PRIMERA SESION

INTERES Y TASAS DE INTERES

VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

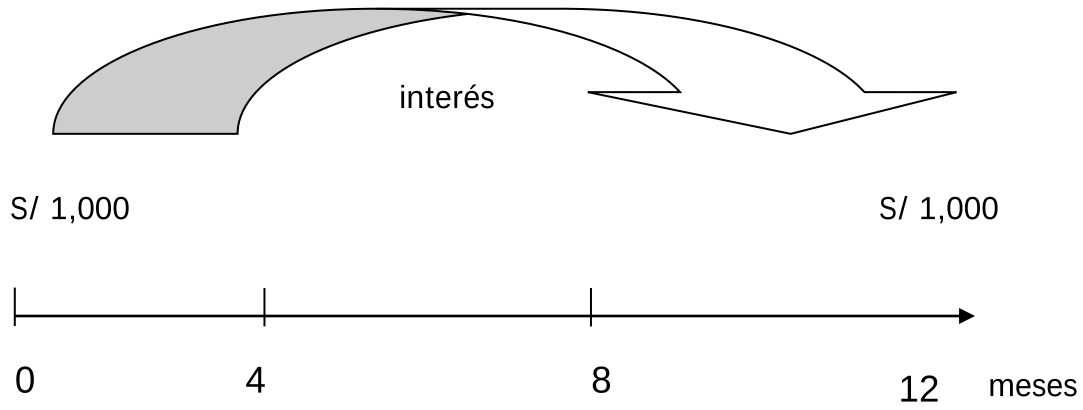
Si tuviéramos la alternativa de disponer de 1,000.00 u.m (unidades monetarias) hoy día frente a la posibilidad de disponer de la misma cantidad dentro de 1 año definitivamente la gran mayoría de nosotros salvo raras excepciones elegirían disponerlos en el momento presente. Obviamente esta elección se da en razón de la oportunidad de obtener liquidez hoy y que esta pueda ser destinada a variados requerimientos que prestaran una utilidad presente de consumo o inversión. Esta oportunidad de acceso y de satisfacer necesidades o inversiones presentes es lo que diferencia esas 1,000 u.m. de hoy día y las que recibiríamos dentro de 1 año. Asimismo esto nos sugiere que debe existir alguna forma de equilibrar nuestra decisión y que compense el sacrificar esta oportunidad en el presente por un beneficio en el futuro.

Este factor de equilibrio que hace que el dinero tenga el mismo valor en el tiempo es el interés, definido como "el precio del dinero presente medido en unidades monetarias futuras". Este interés es lo que hace que un ente económico renuncie a la disponibilidad inmediata de su dinero o cualquier otro bien a cambio de recibir una compensación futura como precio por esta renuncia.

Este interés o compensación estará en función a la cantidad de dinero recibido o entregado, al tiempo durante el cual se dejara de percibir o de devolverlo, al riesgo que estamos asumiendo al entregarle este dinero o bien a un tercero y a otros factores como la perdida del poder adquisitivo de este cuando finalmente nos sea retribuido.

AXIOMA :

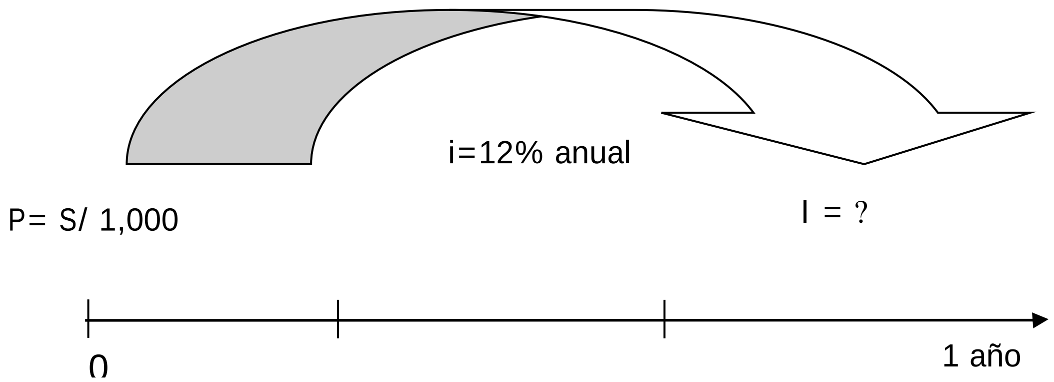
S/ 1,000 HOY DIA ≠ S/ 1,000 DENTRO DE 1 AÑO



INTERES = f (CAPITAL, TIEMPO, RIESGO, INFLACION....)

