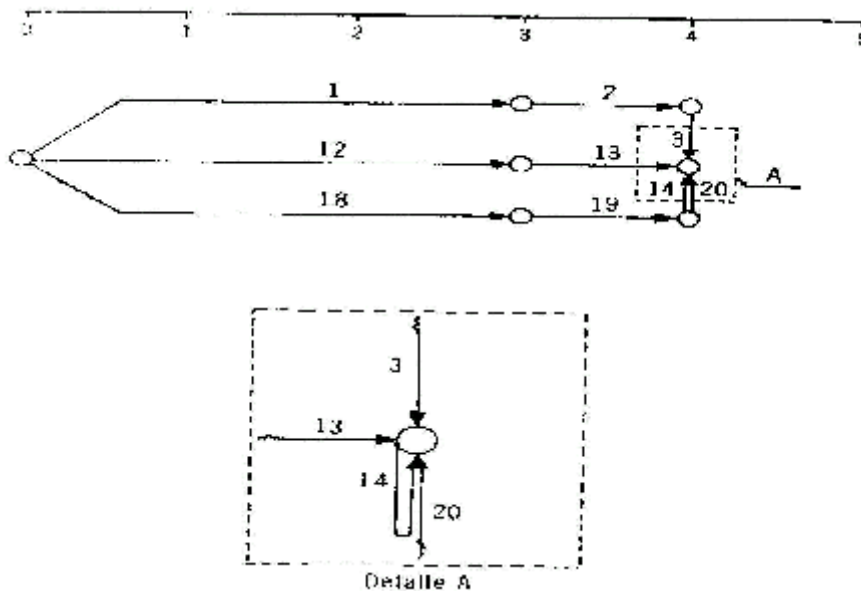
A continuación no debe tomarse la numeración progresiva de la matriz de secuencias para dibujar la red, sino las terminales de las actividades, de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha, según vayan apareciendo los eventos j.

En el caso anterior buscamos las secuencias de la actividad 1, después de la 12 y al último de la 18. En su orden, buscamos las secuencias de la 2, de la 13 y de la 19. Si una actividad tiene cero de duración se dibuja verticalmente, ya sea ascendente o descendente, de tal manera que no ocupe tiempo dentro de la red.

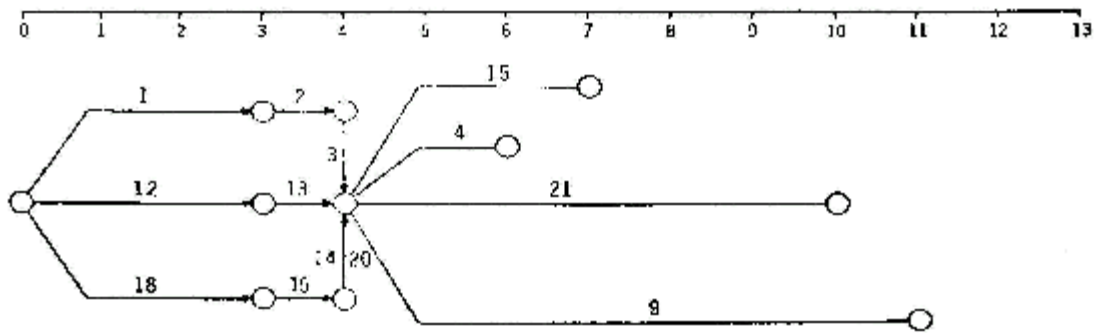


Rigurosamente, una actividad no puede tener tiempo de duración cero, ya que no existiría; sin embargo, algunas actividades tienen tan escasa duración que ésta es despreciable y no es conveniente que se considere una unidad de tiempo. Por ejemplo, si la unidad con la que se trabaja es de un día y la duración de la actividad es de cinco o diez minutos, no hay razón para que esta actividad tenga asignado un día de trabajo. En el caso que se desarrolla, la aprobación de los presupuestos se supone que tomarán de media hora a una hora para su ejecución; pero como la unidad tomada en el proyecto es de un día, el tiempo de ejecución se considera cero.

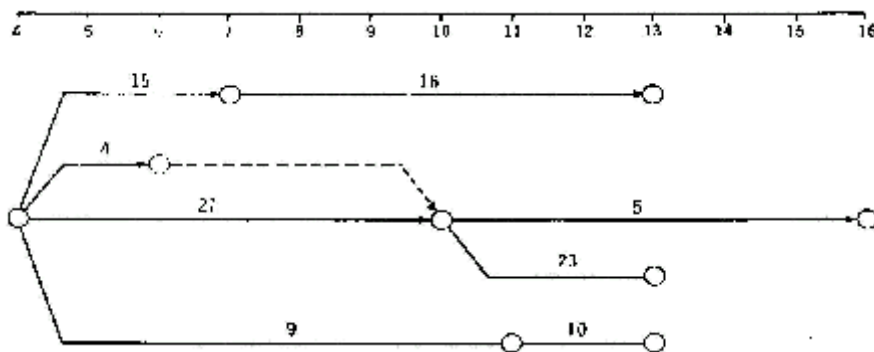
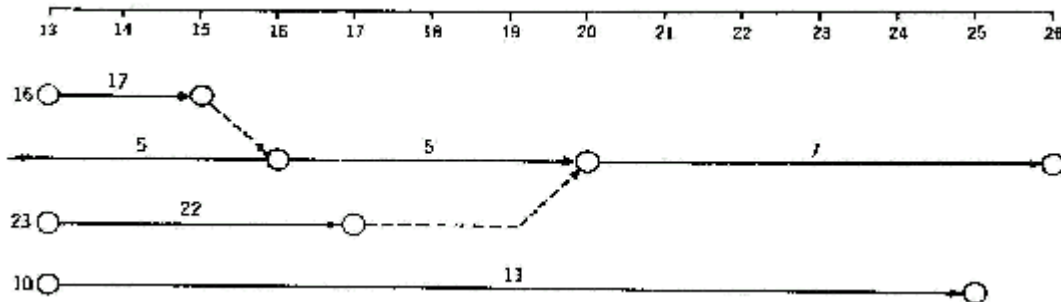
De acuerdo con las anotaciones de la matriz de secuencias las actividades 3, 14 y 20 deben ser simultáneas, por lo que necesitamos un evento común para terminar las tres. Por necesidad de construcción, la actividad 14 quedará solamente indicada con el número en forma paralela a la actividad 3, que también tiene duración cero. También puede aparecer paralela a la actividad 20.



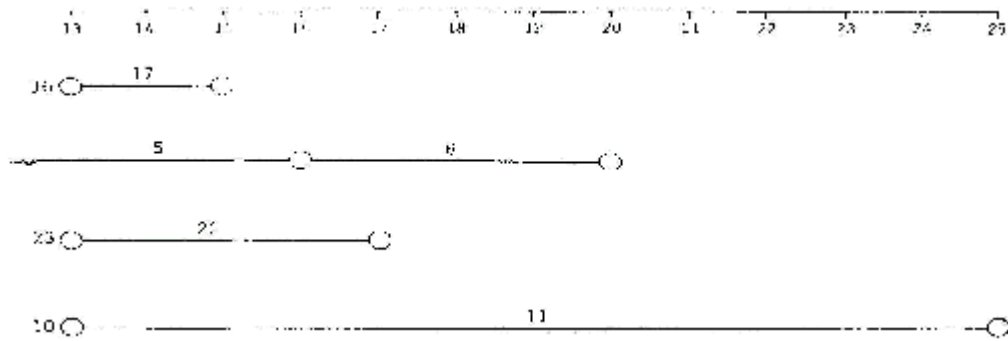
En este tipo de red no hay necesidad de indicar las actividades con flechas, sino sólo con líneas, excepto las ligas que indicarán la dirección de la continuidad. Para seguir con el dibujo de la red, se debe recordar que al evento común convergen las actividades 3, 14 y 20 y por lo tanto debemos buscar las secuencias a estas tres actividades, que partirán lógicamente del mismo evento. Continuamos alargando las terminales 15,4,21 y 9, en este orden precisamente, de acuerdo con el método adoptado.



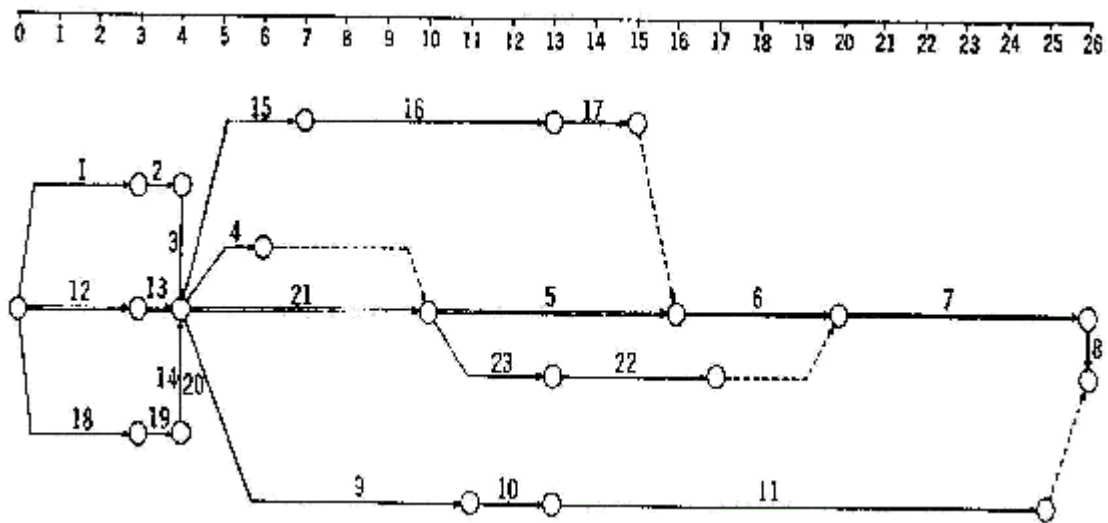
Así encontramos que después de la actividad 15 sigue la 16 con duración de seis días; después de la actividad 4 sigue la 5 con duración de seis días; después de la actividad 21 sigue la 23 con duración de tres días y también la 5 con duración de seis días; y después de la actividad 9 sigue la 10 con duración de dos días.



Cuando una actividad es secuencia de dos o más actividades anteriores, debe colocarse en la red a continuación de la actividad antecedente más adelantada. Por ello es conveniente hacer la red con lápiz para poder borrar las actividades y cambiarlas fácilmente de lugar. De esta manera, hay que modificar el diagrama de la figura anterior, ya que la actividad 5 es posterior a la 4 y a la 21; la quitamos del lugar que termina en fecha anterior y la colocamos después de la 21 que aparece en fecha más adelantada. Sin embargo, para que no se pierda la secuencia de la 4 con la 5 se coloca una liga entre las dos. Buscamos la continuación de las terminales de las actividades 16, 5, 23 y 10, encontrando que son respectivamente la 17 con dos días; la 6 con cuatro días; la 22 con cuatro días y la 11 con doce días.



Las actividades consecuentes a la 17, 6, 22 y 11 son respectivamente la 6 con cuatro días; la 7 con seis días y ninguna para la 11, por lo que en la red sólo colocamos una liga entre la terminación de la 17 y la iniciación de la 6 para indicar continuidad y otra entre la terminación de la 22 y la iniciación de la 7 con el mismo objeto de continuidad. Ahora colocamos la secuencia de la 6 solamente, pues ya hemos visto que la 11 es final de proceso. La secuencia de la actividad 6 es la 7 con seis días y la secuencia de la actividad 7 es la 8 con duración de cero. No existiendo ninguna otra actividad posterior a las terminales de la red, debe considerarse que se ha terminado con el proyecto, por lo que la duración del mismo es de 26 días.



En virtud de que no deben dejarse eventos sueltos, se pone una liga entre la terminal de la 11 y el evento final del proyecto, quedando toda la red de la siguiente manera y en la que se aprecian las siguientes particularidades:

- Las actividades que tienen duración cero se indican en forma vertical, bien sea ascendente o descendente, como las correspondientes a las actividades 3, 20 y 8.
- La actividad 14 con duración cero no aparece dibujada en la red por razones de construcción y sólo se indica junto con la actividad 20 que tiene las mismas características.
- Las actividades que son consecuentes a dos o más actividades anteriores aparecen dibujadas a continuación de la antecedente que tenga en su evento final la fecha más alta. Como la actividad 5 que es consecuente de las actividades 4 y 21. La 4 termina al día 6 y la 21 termina el día 10. La

actividad 7 es secuencia de las actividades 6 y 22 y está colocada enfrente de la que tiene la fecha más alta al terminar, o sea la actividad 6. Esta misma actividad 6 es posterior a las actividades 17 y 5 y está colocada a continuación de la 5 por la razón ya dada.

d) Las ligas que aparecen en la gráfica significan lo siguiente: la actividad 5 es continuación de la 4; la 6 es continuación de la 17; la 7 continúa de la 22 y la 11 acabará al concluir el proyecto.

e) El camino crítico es la serie de actividades que se inician en el evento i del proyecto y terminan en el evento j del mismo, sin sufrir interrupción por lo que señalan el tamaño o duración del proyecto, y está representado por las actividades 12, 13, 21, 5, 6, 7 y 8 trazadas con línea doble.

La red anterior se puede dibujar con colores para indicar diferentes responsabilidades: por ejemplo, la responsabilidad del ingeniero electricista se dibuja en rojo, la del ingeniero civil con verde y la del ingeniero de planta con azul.

## COSTOS Y PENDIENTES

En este paso se solicitarán los costos de cada actividad realizada en tiempo estándar y en tiempo óptimo. Ambos costos deben ser proporcionados por las personas responsables de la ejecución, en concordancia con los presupuestos ya suministrados por ellos. Dichos costos se deben anotar en la matriz de información.