CLASES DE INTERÉS
INTERES SIMPLE

El que se calcula sobre un capital que permanece invariable o constante en el tiempo y el interés ganado se acumula solo al termino de esta transacción.



Formulas derivadas de Interés Simple

$$I = P \times i \times n$$

$$P = \frac{I}{i \times n}$$

$$i = \frac{I}{P \times n}$$

$$n = \frac{I}{P \times i}$$

P= Capital inicial
i = Tasa de interés
I= Interés
n= periodo de tiempo

<u>Importante</u>

En esta formula i es la tasa de una unidad de tiempo y n es él numero de unidades de tiempo. Debe entenderse que si i es una tasa anual, n deberá ser él numero de años, si i es mensual, n deberá expresarse en meses.

Asimismo el año con el que trabajaremos todos los cálculos será el año Bancario según el BCRP o sea 360 días.

Ejemplos :

1. Si se hace un deposito de S/ 1,000 a una tasa de interés anual del 12% durante 1 año ¿ Cuál será la cantidad de intereses a pagar?

Datos

P= 1,000
i= 0.12 o 12 % anual
n= 1 año
I= ?

Solución

I=P x i x n
I=1,000 x 0.12 x 1
I=120

2. ¿Cuál será el interés acumulado en 180 días por un deposito de ahorro de S/1,000 percibiendo una tasa de interés simple de 12% anual?

Datos

P= 1,000
i= 0.12 o 12 % anual
n= 180 días
I= ?

Solución

I=P x i x n
Pero antes debemos expresar i y n en los mismos términos. Es decir debemos calcular la tasa proporcional de interés diario.

Luego :
i= 0.12 anual
i= 0.12/360 para calcular el interés diario
i= 0.000333 diario ó 0.033%

Reemplazando en la formula:
I=1,000 x 0.000333 x 180
I=59.94

Periodo de tiempo transcurrido entre dos fechas

¿Cuál será el tiempo transcurrido entre el 1 de Enero de 1998 y el 15 de Agosto de 1998?

Acá es importante mencionar que para calcular el periodo de tiempo comprendido entre dos fechas la primera se excluye (1/01/98) y la segunda se incluye (15/08/98); esto porque según la legislación vigente para que un deposito o inversión genere intereses debe haber permanecido como mínimo 1 día en la institución financiera desde la fecha de su deposito como lo demostramos en el siguiente cuadro.

Mes	Días	Días transcurridos	
Enero	31	30	excluye el 1ro de Enero
Febrero	28	28	28
Marzo	31	31	31
Abril	30	30	30
Mayo	31	31	31
Junio	30	30	30
Julio	31	31	31
Agosto	31	15	incluye el 15 de Agosto
Total		226	

<u>MONTO, STOCK FINAL Ó VALOR FUTURO (S)</u>

Es el capital inicial (P) mas los intereses (I) ganados en un periodo de tiempo (n).

Formulas derivadas del Monto (S)

Monto (S)= Capital (P) + Interés (I)

$$S = P + (P \times i \times n)$$

$$\boxed{S = P \times (1 + i \times n)}$$

$$\boxed{P = \frac{S}{(1 + (i \times n))}}$$

$$\boxed{i = \frac{S - P}{P \times i}}$$

$$\boxed{i = \frac{S - P}{P \times n}}$$

P=Capital inicial
i=Tasa de interés
I=Interes
n=periodo de tiempo
Monto (S)= Capital Inicial(P) + Interés (I)

<u>Ejemplo</u>

En el ejemplo anterior calcular el monto final del deposito que será pagado al vencimiento que es de 1 año.

<u>Datos</u>

P = 1000
i = 12% anual o 0.12
n= 1 año
S= ?

<u>Solución</u>
S= P x (1 +(i x n))
S= 1000 x (1 + (0.12 x 1))
S= 1000 x (1.12)
S= 1120

Volviendo a nuestra explicación del Valor del dinero en el tiempo, si esta vez nos dieran a escoger entre recibir hoy S/ 1,000 o recibir S/ 1,120 dentro de 1 año; esta vez si lo pensaríamos con mas detenimiento porque ahora tenemos una compensación llamada interés al renunciar a la oportunidad de contar hoy con liquidez.

En otras palabras los S/ 1,120 a recibir dentro de 1 año equivalen a S/1,000 en términos actuales y lo podemos hallar aplicando la formula derivada del calculo del monto o capital final donde:

$$\boxed{S = P \times (1 + (i \times n))} \quad y \quad \boxed{P = \frac{S}{(1 + (i \times n))}}$$

Con lo que podríamos contestar a la siguiente pregunta: ¿Cuánto estaríamos dispuestos a cobrar hoy si nos dicen que nos pueden pagar S/ 1,120 dentro de 1 año?