Actividades	Normal	Limite
<b>A. Del Ingeniero de Planta</b>		
1. Proyecto	600.00	800.00
2. Costo	100.00	100.00
3. Aprobación	----	----
4. Desempaque	200.00	200.00
5. Colocación	600.00	800.00
6. Instalación	1,400.00	2,800.00
7. Pruebas	6,100.00	6,300.00
8. Arranque	----	----
9. Revisión	2,100.00	2,800.00
10. Pintura de Maquinas	960.00	960.00
11. Pintura de Edificio	3,160.00	3,520.00
	15,220.00	18,280.00
<b>B. Del Ingeniero Electricista</b>		
12. Proyecto	6,000.00	6,500.00
13. Costo	100.00	100.00
14. Aprobación	----	----
15. Transformador	18,600.00	19,000.00
16. Alumbrado	8,900.00	9,300.00
17. Interruptores	4,100.00	4,400.00
	37,700.00	39,300.00
<b>C. Del Ingeniero Contratista</b>		
18. Proyecto	4,000.00	4,600.00
19. Costo	100.00	100.00
20. Aprobación	----	----



Actividades	Normal	Limite
21. Cimentación	3,400.00	3,800.00
22. Pisos	2,800.00	3,200.00
23. Ventanas	1,900.00	2,200.00
	12,200.00	13,900.00
Total de los Tres Presupuestos	65,120.00	71,480.00
Compra Maquinaria Nueva	80,000.00	80,000.00
Totales.....	145,120.00	151,480.00

En el cuadro anterior vemos los presupuestos con el costo normal para las actividades realizadas en tiempo estándar y el costo limite para las actividades ejecutadas a tiempo optimo. Los totales de la columna de costo normal nos indican los costos directos del proyecto ejecutado en tiempos estándares, sin embargo los totales de costo limite no nos indican un costo real, ya que no será necesario que todas las actividades sean realizadas en tiempo optimo, sino solo algunas de ellas.

Actividad	Secuencias	Tiempos				Costos		
		<i>o</i>	<i>M</i>	<i>p</i>	<i>t</i>	\$N	\$L	<i>m</i>
0	1, 2, 3, 4	--	--	--	--	--	--	--
1	7	3	7	11	7	600	1 000	100
2	5	2	4	6	8	700	1 200	250
3	9, 13	2	5	10	6	100	700	150
4	7	2	5	8	5	600	900	100
5	6	3	4	5	4	400	800	400
6	—	1	3	7	4	200	800	200
7	11, 12	2	4	6	4	300	600	150
8	10	2	2	2	2	700	700	0
9	10	2	3	4	3	100	600	500
10	—	2	3	6	4	200	600	200
11	—	1	2	3	2	300	600	900
12	—	1	2	3	2	300	600	300
13	8	1	1	5	2	200	400	200
<b>\$F = 500 al día</b>						<b>4 700</b>		

- Las actividades que tienen duración cero se indican en forma vertical, bien sea ascendente o descendente, como las correspondientes a las actividades 3, 20 y 8.
- La actividad 14 con duración cero no aparece dibujada en la red por razones de construcción y sólo se indica junto con la actividad 20 que tiene las mismas características.
- Las actividades que son secuentes a dos o más actividades anteriores aparecen dibujadas a continuación de la antecedente que tenga en su evento final la fecha más alta. Como la actividad 5 que es secuencia de las actividades 4 y 21. La 4 termina al día 6 y la 21 termina el día 10. La actividad 7 es secuencia de las actividades 6 y 22 y está colocada enfrente de la que tiene la fecha más alta al terminar, o sea la actividad 6. Esta misma actividad 6 es posterior a las actividades 17 y 5 y está colocada a continuación de la 5 por la razón ya dada.
- Las ligas que aparecen en la gráfica significan lo siguiente: la actividad 5 es continuación de la 4; la 6 es continuación de la 17; la 7 continúa de la 22 y la 11 acabará al concluir el proyecto.
- El camino crítico es la serie de actividades que se inician en el evento i del proyecto y

terminan en el evento j del mismo, sin sufrir interrupción por lo que señalan el tamaño o duración del proyecto, y está representado por las actividades 12, 13, 21, 5, 6, 7 y 8 trazadas con línea doble.

La red anterior se puede dibujar con colores para indicar diferentes responsabilidades: por ejemplo, la responsabilidad del ingeniero electricista se dibuja en rojo, la del ingeniero civil con verde y la del ingeniero de planta con azul.

*Costos y Pendientes*

## COMPRESIÓN DE LA RED

El comprimir una red nos ayudara a determinar que actividades serán las que se optimizaran en tiempo.

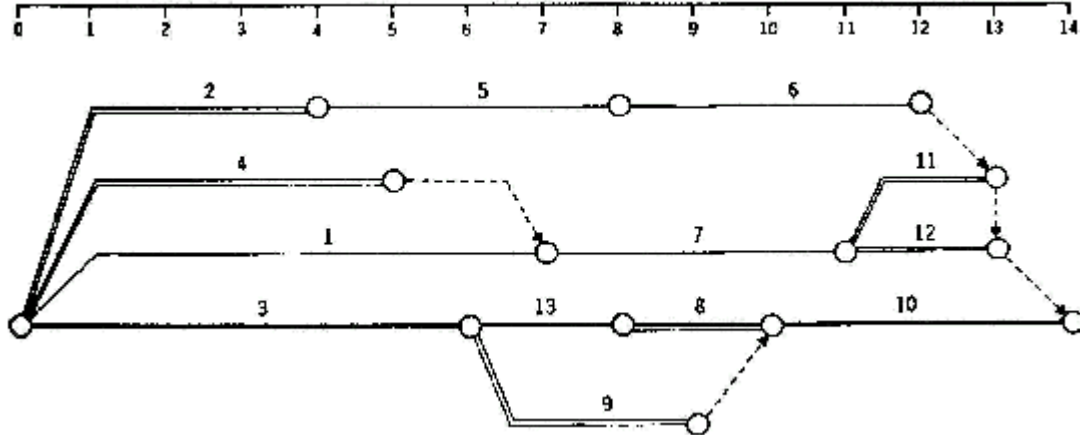
*Limitaciones de Tiempo:* Se debe determinar el tiempo normal de ejecución de la red y si no puede realizarse en el intervalo disponible, se deberá comprimir la red al tiempo necesario, calculando el costo incrementado.

El tiempo optimo de ejecución indicara si puede hacerse o no el proyecto dentro del plazo señalado.

*Limitaciones de Recursos:* Es posible en cualquier proyecto se suscite el caso de tener recursos humanos o materiales limitados, por lo que dos actividades deben realizarse durante el mismo lapso con personal diferente o maquinaria diferente, no se pueda ejecutar y de esta manera no habría mas que esperar que se termine una actividad para empezar la siguiente.

## EJEMPLO 2:

- a. Las actividades 11 y 12 deben realizarse con la misma maquina, por lo que se hace necesario terminar una para poder empezar la otra.
  - b. Las actividades 2 y 4 deben llevarse a efecto con el mismo personal.
  - c. Las actividades 8 y 9 deben ser emprendidas también con la misma maquina.
- Para la solución de este problema debe hacerse primero una red medida sin limitaciones, luego se estudiara sobre esa misma red, que actividades de las limitadas deben realizarse primero y cuales después. Una vez que se tome la decisión, se hace el ajuste en la matriz de secuencias y se dibuja la red correspondiente con esos ajustes.



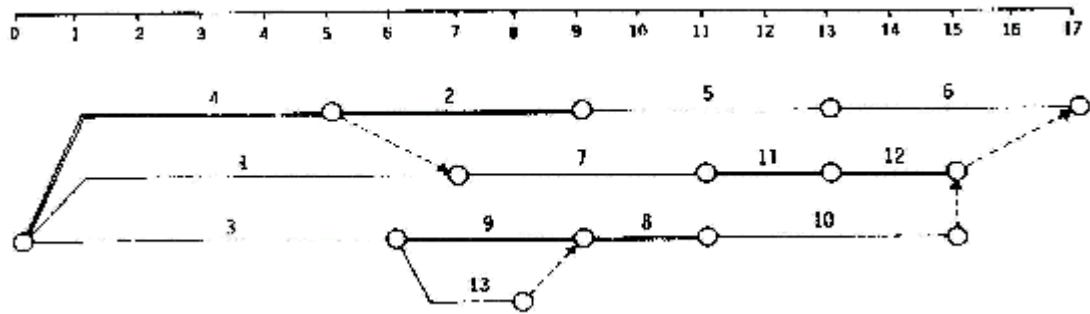
Aquí podemos observar que por conveniencia es mejor hacer la actividad 11 antes que la 12; la actividad 4 antes que la 2 y la actividad 9 antes que la 8; por ende adicionamos las secuencias correspondientes a las actividades 11, 2 y 8 en la matriz de información:

<i>Actividad</i>	<i>Secuencias</i>	<i>t</i>
0	1, 2, 3, 4	—
1	7	7
2	5	4
3	9, 13	6
4	7, 2	5
5	6	4
6	—	4
7	11, 12	4
8	10	2
9	10, 8	3
10	—	4
11	12	2
12	—	2
13	8	2

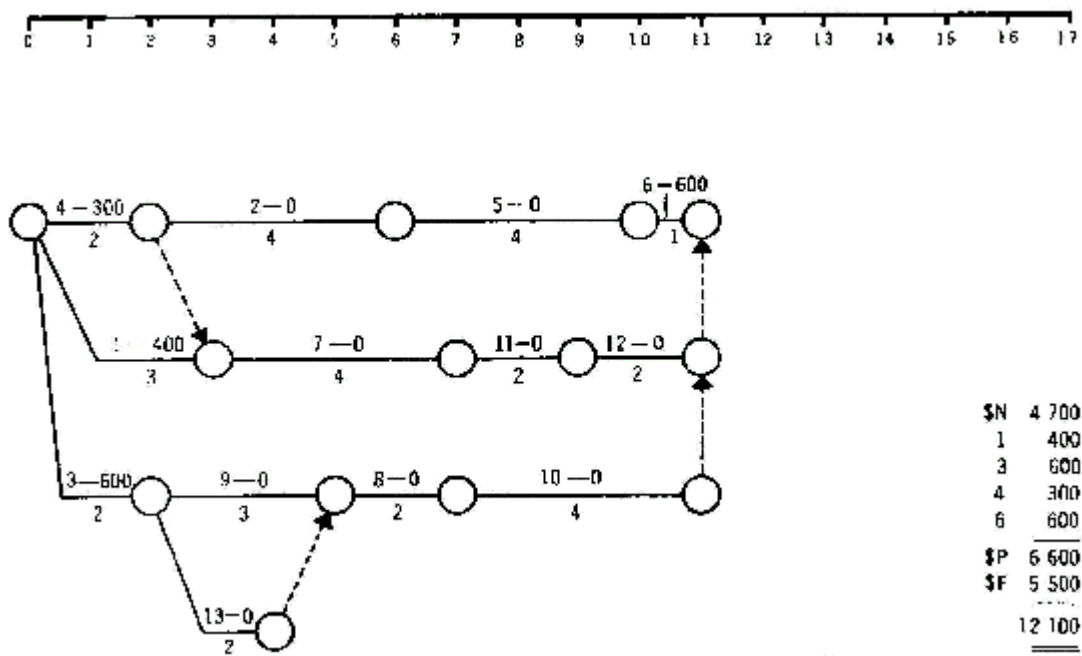
Con estos ajustes ya se podría dibujar la red que contendría las limitaciones de recursos, pudiéndose hacer los estudios de optimización en el tiempo y en los costos; esto lo mostraremos en los dibujos siguientes después de hablar sobre las limitaciones económicas.

### LIMITACIONES ECONÓMICAS:

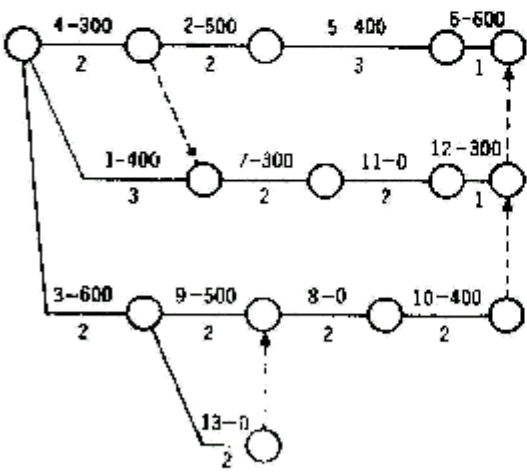
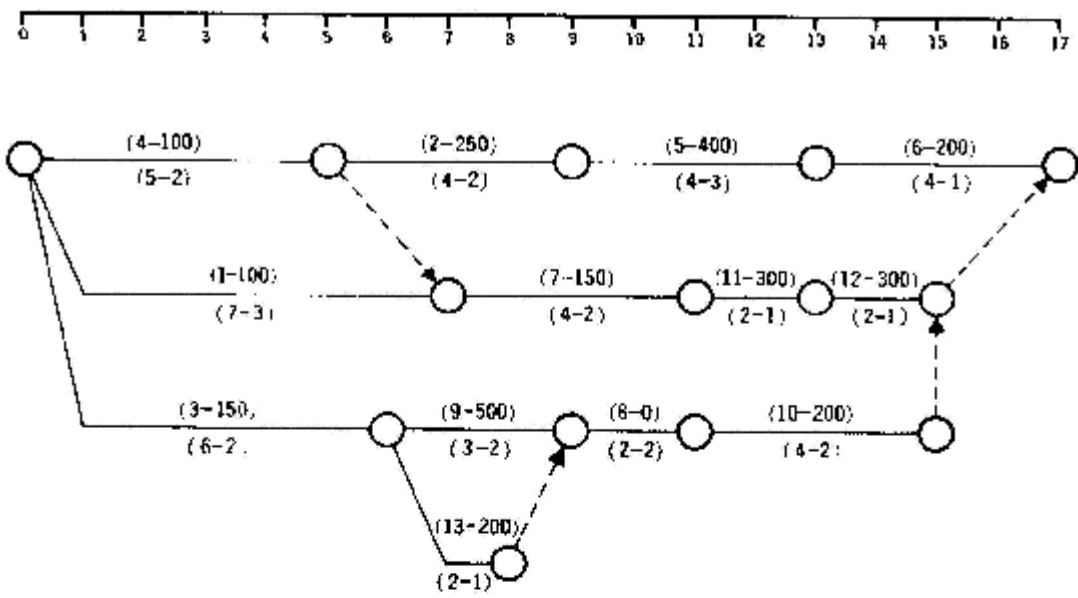
Se determinara el costo optimo para conocer si se puede hacer el proyecto con los recursos económicos disponibles. Si hay la posibilidad de realizarlo, se buscara el tiempo total más favorable para las necesidades y objetivos del proyecto; en caso contrario pues simplemente el proyecto deberá esperar hasta tener los recursos económicos mínimos para poder realizarlo.