<u>Datos</u>
P= ?
S= S/ 1,120
n= 1 año
i= 12% anual

<u>Solución</u>
Reemplazando :
P= S / (1 +(i x n))
P= 1,120 / (1 + (0.12 x 1))
P= 1,120 / (1.12)
P= 1,000

Resp.- Estaríamos dispuestos a cobrar S/ 1,000 hoy día o en su defecto S/1,120 dentro de 1 año.

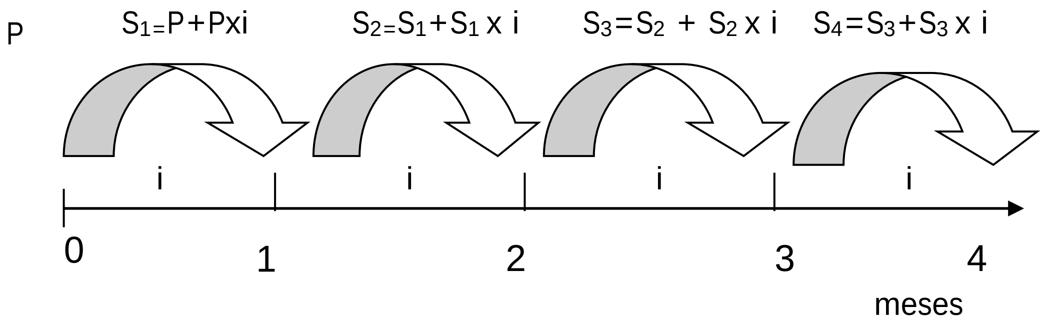
*Ahora si estamos en posición de calcular cual es el valor del dinero en el tiempo a través del interés simple, pero debemos calcularlo también a través del interés compuesto.

INTERES COMPUESTO

Hasta el momento hemos visto como se forma un monto o Capital Final (S) a partir de un interés que se pacta en la operación y que será pagado él ultimo día de su vencimiento terminando de esta manera la transacción. En la practica son pocas las operaciones que se trabajan con interés simple y lo mas usado es el interés compuesto sobre todo en el sistema financiero, sin embargo mas adelante nos daremos cuenta que el interés simple forma parte del interés compuesto.

En el interés compuesto, el interés (I) ganado en cada periodo (n) es agregado al capital inicial (P) para constituirse en un nuevo capital (S) sobre el cual se calcula un nuevo interés produciéndose lo que se conoce como capitalización la cual puede ser anual, trimestral, mensual, diaria; y se sigue aplicando hasta que vence la transacción de acuerdo a lo pactado.

Interés Compuesto



Formulas derivadas de Interés Compuesto

$$S = P \times (1+i)^n$$

$$P = \frac{S}{(1+i)^n}$$

$$i = \left(\left(\frac{S}{P}\right)^{(1/n)}\right) - 1$$

$$n = \frac{\log S - \log P}{\log(1+i)}$$

Donde :

P	=	Capital inicial
i	=	tasa de interés del periodo
n	=	periodo de tiempo
S	=	Monto total o capital final

En los problemas de interés compuesto deben expresarse i y n en la misma unidad de tiempo efectuando las conversiones apropiadas cuando estas variables correspondan a diferentes periodos de tiempo.

Ejemplo
Un banco paga por los depósitos que recibe del publico una tasa nominal mensual del 3%. Si la capitalización es trimestral ¿Qué monto se habrá acumulado con un capital inicial de S/3,000 colocado durante 6 meses?

Datos
P = S/3,000
i = 3% mensual
n = 6 meses
S = ?

Solución
Primero debemos llevar i y n a los mismos términos de tiempo.
Sí i=3% mensual
Entonces el i trimestral es 0.03 x 3 = 0.09 ó 9%
Luego debemos llevar el n a trimestres:
Si n=6 meses
Entonces n trimestral es 6 / 3 = 2

Ahora que ya tenemos a n y a i en los mismos términos podemos aplicar la formula:

$S=P \times (1 + i)^{n}$
$S=3{,}000 \times (1 + 0.09)^{2}$
$S=3{,}564.30$

Resp.-El monto o capital final será S/3,564.30.

En el siguiente cuadro mostramos como se calcula el interés y el efecto de la capitalización en el Monto (S) o Capital Final con los datos del 1er. ejemplo de interés simple pero esta vez los intereses se capitalizaran mensualmente.