Red con limitaciones de recursos a tiempo normal



Red con limitaciones de recursos a costo optimo



\$N	4 700
1	400
2	500
3	600
4	300
5	400
6	600
7	300
9	500
10	400
12	300
<del>\$N</del>	<del>5 000</del>
\$F	4 000
TOTAL	13 000

Red con limitaciones de recursos a tiempo optimo

MATRIZ DE ELASTICIDAD

Para poder tomar decisiones efectivas y rápidas durante la ejecución del proyecto es necesario tener a la mano los datos de las probabilidades de retraso o adelanto de trabajo de cada una de las actividades, o sea la elasticidad de las mismas.

Examinemos primero el procedimiento para calcular las holguras que nos proporciona la posibilidad de retrasar una actividad sin consecuencias para otros trabajos.

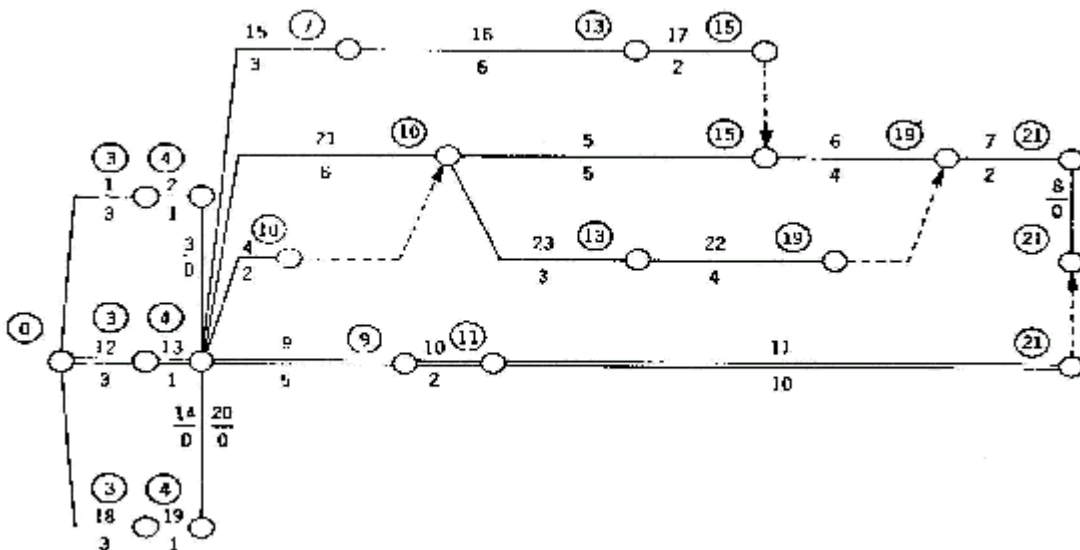
Se llama holgura a la libertad que tiene una actividad para alargar su tiempo de ejecución sin perjudicar otras actividades o el proyecto total. Se distinguen tres clases de holguras:

- a) Holgura total; no afecta la terminación del proyecto;
- b) Holgura libre; no modifica la terminación del proceso; y
- c) Holgura independiente; no afecta la terminación de actividades anteriores ni la iniciación de actividades posteriores.

La holgura total es de importancia para el director del proyecto, quien tiene la responsabilidad de terminarlo a tiempo; la holgura libre le interesa al jefe de ejecución de un proceso con motivo de su responsabilidad sobre el mismo; y la holgura independiente es una información que le es de utilidad a la persona que coordinará los trabajos del proyecto.

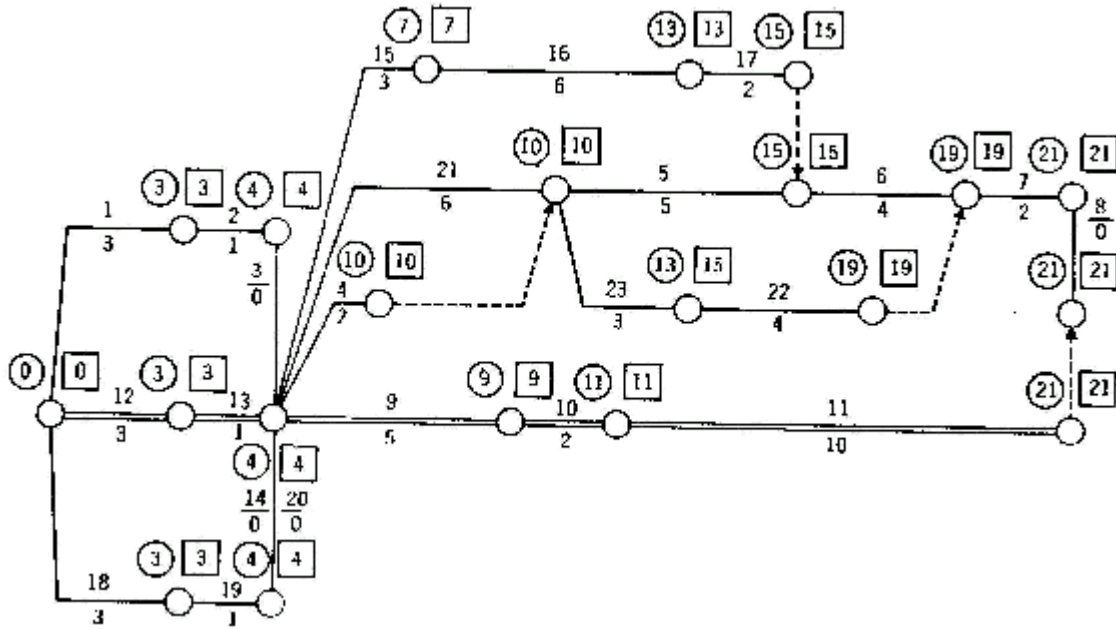
Para calcular las holguras se procede a medir la red aprobada en el sentido de avance, como primera lectura y después en sentido contrario como última lectura. La primera lectura se indicará en cada evento dentro de un círculo y la última lectura se indicará también en cada evento dentro de un cuadrado. Se comienza con el tiempo cero que se indica sobre el evento inicial y se va agregando la duración estándar de cada actividad, acumulándose en cada evento.

Cuando dos o más actividades convergen en un evento se tomará la duración mayor para hacer la indicación del evento. Por ejemplo, en las actividades 4 y 2 con duración de dos y seis días respectivamente, se anotará la duración mayor de seis, que sumada al tiempo cuatro anterior dará un tiempo de diez en el evento referido. Nótese estas mismas indicaciones en los eventos que se encuentran en los días 15, 19 y 21.

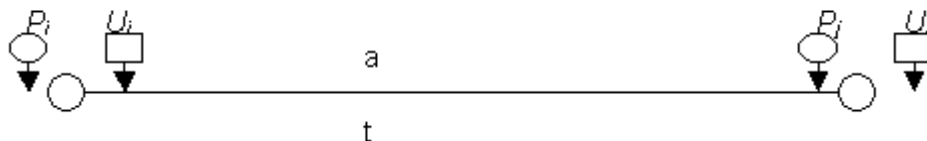


Cuando se tiene una liga que indica terminación de proceso, se correrá hacia el evento inicial la misma cantidad acumulada en el evento final. Cuando la liga no indica terminación de proceso,

sino únicamente continuidad entre dos procesos, las cantidades acumuladas no deben modificarse aunque la liga tenga fechas diferentes de iniciación y terminación.



Luego se inicia la ultima lectura en el evento final, anotándose la misma cantidad de 21 dentro de un cuadrado; después se va restando la duración de cada actividad e indicando la diferencia en el evento siguiente. Cuando dos o más actividades convergen en un evento, debe anotarse en este la lectura menor de ellas. En los eventos iniciales de las ligas de fin de proceso debe aparecer la misma cantidad anotada en el evento final, pero en las ligas de continuidad se pondrá la cantidad menor de las actividades que convergen.



En la figura se puede apreciar que en cada actividad de la red se encuentran cuatro lecturas; la primera y la ultima del evento i y la primera y la ultima del evento j. Donde:  $P_i$  Significa lo más temprano en que puede iniciarse la actividad.  $U_i$  Significa lo más tarde en que puede iniciarse.  $P_j$  Significa lo mas temprano en que puede terminarse.  $U_j$  Significa lo más tarde en que puede terminarse. La diferencia entre la fecha más temprana de iniciación y más tardía de terminación produce el intervalo de tiempo disponible de mayor duración y esta en función del conteo del proyecto.

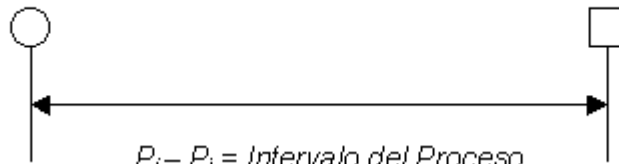


$$U_j - P_i = \text{Intervalo del Proyecto}$$

Al restar la duración  $t$  de este intervalo produce la holgura total:

$$HT = U_j - P_i - T$$

La diferencia entre la fecha más temprana de iniciación y la más temprana de terminación indica el intervalo disponible en función del proceso,



$$P_j - P_i = \text{Intervalo del Proceso}$$

Y al restar la duración  $t$  de este intervalo queda la holgura libre:

$$HL = P_j - P_i - t$$

La diferencia entre la fecha más tardía de iniciación y la más temprana de terminación indica el intervalo de tiempo más reducido posible y esta en función de las actividades anteriores y posteriores,



$$P_j - U_i = \text{Intervalo de Actividad}$$

y al restar el tiempo  $t$  de este intervalo se obtiene la holgura independiente:

$$HI = P_j - U_i - t$$

Las lecturas de los eventos y los resultados de la aplicación de las fórmulas de las holguras se pasan a la matriz de información.



$$\% ( E ) = \frac{HT}{t}$$

En la columna 6 se cambió el tiempo estándar  $t$  por el tiempo  $e$  de ejecución programado. El porcentaje de expansión (columna 15) se calcula dividiendo el número de días de holgura total entre el tiempo estándar de cada actividad.

La clase de actividad (columna 16) se gradúa tomando el porcentaje anterior de menor a mayor, siendo las de porcentaje cero de clase crítica las que requieren la mayor atención y control. Los días que pueden comprimirse las actividades (columna 19) se obtienen restando el tiempo óptimo del tiempo estándar. El porcentaje de compresión (columna 20) es igual a los días comprimidos divididos entre el tiempo estándar de cada actividad.

$$\% ( C ) = \frac{t - o}{t}$$

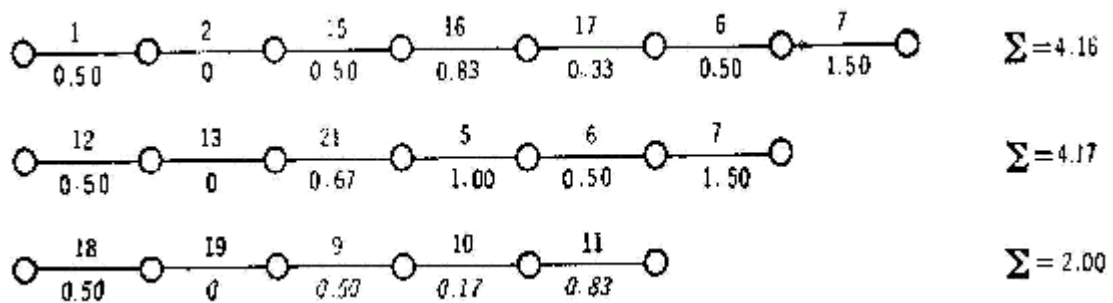
La desviación estándar (columna 21) que representa la probabilidad de retraso o adelanto en promedio, es igual al tiempo pésimo menos el tiempo óptimo dividido entre 6.

$$\sigma = \frac{p - o}{6}$$

Por definición representa el 68% de seguridad. Si se desea una seguridad mayor en el resultado, de 95% se tomará el equivalente a dos desviaciones estándar y si se desea una seguridad del 99% en el tiempo de duración de la actividad se tomarán tres desviaciones estándar. De esta manera, podemos observar que la actividad 5 tiene un tiempo estándar de seis días y una desviación estándar de un día. Esto significa que se podrá ejecutar entre cinco y siete días con el 68% de seguridad; entre cuatro y ocho días con el 95% de seguridad; y entre tres y nueve días con el 99% de seguridad. Mientras mayor sea el intervalo que se mencione para la ejecución, mayor será la seguridad de acertar. La desviación estándar del proyecto es igual a la suma de las desviaciones estándar del camino crítico:

$$\sigma (\text{Pr } y) = \sum \sigma (\text{CC } )$$

Esta desviación será la probabilidad de retraso de todo el proyecto. Por supuesto es la misma probabilidad de adelanto del mismo. Si existen varios caminos críticos dentro del proyecto se tomará la desviación mayor de ellos como desviación estándar del proyecto. En el caso anterior el camino crítico está dado por:



Esto significa que el proyecto se va a ejecutar entre

$$21 + 4.17 = 25.17 \approx 25$$

o sea entre 21 y 25 días, con el 68% de seguridad. No hay probabilidad de adelanto en este proyecto en virtud de que ya se encuentra comprimido su tiempo de ejecución. La desviación estándar puede señalarse como tolerancia en el desarrollo del proyecto.

## PROBABILIDADES DE RETRASO

Para determinar la probabilidad de que se retrase una actividad o todo el proyecto, se calcula la cantidad que corresponde de desviación estándar a los días de retraso que se desee y se elabora la siguiente tabla:

$\sigma$	Probabilidad de retraso	$\sigma$	Probabilidad de retraso	$\sigma$	Probabilidad de retraso
0.10	0.9204	1.10	0.2714	2.10	0.0358
0.20	0.8414	1.20	0.2302	2.20	0.0278
0.30	0.7642	1.30	0.1936	2.30	0.0214
0.40	0.6892	1.40	0.1616	2.40	0.0164
0.50	0.6170	1.50	0.1336	2.50	0.0124
0.60	0.5486	1.60	0.1096	2.60	0.0094
0.70	0.4840	1.70	0.0892	2.70	0.0070
0.80	0.4238	1.80	0.0718	2.80	0.0052
0.90	0.3682	1.90	0.0574	2.90	0.0038
1.00	0.3174	2.00	0.0456	3.00	0.0026

## GRÁFICAS PERT

La Técnica del P.E.R.T. (Program Evaluation and Review Technique) es un instrumento diseñado especialmente para la dirección, permitiéndole planificar, programar y controlar los recursos de que dispone, con el fin de obtener los resultados deseados.

Se trata de una técnica que proporciona a la gerencia, información sobre los problemas reales y potenciales que pueden presentarse en la terminación de un proyecto, la condición corriente de un proyecto en relación con el logro de sus objetivos, la fecha esperada de terminación del proyecto y las posibilidades de lograrlo, y en donde se encuentran las actividades más críticas y menos críticas en el proyecto total.

El P.E.R.T. no intenta usurpar las funciones de la dirección, sino ayudarla a realizar sus actividades con mayor éxito. Tampoco, como es natural, dirige por sí solo, pero sí que se puede afirmar, que depende de la habilidad con que la dirección usa de esta técnica, el que descubra y resuelva los problemas que surgen con mayor eficacia.

Rara vez se conoce, en el momento de tomar una decisión, toda la complejidad y consecuencias que puede tener. Sin embargo la Técnica P.E.R.T., traza un método eficaz para reducir los riesgos tomando aquellas decisiones que tengan mayor probabilidad de éxito.

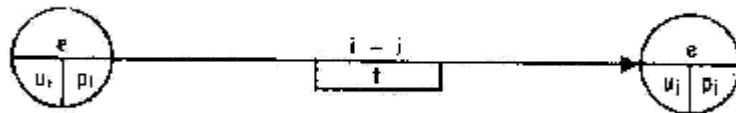
Todos sabemos que existen diferentes niveles de dirección: director gerente, jefe de departamento, jefe de división, jefe de centro, etc. pero en todos los niveles se realizan fundamentalmente tres actividades y que necesitan de herramientas como el método PERT, para poder cumplir de manera eficaz sus actividades.

1. Fijar los objetivos.
2. Buscar y organizar los medios necesarios para alcanzar los objetivos previamente fijados.
3. Controlar la concordancia existente entre el plan fijado y lo que se está realizando, con el fin de poder actuar sobre los recursos y hacer frente a las condiciones reales.

RED P.E.R.T.: Una red PERT es la representación gráfica y simbólica de las tareas a desarrollar para llevar a buen termino un fin propuesto.

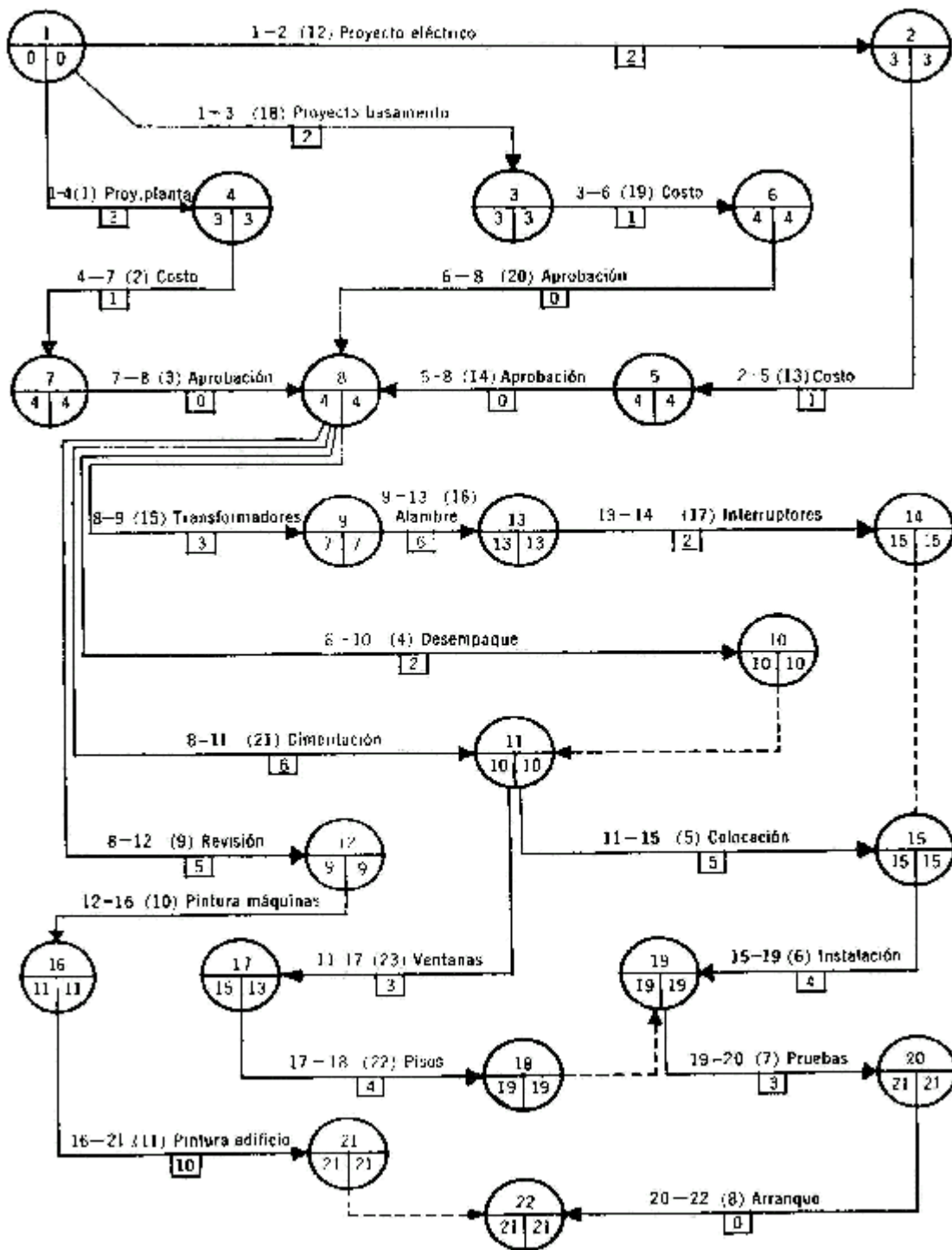
La gráfica PERT es una gráfica original de redes no medidas que contiene los datos de las actividades representadas por flechas que parten de un evento  $i$  y terminan en un evento  $j$ .

En la parte superior de la flecha se indica el número de identificación, generalmente los números de los eventos ( $i-j$ ). En la parte inferior aparece dentro de un rectángulo la duración estándar ( $t$ ) de la actividad. En la mitad superior del evento se anota el número progresivo, en el cuarto inferior izquierdo la última lectura del proyecto y en el cuarto inferior derecho la primera lectura del proyecto.



Esta gráfica tiene como ventaja la de informar las fechas más tempranas y más tardías de iniciación y terminación de cada actividad, sin tener que recurrir a la matriz de holguras.

Veamos cómo se presenta la ampliación de la fábrica por medio de una gráfica PERT.



## EJECUCIÓN Y CONTROL DEL PROYECTO

Aprobación del proyecto

Cuando las personas que intervienen en la ejecución del proyecto están plenamente satisfechas con los tiempos, secuencias, costos y distribución de los recursos humanos y materiales, debe aprobarse el mismo. En este momento debe quedar terminado el programa de trabajo con lo siguiente:

- a) La lista de actividades
- b) El presupuesto general
- c) Las especificaciones de actividad
- d) El señalamiento de puestos y responsabilidades y organización de mando
- e) La red de actividades
- f) Las condiciones limitantes de trabajo
- g) Los procedimientos de trabajo
- h) El equipo necesario
- i) Los planos y esquema de itinerario y de horario
- j) Las matrices de información

#### Órdenes de trabajo

Las órdenes de trabajo se elaboran con base a las especificaciones de actividad, condiciones limitantes, procedimientos de trabajo, equipo necesario y esquemas de proceso, itinerario y horario, así como ayuda de las matrices de información.

En ellas deben darse las indicaciones precisas para que la actividad se realice por la persona o grupo de personas responsables, de acuerdo con los planos generales, en el tiempo, en la cantidad y de la calidad deseada.

**EJECUCIÓN Y CONTROL DEL PROYECTO**

Proyecto	<input type="text"/>	Proceso	<input type="text"/>
Actividad	<input type="text"/>	Responsable	<input type="text"/>
Iniciación	Temprana	<input type="text"/>	
	Tardía	<input type="text"/>	
Terminación	Temprana	<input type="text"/>	
	Tardía	<input type="text"/>	
Tiempo de duración	<input type="text"/>	% avance por día	<input type="text"/>
Holguras:	Total	Libre	Independiente
	%	%	%
Compresión: días	<input type="text"/>	%	<input type="text"/>

Instrucciones:

---

**Presupuesto:**

Mano de obra:		(P)	(R)
(P)	(R)	\$	\$
P	R	P	R
<input type="text"/>	<input type="text"/>	\$	\$
Materiales:			
<input type="text"/>	<input type="text"/>		
<input type="text"/>	<input type="text"/>		
Otros gastos:			
<input type="text"/>	<input type="text"/>		
<input type="text"/>	<input type="text"/>		
Total programado \$		<input type="text"/>	<input type="text"/>
Total realizado \$		<input type="text"/>	<input type="text"/>

Lugar:

Fecha:

Preparado por	Revisado por	Autorizado por
<input style="width:150px;" type="text"/>	<input style="width:150px;" type="text"/>	<input style="width:150px;" type="text"/>

## GRÁFICAS DE CONTROL

En el control del proyecto es necesario determinar con precisión tanto el avance de cada una de las actividades como el que corresponde al proyecto total. Una forma efectiva de control es el uso de gráficas que permiten vigilar visualmente el desarrollo de las actividades, y al efecto se utilizarán dos clases de gráficas:

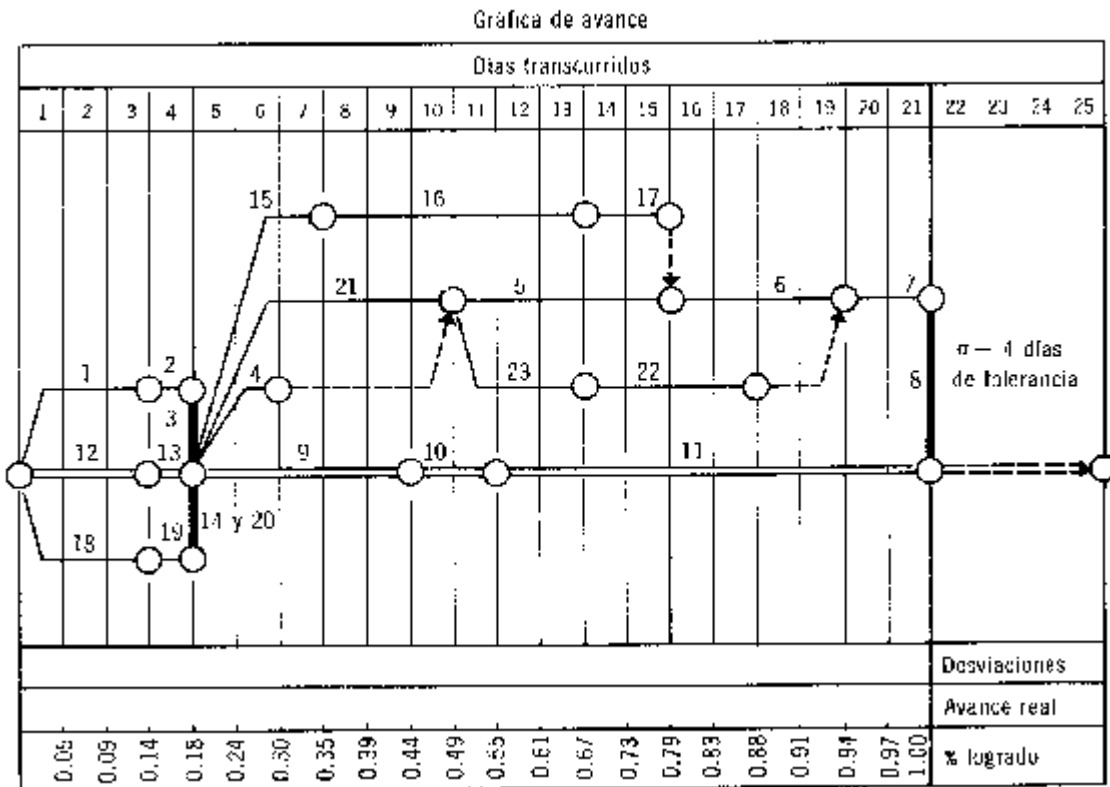
- La gráfica de avance
- La gráfica de rendimiento

La gráfica de avance contiene, además de la red, una franja en la parte inferior que muestra el porcentaje de avance logrado en cada unidad de tiempo.

Las ordenadas que se encuentran en las divisiones de tiempo marcan la programación para cada actividad, para cada proceso y para todo el proyecto.

Para calcular el porcentaje programado de avance, procedemos así:

- Se divide el porcentaje total de avance (1.00) entre el número de días-actividad que tiene el proyecto. Este número es la suma de la columna "e" de la matriz de información (66).





$$F(D-a) = \frac{1.00}{66} = 0.0151$$

Naturalmente, si la unidad de tiempo no representa días sino horas, la unidad de avance será H-a (horas-actividad).

b) Se cuentan las unidades de avance (D-a) que aparecen en la red en cada día programado. En cada uno de los cuatro primeros días encontramos 3 actividades; en el quinto y sexto hay 4 actividades; del séptimo al décimo encontramos 3 actividades, etc.

c) Se acumulan las unidades de avance en cada día transcurrido.

d) Las unidades de avance acumuladas se multiplican por el factor de avance calculado en el inciso a.

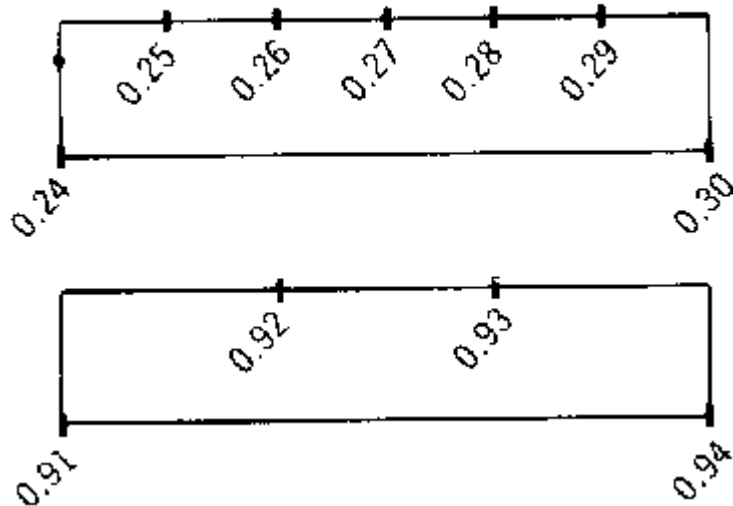
De esta manera y para nuestro ejemplo base, se tienen los siguientes resultados:

TABLA 10.1. Avance programado por día

<i>1</i> <i>Día</i>	<i>2</i> <i>Actividades</i> <i>por día</i>	<i>3</i> <i>Actividades</i> <i>acumuladas</i>	<i>4</i> <i>Avance</i> <i>programado</i> <i>por día</i>
1	3	3	.0455
2	3	6	.0910
3	3	9	.1365
4	3	12	.1820
5	4	16	.2426
6	4	20	.3032
7	3	23	.3487
8	3	26	.3942
9	3	29	.4397
10	3	32	.4852
11	4	36	.5458
12	4	40	.6064
13	4	44	.6670
14	4	48	.7276
15	4	52	.7882
16	3	55	.8337
17	3	58	.8792
18	2	60	.9094
19	2	62	.9396
20	2	64	.9698
21	2	66	1.0000

Las cantidades que aparecen en las columna 4 de esta tabla se anotan en la parte inferior de la red de avance. Es suficiente indicar dos decimales.