Datos
P= 1,000
i= 0.12 anual
i mensual = 0.12 / 12 = 0.01 o 1% mensual
n= 12 meses
I= ?

No.Periodos (m)	Capital Inicial (P)	Interés (I) $P \times i_p \times n$	Capital+Interes (S) P + I	
1	1000	10	1010	S_1
2	1010	10.1	1020.1	S_2
3	1020.1	10.2	1030.3	S_3
4	1030.3	10.3	1040.6	S_4
5	1040.6	10.4	1051.0	S_5
6	1051.0	10.5	1061.5	S_6
7	1061.5	10.6	1072.1	S_7
8	1072.1	10.7	1082.8	S_8
9	1082.8	10.8	1093.6	S_9
10	1093.6	10.9	1104.5	S_{10}
11	1104.5	11.0	1115.5	S_{11}
12	1115.5	11.1	1126.6	S_{12}
Total		126.6	1126.6	S_t

En este caso, el interés ganado en cada periodo se agrega al capital inicial sobre el cual calculamos el siguiente interés. Esto se conoce como capitalización de intereses y se puede ver que el interés simple de 12% se ha convertido en 12.66% por efecto de la capitalización mensual. Esta capitalización determina un mayor interés conforme la frecuencia de capitalización es mayor dentro del año.

Ejemplo:

1. El Sr. Juan Perez deposita en el Banco S/50,000 al 7% anual capitalizable anualmente ¿Cual será el monto que retire al cabo de 5 años?

Datos

P	=	50,000
i_n	=	7% ó 0.07
i	=	0.07
n	=	5
S	=	?

Solución

$S = P \times (1 + i)^n$

$S = 50{,}000 \times (1 + 0.07)^5$

$S = 50{,}000 \times 1.07$

$S = 53{,}500$

Resp.-El monto al final de los 5 años será S/53,500.00

2. E Sr. Luis Santos deposita en una cuenta a nombre de su hijo Federico de 9 años USD 10,000 capitalizable mensualmente a una tasa de 9% anual. ¿ Cuál será el monto a recaudar cuando su hijo alcance la mayoría de edad?

Datos

P	=	10,000
i_n	=	9% ó 0.09
i_p	=	0.09/12 = 0.0075 ó 0.75% mensual
n	=	9 x 12 = 108 meses
S	=	?

Solución

$S = P \times (1 + i)^n$

$S = 10{,}000 \times (1 + 0.0075)^{108}$

$S = 10{,}000 \times 2.241124$

$S = 22{,}411.24$

Resp.-El monto al final de los 9 años será USD 22,411.24

TASA DE INTERES

Concepto

Es el porcentaje de variación entre un capital inicial (P) y un capital final ó monto (S) después de un periodo de tiempo es decir.

$$\boxed{i = \frac{S - P}{P}}$$

Pero S – P = I (interés)

Entonces :

$$\boxed{i = \frac{I}{P}}$$

Ejemplo :

Si un Banco concedió un préstamo de S/ 10,000 y cobro S1, 500 después de 1 año entonces la tasa de interés de ese año fue:

$$\boxed{i = \frac{I}{P}} \qquad \boxed{i = \frac{1{,}500}{10{,}000} = 0.15 \text{ ó } 15\%}$$

Actualmente el BCR de acuerdo con su Ley Orgánica DL 26123 del 29/12/92 dentro de sus atribuciones puede establecer la tasa máxima de interés compensatorio, moratoria y legal pero solo para las operaciones ajenas al sistema financiero y las operaciones de este sistema serán determinadas por la libre competencia.

CLASES DE TASAS DE INTERES

TASA INTERES NOMINAL

Se dice que la tasa de interés es nominal cuando:

- Se aplica directamente a operaciones de interés simple
- Es susceptible de proporcionalizarse (dividirse o multiplicarse) para ser expresada en otra unidad de tiempo menor o mayor al periodo de calculo mencionado en la transacción y poder aplicarla a los cálculos de interés requeridos.

Cuando tratamos sobre el interés simple mencionamos este concepto y lo importante es que cuando hablemos de tasa nominal estamos hablando de un interés simple que solamente podemos dividirlo o multiplicarlo para calcular el monto o capital final de una operación. Esta tasa nominal puede ser utilizada para calcular una tasa efectiva en cuyo caso tenemos que aplicar la operación matemática llamada potenciación ó radicación.

Ejemplo:
Si un Bono de S/ 20,000 paga una tasa nominal del 13% anual y su interés se calcula como un interés simple. ¿ Cuál será el interés ganado por 90 días?

Datos

P = S/ 20,000
i = 13% o 0.13 anual
n = 90 días
I = ?

Solución

Como el plazo esta en días y nuestra tasa en años, lo primero que debemos hacer es calcular la tasa proporcional para 90 días:

$i_p = i_n / 360$
$i_p = 0.13 / 360$
$i_p = 0.000361$

I = P x i x n
I = 20,000 x 0.000361 x 90
I = S/ 649.80

Tasa de interés Proporcional

Es aquella que corresponde a diferentes fracciones de tiempo, generalmente periodos menores de un año con los cuales es directamente proporcional. Se utiliza cuando necesitamos calcular el interés (I) en una operación y la tasa de interés mencionada (nominal) esta en distintos términos a los periodos (m) pudiendo ser estos periodos de calculo menores o mayores al periodo que se refiere la tasa nominal.

$$\boxed{i_p = i_n / m}$$

ó

$$\boxed{i_p = i_n \times m}$$

i_n = tasa de interés nominal (anual, bimestral, trimestral)

m = numero de periodos iguales dentro del año (meses=12,dias=360. etc.)

Ejemplo :

Para un interés anual del 12% ¿Cual será el interés proporcional mensual?

m = 12

$i_p = (i_n / m) = (0.12 / 12) = 0.01$ ó 1% mensual

¿Cuál será el interés proporcional diario?

m = 360

i_n = 12% anual o 0.12

$$\boxed{i_p = i_n / m}$$

$i_p = 0.12/360$

$i_p = 0.0003333$ ó 0.03333%

TASA DE INTERES EFECTIVA (i_{ef})

La tasa efectiva i_{ef} para n periodos de capitalización puede obtenerse a partir de una tasa nominal anual i_n capitalizable m veces en el año de acuerdo a la siguiente formula:

$$\boxed{i_{ef} = \left(1 + \frac{i_n}{m}\right)^n - 1}$$

donde :

i_n = tasa de interés nominal anual

m = numero de periodos de capitalización dentro del año

n = numero total de periodos

Esta tasa refleja él numero de capitalizaciones para operaciones pasivas o liquidaciones para las operaciones activas. En el interés compuesto dijimos que los intereses capitalizados vuelven a ganar o devengar intereses esto es conocido como Anatocismo.

Ejemplo
Calcule la tasa efectiva anual de un deposito a plazo fijo que gana una tasa nominal anual de 9.53% capitalizándose diariamente.

Datos
P = 1
i_n = 0.0953 ó 9.53% anual
m = 360
n = 1
i_{ef} = ?

Solución
Calculo de la tasa proporcional (para que nuestro i y el n estén en los mismos términos):
i_p = in / 360
i_p = 0.0953 / 360
i_p = 0.000265 ó 0.0265% diario

Aplicando la formula para la tasa efectiva.
$ief = (1 + in / m)^{n} - 1$
$ief = (1 + 0.000265)^{360} - 1$
ief= 1.10 – 1
ief= 0.10 ó 10% anual

Resp.-La tasa efectiva que ganara él deposito al cabo de un año será de 10%

Tasa de Interés Equivalente (i_{eq})
Dos o más tasas son equivalentes cuando capitalizándose en periodos distintos, generalmente menores a 1 año, el monto final obtenido en igual plazo es el mismo.

$$i_{eq} = (1 + i_{ef})^{neq/nef} - 1$$

donde :
i_{ef} = tasa de interés efectiva del periodo
n_{eq} = numero de días de la tasa equivalente que se desea hallar
n_{ef} = numero de días de la tasa efectiva dada

Ejemplo :
En el ejemplo anterior ¿ Cual será la tasa equivalente anual capitalizable anualmente?

Solución
i_{eq} = (1 + 0.000265) $^{360 / 1}$ - 1
i_{eq} = (1.10) – 1
i_{eq} = 0.10 ó 10% anual

Otro ejemplo
Cual es la tasa equivalente mensual para un deposito a plazo que paga una tasa efectiva diaria de 0.0265% diario.

Datos
i_{ef} = 0.00265% diario
n_{ef}= 1
n_{eq}=30
i_{eq}= ?