Si se desea mayor precisión en el dibujo y el tamaño de la gráfica lo permite, pueden hacerse divisiones en los tramos diarios para mostrar el avance de uno en uno por ciento.

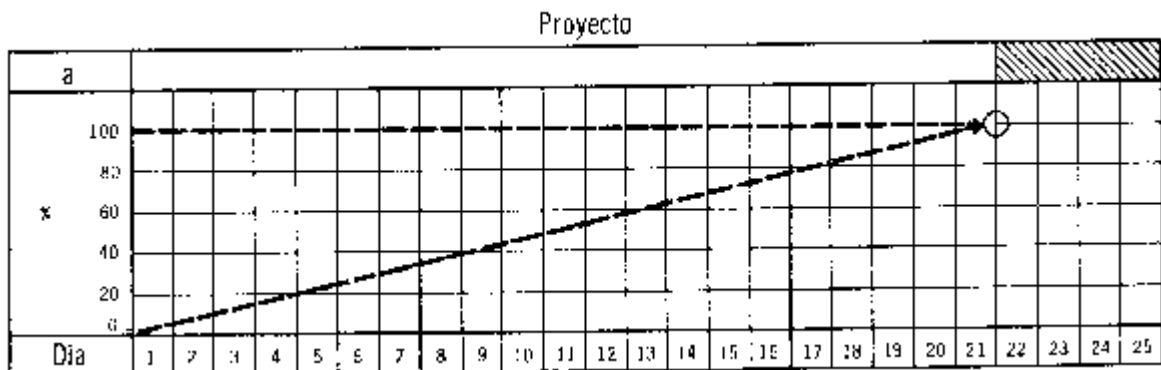


Nótese que las escalas son diferentes en los tramos que contienen cantidades desiguales de (D-a). Con lo anterior queda lista la gráfica de avance para recibir la información.

Preparemos ahora la gráfica de rendimiento que nos va a servir para observar el ritmo o velocidad de trabajo al mismo tiempo que las metas parciales que se van logrando con el transcurso del tiempo.

En la ordenada presentamos una escala con porcentajes y en la abscisa los días de duración del proyecto más la tolerancia calculada.

En esta gráfica se señala la meta final que se encuentra sobre el renglón del 100% de eficiencia y la coordenada del tiempo final del proyecto.



Ahora ya podemos calcular el avance logrado diariamente en el proyecto y presentarlo en las gráficas anteriores. El avance del proyecto es la suma de los avances logrados por cada una de las

actividades componentes. En la siguiente tabla aparecen los informes diarios de avance real en cada actividad.

<i>Día</i>	<i>a</i>	<i>% avance</i>	<i>Día</i>	<i>a</i>	<i>% avance</i>	<i>Día</i>	<i>a</i>	<i>% avance</i>	
1	1	0.33	3	4	1.00	14	5	1.00	
	12	0.33		9	0.80		11	0.30	
	18	0.33		15	1.00		16	1.00	
2	1	0.67	9	9	1.00	15	11	0.40	
	12	0.67		16	0.00		17	0.00	
	18	0.67		21	0.67		22	0.00	
3	1	1.00	10	5	0.20	16	6	0.25	
	12	1.00		10	0.50		11	0.50	
	18	1.00		16	0.20		22	0.50	
4	2	1.00	11	5	0.40	17	6	0.50	
	9	1.00		10	1.00		11	0.60	
	13	1.00		16	0.30		22	0.75	
	14	1.00		23	0.33		18	6	0.75
	19	1.00		12	5		0.60	11	0.70
	20	1.00		11	11		0.10	22	1.00
5	4	0.00	13	5	0.80	20	7	0.50	
	9	0.20		11	0.20		11	0.90	
	15	0.10		16	0.80		21	7	1.00
	21	0.15		23	0.50		8	1.00	
6	4	0.00	7	7	0.85	11	8	1.00	
	9	0.30		11	0.20		11	1.00	
	15	0.20		16	0.80				
	21	0.30		23	0.85				
7	4	0.50							
	9	0.60							
	15	0.80							
	21	0.50							

Esta información se procesa en el cuadro de avance del proyecto que se muestra a continuación:

Las columnas de este cuadro se llenan como sigue:

A. En el momento de recibir la información de avance real:

1. Se anota el día de la información
2. Se expresan los números de las actividades informadas. Se anotará en primer lugar una T para indicar las actividades terminadas con anterioridad
7. Se anotan los porcentajes, en tanto por uno, del trabajo realizado hasta el día de la información, para cada una de las actividades programadas en el día indicado.
10. Se anota el total acumulado de las actividades terminadas con anterioridad.

B. Después de hacer la anotación anterior, se calculan las siguientes columnas:

3. Indicar los días programados de ejecución para cada actividad informada de acuerdo con la columna e de la matriz de información. En el ejemplo base, la matriz se encuentra en la tabla anterior.
4. Se determinan los recíprocos de los tiempos anteriores para indicar el volumen de trabajo o carga que corresponde a cada día. Por ejemplo, si una actividad debe hacerse en 3 días, a cada día le corresponde  $1/3$  de trabajo, o sea en decimales 0.33. El recíproco se obtiene dividiendo la unidad entre el número de días programados y expresando este resultado en decimales.
5. Se señalan los días transcurridos en cada actividad de acuerdo con el programa, y no con los días transcurridos en el avance. Verificar que estas cantidades no sean mayores que las indicadas en la columna 3 de la tabla, puesto que no es posible programar más del 100% de trabajo de una actividad.
6. Se multiplican los valores de las columnas 4 y 5 para obtener el porcentaje de trabajo que debe cumplirse conforme al programa, para cada actividad, al día de la información. Esto corresponde a la carga diaria de trabajo por los días transcurridos en la actividad informada.
8. Se calcula el factor de avance total por actividad (fa) multiplicando el factor de la unidad de avance (D-a) por el número de días programados en la columna 3 de este cuadro. En nuestro ejemplo, hay que recordar que  $D-a = 1.00/66 = 0.0151$ . Esta columna indica el avance del proyecto con el trabajo realizado en su totalidad de la actividad indicada.
9. Se ajusta el porcentaje anterior de avance en el proyecto con el porcentaje real de la actividad. Para esto se multiplica el porcentaje de actividad de la columna 7 por el porcentaje de la columna 8.
11. Como el avance del proyecto es la suma de los avances parciales logrados por las actividades, se suman las cantidades que aparecen en la columna 9 correspondientes a las actividades en operación y el total acumulado en la columna 10 por las actividades ya terminadas. Esta suma representa el avance real del proyecto al día de la información.
12. Ahora se consulta la escala de avance programado en la gráfica de avance para conocer el porcentaje que corresponde al día de la información. Una vez encontrado, se indicará en esta columna. Este dato también puede localizarse en la columna 4 de la tabla.
13. El porcentaje de rendimiento, productividad, velocidad o eficiencia del proyecto es igual a la

cantidad de avance logrado. Dividida entre el porcentaje de avance programado. En esta columna se anota el resultado de dividir las cantidades que aparecen en la columna 11 entre las cantidades de la columna 12.

En la gráfica de avance se hacen las anotaciones siguientes:

- a) El día programado, de acuerdo con la columna 1. Rellenar o pintar con color el rectángulo correspondiente a este día.
- b) El avance de las tres actividades en operación, conforme a lo indicado en la columna 7. Para la actividad 1 el trabajo programado es de 0.33 según la columna 6, por lo que la coordenada marca esta cantidad. Como el trabajo logrado es el mismo programado, el avance llega hasta la misma coordenada. De no haber sido así, la anotación se habría hecho hasta la parte proporcional.
- c) El avance del proyecto de acuerdo con la columna 11. Debe rellenarse con color la franja inferior para hacer esta anotación.
- d) Unir el porcentaje programado y el logrado en la zona de desviaciones. Si no hay ángulo significa que se trabaja de acuerdo con lo programado; en caso contrario puede indicar retraso o adelanto. La medida del ángulo no guarda relación con el porcentaje de retraso o adelanto en virtud de que la escala de avance es irregular. Solamente es una llamada visual de atención al incumplimiento del programa.

Nótese que la coordenada que corresponde a los días programados tiene valores diferentes para las actividades y para el proyecto. Aún más, puede presentar valores diferentes para cada actividad. Los valores que toma para cada actividad deben consultarse en el cuadro de avance del proyecto y los valores del proyecto deben observarse en la columna 12 de dicho cuadro.

A continuación vamos a proceder a hacer la anotación en la gráfica de rendimiento:

- a) anotar en la franja inferior el día transcurrido, conforme a la columna 1 del cuadro de avance del proyecto.
- b) Anotar el porcentaje de eficiencia de acuerdo con la columna 13.

Si hay deficiencia aparecerá una zona que debe colorearse debajo del nivel del 100%.

- c) Indicar el porcentaje de avance, conforme a la cantidad que aparece en la columna 11 del cuadro. Debe colorearse la zona de avance.

El avance del proyecto sufrió un retraso de  $0.2426 - 0.2155 = 0.0271$  (2.71%) bajando su eficiencia o rendimiento a 89% del programa, debido a que algunas de las actividades se demoraron. La actividad 4 no se inició debido a que la maquinaria no llegó al almacén. La actividad 9 corresponde al proceso crítico. Tiene el máximo de control de avance y se realizó conforme al programa. La actividad 15 tiene retraso; debía avanzar ; debía avanzar el 30% y sólo alcanzó el 10%. La actividad 21 también se retrasó aunque muy poco, quizá solamente es un error de apreciación del supervisor. De todas maneras se registra el retraso.

El proyecto sufrió un retraso mayor como consecuencia de no haberse iniciado aún la actividad 4. Ahora el retraso es de  $0.3032 - 0.2488 = 0.0544$  (5.44%) con una eficiencia del 83%. La actividad 9 se realiza conforme al programa. La actividad 15 con fuerte retraso y la 21 con un retraso pequeño.

Se redujo el retraso del proyecto, gracias a la iniciación de la actividad 4. Ahora tenemos  $0.3487 - 0.3246 = 0.0241$  (2.41%) de retraso con el 93% de eficiencia. La actividad crítica 9 sigue conforme al programa. Las actividades 15 y 21 aceleraron el ritmo de trabajo. La 21 logró alcanzar la cuota programada.

Nuevamente, aunque pequeña, se logró una reducción en el retraso del proyecto. Las actividades 4 y 15 se terminaron. Las actividades 9 y 21 se ejecutaron a tiempo. La actividad 16 no se pudo indicar por el retraso de la 15.

El proyecto se encuentra casi a tiempo, pues su eficiencia alcanza el 99%. Se terminaron las actividades 9 y 21 y la 16 tiene retraso. La actividad 21, en cambio, se terminó, pero adelantándose al programa.

Esto permite iniciar las actividades 5 y 23, que son secuentes a las actividades 4 y 21, ya terminadas.

El proyecto tiene un retraso pequeño:  $0.4852 - 0.4731 = 0.0121$  (1.21%) con el 97% de eficiencia. La actividad 5 se inició con un día de adelanto. En cambio la 23 no se pudo iniciar en forma adelantada, así que la iniciación será normal. La actividad 10, que es crítica, se realizó normalmente. La actividad 16 continúa con fuerte retraso debido a la falta de materiales.

Se mantuvo el ritmo de trabajo del proyecto en 97% de eficiencia. La actividad 10 se terminó a tiempo. La actividad 5 se ejecuta normalmente con un día de adelanto al programa. La actividad 16 sigue con retraso. La actividad 23 a tiempo.

El proyecto se presenta el mismo retraso pequeño. Las actividades 5 y 11 se ejecutan a tiempo. Las actividades 16 y 23 con retraso.

Aceleró ligeramente con un punto el proyecto. La misma situación en general, que en el día anterior.

El proyecto sigue con el mismo pequeño retraso. El proceso A quedó terminado en su totalidad. La actividad 22 es la única retrasada.

El mismo comentario que en el día anterior.