Solución
i_{eq} = (1 + i_{ef}) $^{30 / 1}$ - 1
i_{eq} = (1 + 0.000265) $^{30 / 1}$ - 1
i_{eq} = (1.007981) –1
i_{eq} = 0.007981 ó 0.7981 %

Para comprobarlo, calculamos la tasa efectiva anual para una tasa nominal mensual de 0.7981% capitalizándola en un año

i_{ef} = (1 + 0.007981) ^{12} – 1
i_{ef} = (1.10) – 1
i_{ef} = 0.10 ó 10% anual

TASA DE INTERES REAL (i_r)
Mide el grado en que la inflación distorsiona los costos o rentabilidad nominales, disminuyendo al valor de la tasa efectiva de interés. Esta tasa real puede ser positiva o negativa en función al nivel inflacionario existente.
El hecho de descontar la tasa de inflación a la tasa efectiva de interés se denomina deflactación y la formula es la siguiente.

$$\boxed{i_r = \frac{i_{ef} - f}{1 + f}}$$

donde :
i_r = tasa de interés real
i_{ef} = tasa de interés efectivo
f = tasa de inflación acumulada

Ejemplo

¿ Cuál fue tasa de interés real para un deposito a plazo fijo que ganó una tasa de interés anual efectiva de 10% si la inflación acumulada en ese mismo periodo fue de 3.4%?

Datos

i_{ef} = 10% o 0.10

f = 3.4% ó 0.034

Solución

Reemplazando en la formula:

$$i_r = \frac{0.10 - 0.034}{(1 + 0.034)}$$

$$i_r = \frac{0.066}{(1.034)}$$

i_r = 0.06383 ó 6.38 % anual real

TASA DE INTERES CONVENCIONAL COMPENSATORIO

Cuando constituye la contraprestación por el uso del dinero o de cualquier otro bien. En operaciones bancarias la tasa de interés convencional compensatoria esta representada por la tasa activa para las colocaciones y la tasa pasiva para las captaciones las cuales cobran o pagan las instituciones del sistema financiero en el proceso de intermediación del crédito.

TASA DE INTERES MORATORIA

Constituye la indemnización por incumplimiento del deudor en el reembolso del capital y del interés compensatorio pactado en su fecha de vencimiento. El interés moratoria se cobra solo cuando se haya pactado y se calculara solamente sobre el monto de la deuda correspondiente al capital, adicionalmente a la tasa de interés compensatoria o a la tasa de interés legal, cuando se haya pactado

En los casos en que la devolución del préstamo se efectúe por cuotas el cobro del interés moratoria procede únicamente sobre la parte correspondiente al capital de las cuotas vencidas impagadas mientras subsista esta situación. (Circular No. 007-99-EF /90 del 9 de Marzo de 1999)

TASA DE INTERES LEGAL
Según los artículos 1243 y 1244 del Código Civil la tasa de interés legal en moneda nacional y extranjera es fijada por el BCRP, cuando deba pagarse interés sin haberse fijado la tasa convencional compensatoria y/o moratoria. El deudor deberá abonar el interés legal que es publicado diariamente por el BCRP en términos efectivos.

TASA DE INTERES A REBATIR
Es una tasa de interés simple que se cobra sobre el saldo deudor impago de una deuda.

Ejemplo
Calcular el cronograma de pagos de un préstamo de S/ 1,000 a un plazo de 4 meses con 4 amortizaciones iguales y a una tasa de interés de 1% mensual.

PERIODO	AMORT.	INTERES	CUOTA	SALDO
0	0	0	0	1000
1	250	10.0	260.0	750
2	250	7.5	257.5	500
3	250	5.0	255.0	250
4	250	2.5	252.5	0

SEGUNDA SESION

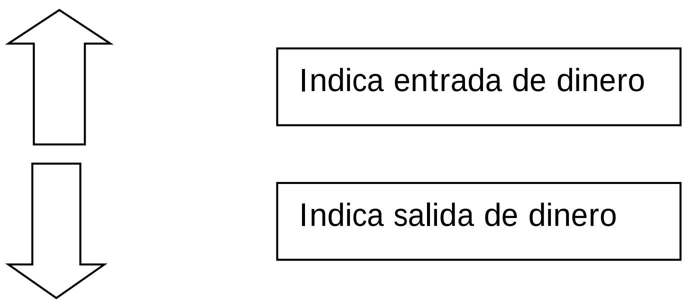
FORMULAS CLAVES DE CALCULO FINANCIERO

TERMINOLOGIA BASICA, NOTACION Y DIAGRAMAS DE FLUJO

NOTACION

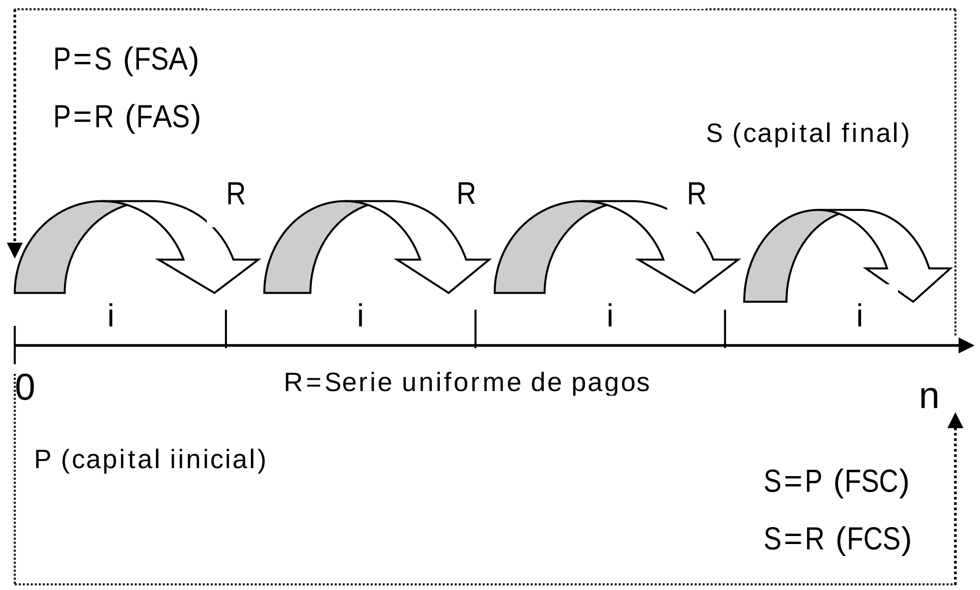
P ------------------------------- Capital inicial depositado o colocado.
S ------------------------------ Capital final de efectivo a retirar o devolver
R ------------------------------- Serie uniforme de pagos
n ------------------------------- plazo de la operación
i_n ------------------------------- Tasa de interés nominal
i_{ef} ------------------------------- Tasa de interés efectiva
i_{eq} ------------------------------- Tasa de interés equivalente

DIAGRAMAS



CIRCUITO MATEMATICO FINANCIERO

Sentido retrospectivo



Sentido proyectivo

FACTOR SIMPLE DE CAPITALIZACION FSC = $(1 + i)^n$

Transforma una cantidad presente o capital inicial P en un valor futuro o capital final (S), por lo tanto al final de n periodos a interés compuesto se tendrá:

$$\boxed{S = P \times FSC_{i-n}}$$

Donde i representa la tasa de interés nominal del periodo expresada en tanto por uno y n él numero total de periodos de tiempo.

Esta formula no es otra que la empleada en el interés compuesto cuando necesitábamos hallar un monto (S) donde:

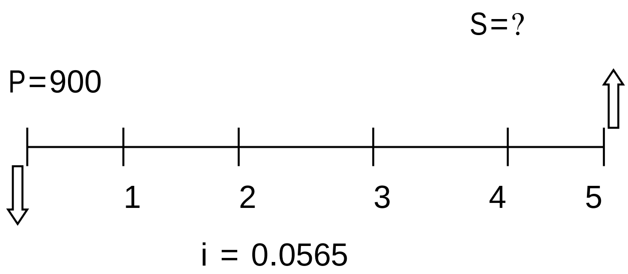
$$\boxed{S = P \times (1 + i)^n}$$

Ejemplo

¿Cuál será el monto de un deposito de ahorros de S/ 900.00 a una tasa nominal mensual de 5.65% con capitalización mensual si se cancela después de 5 meses?

Datos

P	=	900
i	=	5.65% ó 0.0565
n	=	5 meses
S	=	?



Solución

$$S = P \times FSC_{0.0565-5}$$
$$S = 900 \times (1 + 0.0565)^5$$
$$S = 900 \times 1.316278$$
$$S = 1,184.65$$

Resp.-El monto o capital final después de 5 meses será S/ 1,184.65

FACTOR SIMPLE DE ACTUALIZACION FSA = $\dfrac{1}{(1 + i)^n}$

Se deriva de la formula anterior despejando P:

$$\boxed{P = S \times \frac{1}{(1 + i)^n}}$$

donde : $FSA = \dfrac{1}{(1+i)^n}$

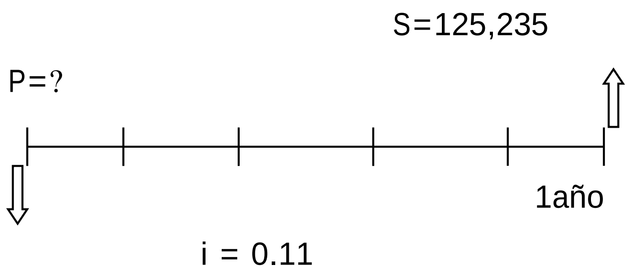
Este factor transforma una cantidad futura (S) en una cantidad presente (P) cuando hay n periodos antes a una tasa de interés compuesto.

$$\boxed{P = S \times FSA_{\,i-n}}$$

Ejemplo
¿Cuál será el valor actual de un deposito que puesto a una tasa efectiva anual del 11% diaria producirá un monto de USD 125,235?