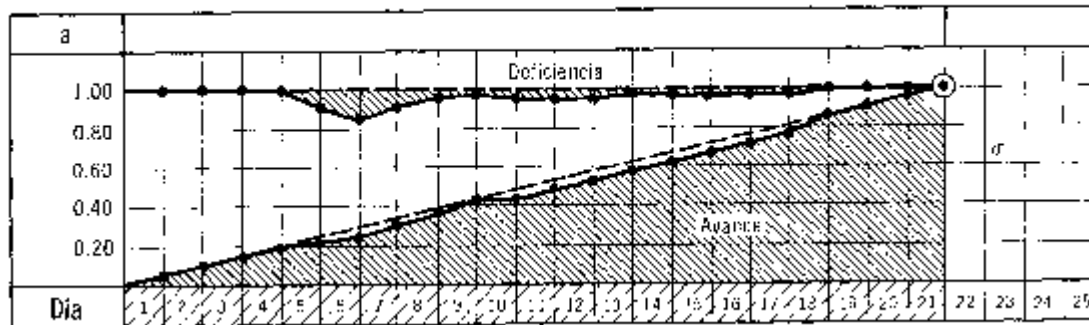
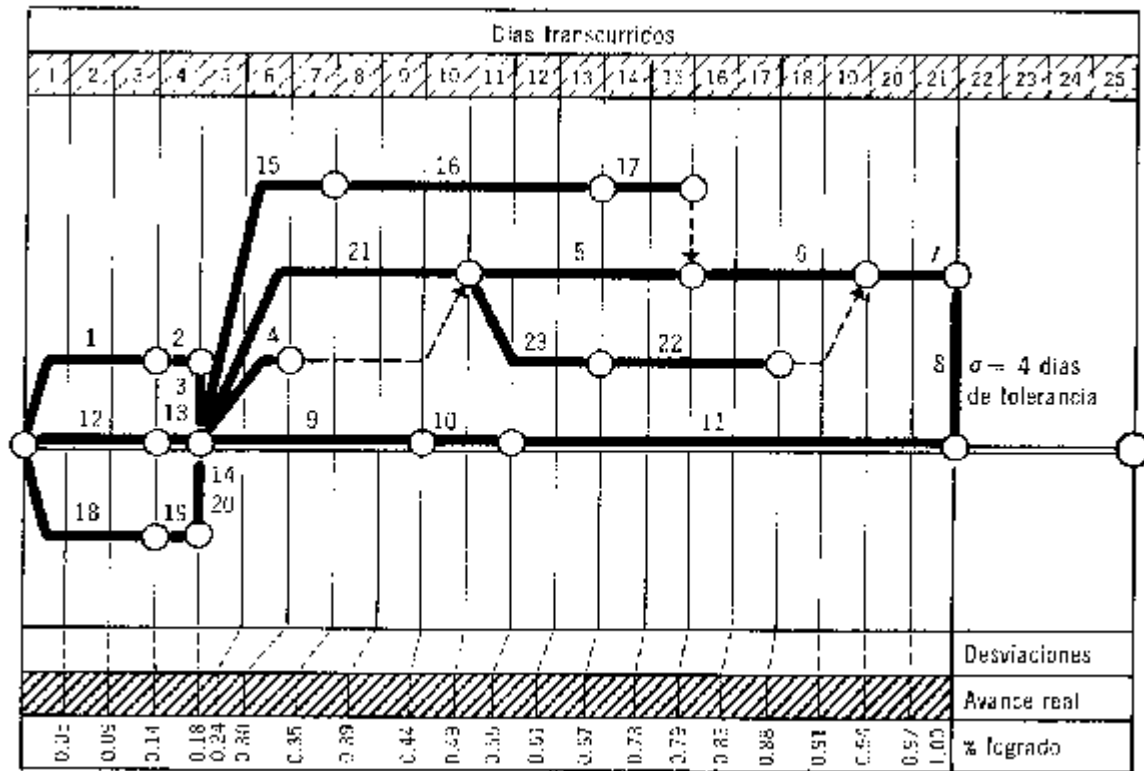
El proceso B quedó totalmente terminado. El proyecto a tiempo.

El proyecto a tiempo.

El proyecto y las actividades a tiempo.

Se terminaron los procesos C y D. El proyecto se terminó en el tiempo previsto.

Ahora veamos cómo quedaron las gráficas de avance y rendimiento del proyecto:



## EJECUCIÓN Y CONTROL DE LOS PROCESOS

En virtud de que cada uno de los procesos componentes del proyecto es conducido por distintas personas que tienen la responsabilidad de iniciar y terminar sus actividades a tiempo, es necesario que tengan su gráfica de control en donde puedan observar tanto el avance de su proceso como su rendimiento.

Esta gráfica es similar a la de rendimiento usada en el proyecto.

Se puede agregar en la parte superior un esquema de las secuencias de las actividades mostrando en dónde se encuentran las holguras totales, para que el responsable del proceso tenga una idea precisa de sus disponibilidades de tiempo.

Necesitamos también un cuadro de avance del proceso con los siguientes datos y se llena de la siguiente manera:

A. Con la información original del supervisor:

1. Anotar el día de la información
2. Indicar el número de la actividad informada
3. Expresar, en tanto por uno, el avance de la misma.

B. A continuación se procesan los datos anteriores en las columnas siguientes:

4. Tomar el porcentaje de la columna 9 del cuadro de avance del proyecto y anotarlo en esta columna.
5. Hacer la conversión con el factor (fa) calculado previamente.
6. Anotar el total acumulado de las actividades terminadas.
7. Suma de las columnas 5 y 6 que representan respectivamente el avance de la actividad en operación y el total acumulado de actividades terminadas en el proceso. Esta columna indica, por tanto, el total de avance en el proceso en el día de la información.
8. Calcular el avance diario programado, dividiendo la unidad entre el número total de días de duración de las actividades componentes del proceso y acumular dicho resultado.
9. Dividir el avance logrado entre el avance programado para medir el rendimiento del proceso. Columna 7 entre columna 8.

Veamos, en el ejemplo base, cómo se realizan las actividades del proceso A.

Proceso A

Este proceso constar de cinco actividades que duran 15 días. Si recordamos que el valor de la unidad de avance del proyecto (D-a) es igual a = 0.01515, entonces este proceso representa el  $15 \times 0.01515 = 0.2272$  (22.72%) de avance en el proyecto. Como esta cantidad 0.2272 representa el 100% de avance del proceso, entonces el factor de conversión del porcentaje de avance del proyecto a proceso (fa) será:

$$0.2272: 1.00 :: n : fa$$

$$fa = \frac{1.00}{0.2272} \quad n = 4.39 \quad n.$$

De esta manera, el porcentaje que aparece en la columna 9 del cuadro de avance del proyecto y transferido a la columna 4 del cuadro de avance del proceso, puede convertirse, con este factor, en el avance logrado en la actividad en función de este proceso.

Este proceso A consta de cinco actividades con una duración de 15 días. Su unidad de avance programada será, por tanto, a



$$D-a = \frac{1.00}{15} = 0.0667$$

Como sólo se trabaja una unidad de avance por día, este será el avance acumulado diariamente que se programe en la columna 8 del cuadro de avance del proceso.

Proceso B

Este proceso consta de cinco actividades de duración total de 17 días, por lo que su contribución al avance del proyecto es de  $17 \times 0.01515 = 0.2576$ .

El factor de conversión (fa) del porcentaje de avance del proyecto al porcentaje de avance del proceso es:

$$F_a = \frac{1.00}{0.2576} = 3.88$$

La unidad de avance diario de este proceso será:

$$D-a = \frac{1.00}{17} = 0.05882,$$

Que acumulado servirá para hacer las anotaciones de la columna 8 del cuadro de avance del proceso.

Proceso C

El proceso C, se compone de seis actividades con una duración total de 17 días y, por tanto, el factor de conversión (fa) y el factor de avance diario (D-a) programado son los mismos que los del proceso B anterior.

$$F_a = \frac{1.00}{0.2576} = 3.88$$

$$D-a = \frac{1.00}{17} = 0.05882,$$

La cuenta del avance programado se interrumpió al día 6 con 0.3533 hasta el día 11, en que continúa con la actividad 5.

Proceso D

Este proceso D, con las actividades 9, 10 y 11 tiene, igual que los dos procesos anteriores, una duración de 17 días, por lo que los factores de conversión y de avance son los mismos.

$$F_a = \frac{1.00}{0.2576} = 3.88$$

$$D-a = \frac{1.00}{17} = 0.05882,$$

El cuadro de avance del proceso aparece en la tabla del cuadro de avance del proceso D.

## PROCEDIMIENTO DE EVALUACIÓN

Cuando las actividades se adelantan en su ejecución a las fechas programadas, generalmente no modifican sus costos directos y en cambio sí disminuyen los costos indirectos. En términos generales podemos decir que benefician los resultados de los presupuestos al terminar las actividades antes de la fecha programada. También es sencilla la decisión para adelantar la actividad siguiente a aquella terminada con anticipación y sólo debe investigarse la posibilidad de hacerlo en cuanto a tener en ese momento los recursos humanos y materiales que se requieren.

Tratándose de retardos, la evaluación y la decisión no son tan sencillas porque, por regla general, se modifican los costos, se trastornan las secuencias y se pierde la disponibilidad del tiempo, por lo que hay necesidad de tener un procedimiento de evaluación que permita determinar todas las consecuencias de un retraso en una actividad del proyecto.

Los retrasos deben ser absorbidos por las holguras y en el caso de que no existan éstas, aquellos deben neutralizarse por medio de compresiones en las actividades.

## ABSORCIÓN POR HOLGURA

Multiplicar el tiempo programado de ejecución e por el tanto por uno de la cantidad de trabajo que falte por realizar. El resultado es el tiempo que se requiere para terminar normalmente con la actividad. Al tiempo anterior se le resta el tiempo disponible y la diferencia representa el retraso, el cual debe ser absorbido por la holgura total. Si no es posible esto, debe procederse como sigue:

## ABSORCIÓN POR COMPRESIÓN

Se multiplica el tiempo óptimo o por lo tanto por uno del volumen del trabajo pendiente de ejecutar. El producto representa el tiempo que se requiere para terminar la actividad en condiciones óptimas es decir, con la máxima aceleración. Si este tiempo es menor que el tiempo disponible, significa que no se retrasará el proyecto, pero si es mayor, la diferencia será la cantidad de tiempo que retrasará el proyecto, excepto que se pueda comprimir una actividad posterior a la actividad retrasada dentro del proceso.

## CUADRO DE EVALUACIÓN

Todas las actividades que se retrasen o que se cambien en alguna forma los tiempos de iniciación o terminación programados deben analizarse mediante un cuadro de evaluación como el siguiente:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
D	a	%		tiempo				holgura total		compresión										ajustes					
		avance	resto	e	transcurrido	necesario	disponible	faltante	d	usada	disponible	a ejecución					a afectada								
												o	necesario	faltante	m	e-o	resto	costo	a		m	e	compresión	costo	costo total

Las columnas de este cuadro se llenarán con los siguientes datos:

1. Anotar el día de la información.
2. Indicar los números de las actividades que sufren variaciones en el programa.
3. Porcentaje de trabajo avanzado por la actividad al día que se informa, expresado en tanto por uno.
4. Porcentaje de trabajo pendiente de realizar, igual a la cantidad menos la cantidad anotada en la columna e.
5. Tiempo de ejecución e programado por la actividad, de acuerdo con la red aprobada.
6. Tiempo real transcurrido desde la fecha programada para su iniciación.
7. El tiempo normal necesario para terminar la actividad es igual al producto de multiplicar el tiempo de ejecución (5) por el tanto por uno de trabajo faltante (4).
8. El tiempo disponible para ejecutar la actividad es la diferencia entre el tiempo programado (5) y el tiempo transcurrido (6).
9. El tiempo faltante es igual al tiempo necesario (7) menos el tiempo disponible (8).
10. Anotar los días de holgura total calculados para la actividad.
11. Determinar la cantidad de días de holgura que serán necesarios para cubrir el faltante de tiempo de la columna 9. Se usarán siempre días completos para cubrir fracciones de tiempo faltante. Conviene hacer la modificación en la matriz de información. La cantidad de tiempo usada para absorber el retraso se aumentará al tiempo disponible 8 en los días siguientes hasta la terminación de la actividad.
12. La holgura disponible es la diferencia entre la cantidad original (19) y la holgura usada (11).
13. Anotar el tiempo óptimo o de la actividad en ejecución.
14. El tiempo óptimo necesario es igual al producto de multiplicar el tanto por uno de trabajo faltante (4) por el tiempo óptimo (13).
15. Si al comprimir la actividad, el tiempo necesario (14) para terminar la actividad es menor que el tiempo disponible (8) se anotará un cero en esta columna; en caso contrario se anotará la diferencia que representa el tiempo faltante para terminar la actividad aún después de su compresión.
16. Anotar la pendiente de la actividad, tomada de la matriz de información.
17. El tiempo comprimido es igual al tiempo programado (5) menos el tiempo óptimo (13).
18. Anotar la misma cantidad que aparece en la columna 4.
19. El costo de la compresión de la actividad es igual al producto de multiplicar la pendiente (16) por el tiempo comprimido (17) y por el volumen de trabajo que falte de realizar (18). Este costo se aumentará al costo normal para obtener el costo total de la actividad.
20. Si existe faltante de tiempo (15) después de comprimir la actividad retrasada, debe recurrirse

a una actividad posterior en el mismo proceso. En este caso se debe anotar el número de la actividad afectada en esta columna.

21. Anotar la pendiente de la actividad afectada tomada de la matriz de información.

22. Anotar el tiempo programado e de la actividad afectada de acuerdo con la matriz de información.

23. Determinar la cantidad necesaria de comprensión de la actividad afectada para absorber el faltante de tiempo de la columna 15. El máximo de comprensión de la actividad afectada debe obtenerse de la matriz de información. En el caso de que este tiempo comprimido no fuera suficiente, debe comprimirse otra u otras actividades del mismo proceso y si no hubiera disponibles, este faltante representa la cantidad de tiempo que retrasará la terminación de todo el proyecto.

24. El costo de la comprensión de la actividad afectada es igual al producto de multiplicar la pendiente (21) por el tiempo comprimido (23).

25. El costo total resultante de las comprensiones es igual a la suma de las columnas 19 y 24.

26. Anotar en esta columna las modificaciones que deban hacerse al programa. Se sugieren los siguientes símbolos:

a) HT-2 (14)

Ocupar dos días de holgura total para terminar la actividad 14.

b) HT-1 (18) (23) (25)

Ocupar un día de holgura total para terminar la actividad 18 y restar un día de holgura total, en la matriz de información, a las actividades 23 y 25.

c) Co-1 (5)

Comprimir un día la actividad 5. En todo caso se realizará la actividad en las condiciones óptimas para acelerar el trabajo faltante. El tiempo señalado sólo sirve para la programación, pero es difícil señalar el grado de aceleración, por lo que es preferible aplicar la máxima.

d) Co-2 (7) (15)

Comprimir el trabajo faltante de la actividad 7 en dos días y la misma cantidad para la actividad 15. En este caso la actividad 15 se iniciará dos días después de la fecha programada para terminarse al día programado.

e) Co-1 (10) 3 (12)

Comprimir la actividad 10 un día y tres días la actividad 12.

## CONCLUSIONES

El PERT y CPM han sido aplicados a numerosos proyectos. Empezando con su aplicación inicial al proyecto Polaris y al mantenimiento de plantas químicas, hoy ellos (y sus variantes) se aplican a la construcción de carreteras y de edificios, y al desarrollo y producción de artículos de alta tecnología tales como aviones, vehículos espaciales, barcos y computadores.

El PERT se desarrolló para proyectos en donde hubiera incertidumbre en el tiempo de las actividades (usualmente debido a que el proyecto nunca se había intentado antes y por tanto no había bases de datos, para los tiempos de las actividades). Esto condujo al enfoque probabilístico que se tomó. Mientras que en PERT los estimados de tiempo y sus distribuciones han sido de controversia, el PERT ha constituido una herramienta útil para la administración de proyectos. La principal desventaja es de que no es funcional para grandes proyectos, debido a los tres estimados de tiempo que se requieren en cada actividad y a la capacidad limitada de los

computadores actuales, para almacenar esta vasta cantidad de datos. Además, el costo de actualizar y mantener la información del proyecto con el tiempo en ambientes tan dinámicos, puede ser excesivamente prohibitivo.

Por otra parte, el CPM se desarrolló para manejar proyectos repetitivos o similares (e.g., mantenimiento de plantas químicas). Obviamente, se gana gran cantidad de experiencia con el tiempo en tales circunstancias, aun cuando dos proyectos puede que no sean iguales. Esta experiencia llevó al análisis de técnicas de colisión utilizadas en las redes CPM.

Mientras que el CPM y PERT son esencialmente lo mismo, sus matices hacen cada uno aplicable más que el otro en situaciones diferentes. En ambos métodos la información esencial deseada es la ruta crítica y las holguras. Estas, le permiten al director del proyecto hacer decisiones con base a información, basado en el principio de administración por excepción, sobre los planes y proyectos del trabajo actual y monitorear el progreso del proyecto.

## RESUMEN

El PERT/CPM fue diseñado para proporcionar diversos elementos útiles de información para los administradores del proyecto. Primero, el PERT/CPM expone la "ruta crítica" de un proyecto. Estas son las actividades que limitan la duración del proyecto. En otras palabras, para lograr que el proyecto se realice pronto, las actividades de la ruta crítica deben realizarse pronto. Por otra parte, si una actividad de la ruta crítica se retarda, el proyecto como un todo se retarda en la misma cantidad. Las actividades que no están en la ruta crítica tienen una cierta cantidad de holgura; esto es, pueden empezarse más tarde, y permitir que el proyecto como un todo se mantenga en programa. El PERT/CPM identifica estas actividades y la cantidad de tiempo disponible para retardos.

## FUNDAMENTOS DE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES – PERT Y CPM (PROBLEMAS PROPUESTOS)

1. Antes de poder introducir un nuevo producto al mercado se deben realizar todas las actividades que se muestran en la tabla (todos los tiempos están en semanas).

Actividad	Descripción	Predecesores	a	b	m
A	Diseño del producto	-	2	10	6
B	Estudio del mercado	-	4	6	5
C	Emitir órdenes materiales	A	2	4	3
D	Recibir materiales	C	1	3	2
E	Construir prototipo	A, D	1	5	3
F	Desarrollo y promoción	B	3	5	4
G	Puesta en marcha planta para producción masiva	E	2	6	4
H	Distribuir productos a almacenes.	G, F	0	4	2

Dibuje la malla del proyecto y determine la ruta crítica. Interprete sus resultados. Realice un modelo de programación lineal que permita determinar la duración mínima del proyecto.  
¿Cuál es la probabilidad que el producto esté en el mercado antes de Semana Santa?

2. Se tiene la siguiente programación de actividades:

Actividad	Predecesora	a	m	b
A	-	2	6	10
B	-	4	5	6
C	A	2	3	4
D	C	1	2	3
E	A, D	1	3	5
F	B	3	4	5
G	E	2	4	6
H	F, G	0	2	4

Determine la duración mínima del proyecto, la ruta crítica e interprete el tiempo de holgura, realice un programa para determinar la duración mínima del proyecto. Por último, suponga que hoy es 15 de julio y comienza el proyecto, determine la probabilidad de que el proyecto esté listo para el 18 de diciembre.

3. Se tiene la siguiente programación de actividades:

Actividad	Predecesora	Tiempo esperado	Tiempo acelerado	Varianza	Costo	Costo acelerado
A	-	3	2	0.3	6000	8000
B	-	5	1	0.5	5000	7000
C	A	4	2	2	16000	25000
D	B	3	2	1	18000	26000
E	B	1	1	0.2	20000	20000
F	C, D, E	4	2	0.4	16000	18000
G	C, D	2	1	0.1	2000	4000
H	F, G	2	1	1	6000	10000
I	F	3	2	0.6	9000	12000

Determine la duración mínima del proyecto, la ruta crítica e interprete el tiempo de holgura, realice un programa para determinar la duración mínima del proyecto. Además considere los nuevos tiempos acelerados y los costos respectivos. Basándose en esto, realice un modelo de programación lineal que permita determinar qué actividades deben ser aceleradas y cuánto para finalizar el proyecto en un tiempo máximo de T semanas incurriendo en un costo mínimo.

4. Se tiene la siguiente programación de actividades:

Actividad	Predecesora	Esperanza	Varianza	Presupuesto
A	-	3	0.3	6000
B	A	2	0.5	4000
C	-	8	2.0	16000
D	B, C	6	1.0	18000
E	C	4	0.2	20000
F	D, E	5	0.4	15000
G	D, E	1	0.1	2000
H	F	5	1.0	5000
I	G	6	0.6	12000

Determine la duración mínima del proyecto, la ruta crítica e interprete el tiempo de holgura. Realice un modelo de programación lineal que permita determinar la duración mínima del proyecto.

5. Se tiene la siguiente programación de actividades:

Código de actividad	Nombre de la actividad	Días requeridos	Tareas inmediatas precedentes
A	Desconectar y mover	0.2	-
B	Conectar a la corriente y hacer una prueba	0.2	A
C	Quitar las unidades eléctricas	0.2	B
D	Limpiar la máquina	0.3	C
E	Quitar y desarmar las unidades mecánicas	0.2	C
F	Limpiar las piezas de las máquinas	0.4	D
G	Ordenar una lista de las piezas mecánicas	0.5	F
H	Ordenar las piezas de la máquina	0.5	G
I	Recibir las piezas de la maquina	1.0	H
J	Pintar los cursores cruzados	25.0	I
K	Maquinar las piezas	1.5	G
L	Inspeccionar y ordenar una lista de las piezas eléctricas	1.0	K
M	Pintar el motor	1.0	L
N	Ensamblar el motor	0.8	P, Q, R
O	Maquinar el banco	2.5	H
P	Maquinar los cursores	2.0	V
Q	Maquinar la mesa	2.0	L
R	Pintar la máquina	2.0	M
S	Limpiar los cursores	1.0	N
T	Limpiar la mesa	1.0	G
U	Limpiar los bancos	0.5	E
V	Maquinar las mordazas	2.0	K
W	Instalar el eje	1.0	J, O, T
X	Ensamblar las piezas	1.0	J, S
Y	Limpiar las mordazas	0.5	U
Z	Ensamblar la cabeza	1.0	J, O, T
AA	Instalar el motor y las piezas eléctricas	0.3	Y
AB	Ensamblar los motores	0.4	J, O, T
AC	Conectar a la corriente y probar	0.5	AA, AB, Z, W, X

AD	Retocar, mover, reinstalar	0.3	AC
----	----------------------------	-----	----

Suponga que se encuentra en el día 29 y la situación actual que se registra es:

Actividad	U	I	T	N	S	J	O	Y
% Terminado	100	100	100	100	30	80	70	10

- Determine cuándo estará finalizado el proyecto y cuáles son las actividades críticas que quedan.
- ¿Cuál es la probabilidad de finalizar antes de 10 días? ¿Y antes de 29 días?
- Formule un modelo de programación lineal que determine cuanto queda del proyecto y la ruta crítica.

6. Cierta empresa presenta la siguiente programación de actividades en la realización de un proyecto. Se entrega el detalle de las actividades y sus respectivas actividades predecesoras, los tiempos pesimistas, optimistas y más probables en semanas y el costo normal de cada actividad asociado a cada tiempo normal. Además, se entrega el porcentaje en que puede ser disminuido el tiempo normal de cada actividad y el costo respectivo.

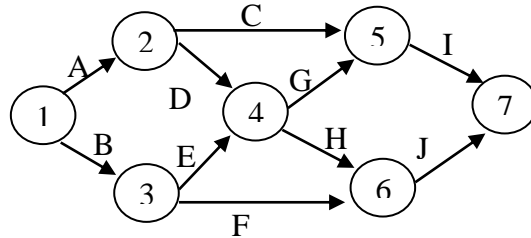
Actividad	Predecesor	a	m	b	Costo normal	Porcentaje en que se disminuye	Costo acelerado
A	-	8	12	16	800	20	960
B	-	6	8	10	600	50	900
C	A	7	10	13	200	30	340
D	B	15	20	25	600	10	660
E	B	1	4	7	500	0	500
F	E	2	5	8	300	60	480
G	C, D	6	10	14	1000	10	1100
H	C, D	10	12	14	1000	30	1300
I	G	5	6	7	500	15	650
J	H	2	4	6	650	20	780
K	I	4	9	14	200	50	300
L	I	2	4	6	800	35	1080
M	J, K	2	3	4	600	10	660

A partir de los datos anteriores se pide:

- Dibuje la red asociada al proyecto.
- Considerando el tiempo normal de duración de cada actividad, determine la ruta crítica y la duración mínima del proyecto. En caso de haber más de una ruta crítica, determine usted cuál recomendaría y por qué.
- Formule un modelo de programación lineal que permita minimizar el tiempo de duración del proyecto, considerando el tiempo normal de cada actividad.
- Considere que cada actividad puede ser llevada a cabo en cualquier tiempo entre su duración normal y su duración acelerada. Formule un modelo de programación que permita determinar las actividades que deben ser aceleradas para terminar el proyecto en un máximo de 45 semanas incurriendo en un costo mínimo.
- Suponga que se encuentra en la semana 52 y que las actividades F, I y J les queda un 50% de su tiempo para terminarse (lo cual significa que las actividades anteriores ya han acabado). ¿Cuál es la probabilidad de terminar el proyecto antes de 4 semanas?



7. La siguiente red representa un proyecto compuesto por actividades cuyas características se presentan en la tabla siguiente:



Actividad	Normal			Acelerado	
	Duración [día]	Varianza [día <sup>2</sup> ]	Costo	Duración [día]	Costo [\$]
A	4	0.4	200	4	200
B	7	0.6	500	6	650
C	3	0.2	400	2	450
D	5	0.8	400	3	600
E	4	0.3	200	4	200
F	6	1.1	300	4	700
G	8	1.5	600	5	900
H	9	2.0	700	8	900
I	3	0.4	300	3	300
J	6	0.6	500	6	500

- Determine la ruta crítica, la duración esperada y el costo total del proyecto, considerando la duración normal de las actividades.
  - Determine la probabilidad de terminar el proyecto dentro de 20 días, dentro de 26 días y después de 28 días desde la fecha de inicio.
  - Determine la probabilidad de que el evento 5 ocurra dentro de 7 días después de comenzado el proyecto.
  - ¿Cuál sería la duración mínima en la cual usted se comprometería a terminar el proyecto esperando tener una probabilidad de 0.9 de terminarlo realmente en dicho tiempo?
  - Determine la duración mínima del proyecto y el costo total mínimo asociado, considerando la posibilidad de acelerar las actividades. ¿Cuál sería la ruta crítica?
  - Formule un modelo de programación lineal que permita determinar qué actividades deben ser disminuidas y en cuánto de manera tal de terminar el proyecto dentro de T días, minimizando el costo total del proyecto.
8. Una empresa está planificando el desarrollo de un proyecto considerando la siguiente información:

Actividad	Predecesor	Tiempo esperado (semanas)	Varianza	Costo (US\$)
A	-	3	0.3	6.000

B	-	5	0.5	5.000
C	A	4	2.0	16.000
D	B	3	1.0	18.000
E	B	1	0.2	20.000
F	C, D, E	4	0.4	16.000
G	C, D	2	0.1	2.000
H	F, G	2	1.0	6.000
I	F	3	0.6	9.000

- a) Construya la red asociada al proyecto.  
b) Determine la probabilidad de completar el proyecto en:
- Más de 18 semanas.
  - Exactamente 16 semanas.
- c) Suponga que se dispone de la siguiente información actualizada del proyecto:

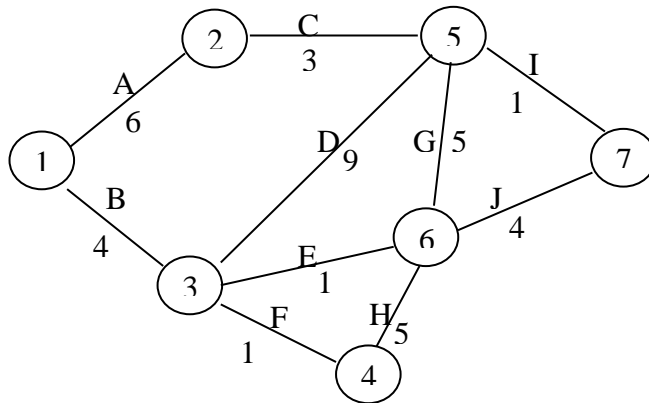
Actividad	Porcentaje terminado	Costo actual (US\$)
A	100%	8.000
B	100%	5.000
C	50%	8.000
D	33%	9.000
E	100%	25.000
F	0%	6.000
G	0%	0
H	0%	0
I	0%	0

Determine:

- ¿Cuáles son las actividades críticas que quedan?
  - ¿Cuándo espera terminar realmente el proyecto?
  - ¿Cuál es la probabilidad que lo que resta del proyecto demore menos de 5 semanas?
- d) Si le ofrecen US\$1.000 por reducir en 2 semanas el tiempo para terminar el proyecto, formule un modelo de programación lineal considerando los siguientes costos con crashing:

Actividad	Tiempo esperado (semanas)	Costo con crashing (US\$)
A	2	8.000
B	1	7.000
C	2	25.000
D	2	26.000
E	1	20.000
F	2	18.000
G	1	4.000
H	1	10.000
I	2	12.000

9. Considere el proyecto representado por la siguiente red:



- Determine la ruta crítica y la duración mínima del proyecto.
- Considerando que cada actividad puede ser acelerada hasta en un 20% y que la duración de las actividades A, B y C puede ser disminuida en una unidad a un costo de US\$100, la duración de las actividades D, E y F puede ser disminuida en una unidad a un costo de US\$200 y la duración de las restantes actividades puede ser disminuida en una unidad a un costo de US\$300, ¿qué actividades deben ser aceleradas para terminar el proyecto tres días antes de lo determinado en a) minimizando costos?
- Considerando las condiciones de aceleración de las actividades plateadas en b), formule un modelo de programación lineal para determinar cuáles actividades deben ser aceleradas y en cuánto, a objeto de terminar el proyecto e un 75% del tiempo determinado en a) minimizando los recursos invertidos. Defina claramente variables, función objetivo y restricciones.

### CASO PRÁCTICO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL: WORLD OIL

World Oil recibe petróleo crudo del Medio Oriente en sus instalaciones de Marsella y Venecia. El petróleo se envía después vía una tubería con estaciones de bombeo en Dijon, Berna, Reims y Luxemburgo a tanques de almacenamiento en París, Colonia y Bruselas. Las distancias aproximadas en kilómetros entre los puntos conectados por un segmento de tubería se proporcionan en las siguientes tablas.

	HACIA	
DESDE	DIJON	BERNA
MARSELLA	475	450
VENECIA	-----	425

	HACIA	
DESDE	REIMS	LUXEMBURGO
DIJON	240	275
BERNA	375	325

	HACIA		
DESDE	PARÍS	BRUSELAS	COLONIA
REIMS	130	175	-----
LUXEMBURGO	-----	150	140

Este mes se dispone de 250 000 barriles de petróleo en Marsella y 150 000 barriles están en Venecia. La instalación de almacenamiento de París necesita recibir 200 000 barriles, y las instalaciones en Bruselas y Colonia necesitan recibir cada una 100 000 barriles.

- a. Dibuje una red de distribución que indique, suministros, demandas y otros datos relevantes apropiados (cuando sea adecuado, añada nodos y arcos figurados para obtener un problema equilibrado).
- b. Formule un modelo matemático para determinar cómo debe enviarse el petróleo desde estas instalaciones para minimizar los kilómetros totales que viaja el petróleo (es decir, la suma del número de barriles de petróleo por el número de kilómetros viajados).

## BIBLIOGRAFÍA

TAHA, Hamdy A. Investigación de Operaciones, Una Introducción. 1989. Ediciones Alfaomega, S.A. México. D.F. México.

MONTAÑO, Agustín. Iniciación al Método del Camino Crítico. 1972. Editorial Trillas, S.A. México. D.F. México.

MOSKOWITZ, Herbert y Gordon P. Wrigth. Investigación de Operaciones. 1982. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A. Naucalpan de Juárez. México.

## REFERENCIAS Y VINCULOS WEB:

Trabajo Publicados de Ingeniería Industrial (UPIICSA - IPN)

Ingeniería de Métodos del Trabajo

<http://www.monografias.com/trabajos12/ingdemet/ingdemet.shtml>

Ingeniería de Medición del Trabajo

<http://www.monografias.com/trabajos12/medtrab/medtrab.shtml>

Control de Calidad - Sus Orígenes

<http://www.monografias.com/trabajos11/primdep/primdep.shtml>

Investigación de Mercados

<http://www.monografias.com/trabajos11/invmerc/invmerc.shtml>

Ingeniería de Métodos - Análisis de la Producción

<http://www.monografias.com/trabajos12/andeprod/andeprod.shtml>

Ingeniería de Medición - Aplicaciones del Tiempo Estándar

<http://www.monografias.com/trabajos12/ingdemeti/ingdemeti.shtml>

Química - Átomo

<http://www.monografias.com/trabajos12/atomo/atomo.shtml>

Distribución de Planta y Manejo de Materiales (UPIICSA)

<http://www.monografias.com/trabajos12/distpla/distpla.shtml>

Física Universitaria - Mecánica Clásica

<http://www.monografias.com/trabajos12/henerg/henerg.shtml>

UPIICSA - Ingeniería Industrial

<http://www.monografias.com/trabajos12/hlaunid/hlaunid.shtml>

Pruebas Mecánicas (Pruebas Destructivas)

<http://www.monografias.com/trabajos12/pruemec/pruemec.shtml>

Mecánica Clásica - Movimiento unidimensional

<http://www.monografias.com/trabajos12/moviunid/moviunid.shtml>

Control de Calidad - Gráficos de Control de Shewhart

<http://www.monografias.com/trabajos12/concalgra/concalgra.shtml>

Química - Curso de Físicoquímica de la UPIICSA

<http://www.monografias.com/trabajos12/fisico/fisico.shtml>

Ingeniería de Métodos - Muestreo del Trabajo

<http://www.monografias.com/trabajos12/immuestr/immuestr.shtml>

Biología e Ingeniería Industrial

<http://www.monografias.com/trabajos12/biolo/biolo.shtml>

Álgebra Lineal - Exámenes de la UPIICSA

<http://www.monografias.com/trabajos12/exal/exal.shtml>

Prácticas de Laboratorio de Electricidad (UPIICSA)

<http://www.monografias.com/trabajos12/label/label.shtml>

Prácticas del Laboratorio de Química de la UP

<http://www.monografias.com/trabajos12/prala/prala.shtml>

Problemas de Física de Resnick, Halliday, Krane (UPIICSA)

<http://www.monografias.com/trabajos12/resni/resni.shtml>

Bioquímica

<http://www.monografias.com/trabajos12/bioqui/bioqui.shtml>

Teoría de al Empresa

<http://www.monografias.com/trabajos12/empre/empre.shtml>

Código de Ética

<http://www.monografias.com/trabajos12/eticaplic/eticaplic.shtml>

Ingeniería de Métodos: Análisis Sistemático de la Producción 2

<http://www.monografias.com/trabajos12/igmanalis/igmanalis.shtml>

Física Universitaria - Oscilaciones y Movimiento Armónico

<http://www.monografias.com/trabajos13/fiuni/fiuni.shtml>

Producción Química - El mundo de los plásticos

<http://www.monografias.com/trabajos13/plasti/plasti.shtml>

Plásticos y Aplicaciones - Caso Práctico en la UPIICSA

<http://www.monografias.com/trabajos13/plapli/plapli.shtml>

Planeación y Control de la Producción (PCP - UPIICSA)

<http://www.monografias.com/trabajos13/placo/placo.shtml>

Investigación de Operaciones - Programación Lineal

<http://www.monografias.com/trabajos13/upicsa/upicsa.shtml>

Legislación y Mecanismos para la Promoción Industrial

<http://www.monografias.com/trabajos13/legislac/legislac.shtml>

Investigación de Operaciones - Método Simplex

<http://www.monografias.com/trabajos13/icerodos/icerodos.shtml>

Trabajos Publicados de Neumática en Ingeniería Industrial

Aire comprimido de la UPIICSA

<http://www.monografias.com/trabajos13/compri/compri.shtml>

Neumática e Ingeniería Industrial

<http://www.monografias.com/trabajos13/unointn/unointn.shtml>

Neumática: Generación, Tratamiento y Distribución del Aire (Parte 1)

<http://www.monografias.com/trabajos13/genair/genair.shtml>

Neumática: Generación, Tratamiento y Distribución del Aire (Parte 2)

<http://www.monografias.com/trabajos13/geairdos/geairdos.shtml>

Neumática - Introducción a los Sistemas Hidráulicos

<http://www.monografias.com/trabajos13/intsishi/intsishi.shtml>

Estructura de Circuitos Hidráulicos en Ingeniería Industrial

<http://www.monografias.com/trabajos13/estrcir/estrcir.shtml>

Neumática e Hidráulica - Generación de Energía en la Ingeniería Industrial

<http://www.monografias.com/trabajos13/genenerg/genenerg.shtml>

Neumática - Válvulas Neumáticas (aplicaciones en Ingeniería Industrial) Parte 1

<http://www.monografias.com/trabajos13/valvias/valvias.shtml>

Neumática - Válvulas Neumáticas (aplicaciones en Ingeniería Industrial) Parte 2

<http://www.monografias.com/trabajos13/valvidos/valvidos.shtml>

Neumática e Hidráulica, Válvulas Hidráulicas en la Ingeniería Industrial

<http://www.monografias.com/trabajos13/valhid/valhid.shtml>

Neumática - Válvulas Auxiliares Neumáticas (Aplicaciones en Ingeniería Industrial)

<http://www.monografias.com/trabajos13/valvaux/valvaux.shtml>

Problemas de Ingeniería Industrial en Materia de la Neumática (UPIICSA)

<http://www.monografias.com/trabajos13/maneu/maneu.shtml>

Electroválvulas en Sistemas de Control

<http://www.monografias.com/trabajos13/valvu/valvu.shtml>

Neumática e Ingeniería Industrial

<http://www.monografias.com/trabajos13/unointn/unointn.shtml>

Estructura de Circuitos Hidráulicos en Ingeniería Industrial

<http://www.monografias.com/trabajos13/estrcir/estrcir.shtml>

Ahorro de energía

<http://www.monografias.com/trabajos12/ahorener/ahorener.shtml>

Trabajo Publicados de Derecho del Centro Escolar Atoyac

Nociones de Derecho Mexicano

<http://www.monografias.com/trabajos12/dnocmex/dnocmex.shtml>

Nociones de Derecho Positivo

<http://www.monografias.com/trabajos12/dernoc/dernoc.shtml>

Derecho de la Familia Civil

<http://www.monografias.com/trabajos12/derlafam/derlafam.shtml>

Juicio de amparo

<http://www.monografias.com/trabajos12/derjuic/derjuic.shtml>

Delitos patrimoniales y Responsabilidad Profesional

<http://www.monografias.com/trabajos12/derdeli/derdeli.shtml>

Contrato Individual de Trabajo

<http://www.monografias.com/trabajos12/contind/contind.shtml>

La Familia en El derecho Civil Mexicano

<http://www.monografias.com/trabajos12/dfamilien/dfamilien.shtml>

La Familia en el Derecho Positivo

<http://www.monografias.com/trabajos12/dlafamil/dlafamil.shtml>

Artículo 14 y 16 de la Constitución de México

<http://www.monografias.com/trabajos12/comex/comex.shtml>

Garantías Individuales

<http://www.monografias.com/trabajos12/garin/garin.shtml>

La Familia y el Derecho

<http://www.monografias.com/trabajos12/lafami/lafami.shtml>

Trabajo Publicados de Historia y Filosofía

Entender el Mundo de Hoy de Ricardo Yépez Stork

<http://www.monografias.com/trabajos12/entenmun/entenmun.shtml>

El Poder de la Autoestima

<http://www.monografias.com/trabajos12/elpoderde/elpoderde.shtml>

México de 1928 a 1934

<http://www.monografias.com/trabajos12/hmentre/hmentre.shtml>

Etapas de la Independencia de México

<http://www.monografias.com/trabajos12/hmetapas/hmetapas.shtml>

Vicente Fox

<http://www.monografias.com/trabajos12/hmelecc/hmelecc.shtml>

El Perfil del hombre y la Cultura en México

<http://www.monografias.com/trabajos12/perfhom/perfhom.shtml>



Las religiones y la moral

<http://www.monografias.com/trabajos12/mortest/mortest.shtml>

Moral - Salvifici Doloris

<http://www.monografias.com/trabajos12/morsalvi/morsalvi.shtml>

El gobierno del general Manuel González

<http://www.monografias.com/trabajos12/hmmanuel/hmmanuel.shtml>

José López Portillo

<http://www.monografias.com/trabajos12/hmlopez/hmlopez.shtml>

Museo de las Culturas

<http://www.monografias.com/trabajos12/hmmuseo/hmmuseo.shtml>

Hombre y el Robot: A la búsqueda de la armonía

<http://www.monografias.com/trabajos12/hommaq/hommaq.shtml>

Historia de México - Las Leyes de Reforma

<http://www.monografias.com/trabajos12/hmleyes/hmleyes.shtml>

Historia de México - Inquisición en la Nueva España

<http://www.monografias.com/trabajos12/hminqui/hminqui.shtml>

Historia de México - La Intervención Francesa

<http://www.monografias.com/trabajos12/hminterv/hminterv.shtml>

Historia de México - Primer Gobierno Centralista

<http://www.monografias.com/trabajos12/hmprimer/hmprimer.shtml>

Historia de México - El Maximato

<http://www.monografias.com/trabajos12/hmmaximt/hmmaximt.shtml>

Historia de México - La Guerra con los Estados Unidos

<http://www.monografias.com/trabajos12/hmguerra/hmguerra.shtml>

México: ¿Adoptando Nueva Cultura?

<http://www.monografias.com/trabajos12/nucul/nucul.shtml>

Ranma Manga (Solo en Ingles)

<http://www.monografias.com/trabajos12/ranma/ranma.shtml>

Fraude del Siglo

<http://www.monografias.com/trabajos12/frasi/frasi.shtml>

Jean Michelle Basquiat

<http://www.monografias.com/trabajos12/bbasquiat/bbasquiat.shtml>

El Sentido del Humor en la Educación

<http://www.monografias.com/trabajos12/filyepes/filyepes.shtml>

La enseñanza de la Ingeniería frente a la Privatización

<http://www.monografias.com/trabajos12/pedense/pedense.shtml>

Proceso del aprendizaje

<http://www.monografias.com/trabajos12/pedalpro/pedalpro.shtml>

Giovanni Sartori, Homo videns

<http://www.monografias.com/trabajos12/pdaspec/pdaspec.shtml>

La vida: Las cosas se conocen por sus operaciones

<http://www.monografias.com/trabajos12/lavida/lavida.shtml>

¿Qué es la Filosofía?

<http://www.monografias.com/trabajos12/quefilo/quefilo.shtml>

Conocimiento sensible

<http://www.monografias.com/trabajos12/pedyantr/pedyantr.shtml>

Comparación de autores y escuelas

<http://www.monografias.com/trabajos12/pedidact/pedidact.shtml>

Filosofía de la educación

<http://www.monografias.com/trabajos12/pedfilo/pedfilo.shtml>

Análisis de la Psicopatología de la memoria

<http://www.monografias.com/trabajos12/pedpsic/pedpsic.shtml>

Empresa y familia

<http://www.monografias.com/trabajos12/teoempres/teoempres.shtml>

Antropología filosófica

<http://www.monografias.com/trabajos12/wantrop/wantrop.shtml>

Definición de Filosofía

<http://www.monografias.com/trabajos12/wfiloso/wfiloso.shtml>

Recensión del Libro Didáctica Magna

<http://www.monografias.com/trabajos12/wpedag/wpedag.shtml>

El hombre ante los problemas y límites de la Ciencia

<http://www.monografias.com/trabajos12/quienes/quienes.shtml>

Recensión del libro Froebel. La educación del hombre

<http://www.monografias.com/trabajos12/introped/introped.shtml>

Antropología Filosófica

<http://www.monografias.com/trabajos12/antrofil/antrofil.shtml>

Memoria técnica de cálculo

<http://www.monografias.com/trabajos12/electil/electil.shtml>

Memoria de cálculo

<http://www.monografias.com/trabajos12/elplane/elplane.shtml>