<u>Datos</u>

P	=	?
i	=	11% ó 0.11 anual
n	=	1
S	=	125,235

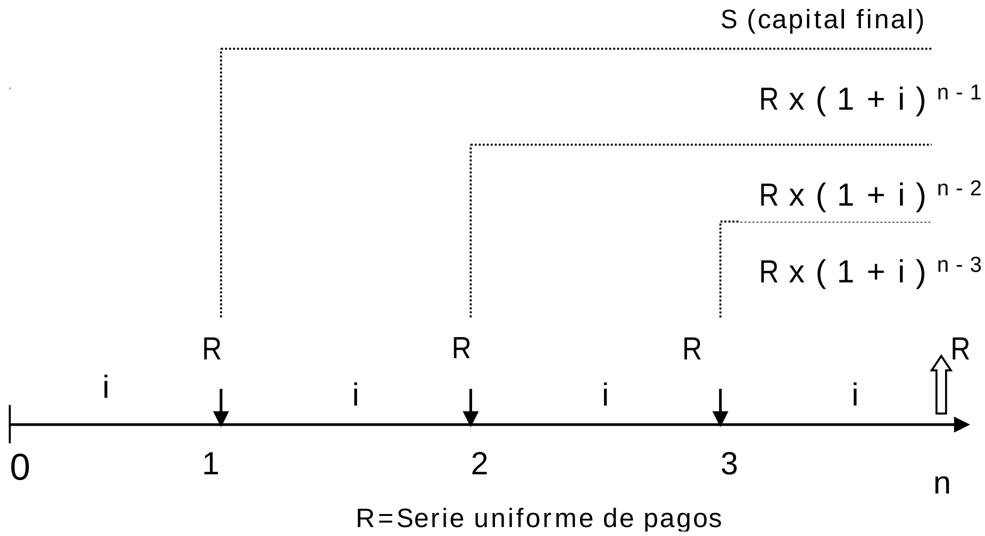


<u>Solución</u>

$P = S \times FSA_{\,0.11-1}$
$P = 125{,}235 \times (1 / (1 + 0.11)^1)$
$P = 112{,}824.32$

Resp.-El valor actual de un monto de USD 112,824 colocado a una tasa de 11% en un año será USD 112,824.32

<u>FACTOR DE CAPITALIZACION DE LA SERIE</u> $FCS = \dfrac{(1+i)^n - 1}{i}$



Cada pago R esta sometido a interés compuesto por n periodos el primero durante n – 1 periodos, el segundo durante n – 2 periodos y así él ultimo no devenga interés. Una vez que todas los pagos uniformes se han capitalizado en el momento n se procede a sumar para llegar al monto o capital final (S.

La formula general es:

$$\boxed{S = R \times \left(\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right)}$$

$$FCS = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

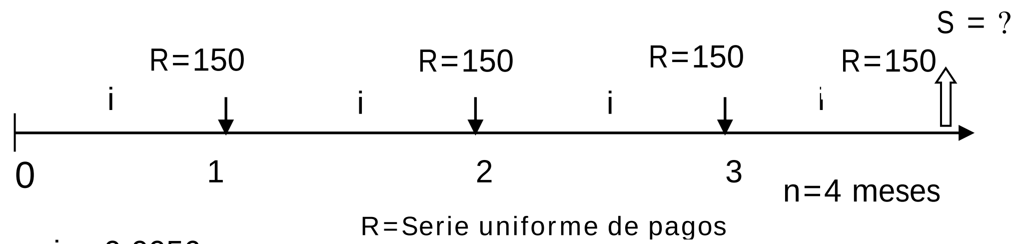
FACTOR DE CAPITALIZACION
DE LA SERIE UNIFORME

Este factor transforma una serie uniforme de pagos o depósitos los cuales al capitalizarse a un interés compuesto generan un monto o capital final.

$$S = R \times FCS_{i - n}$$

Ejemplo :

¿Que monto habré acumulado si efectúo 5 depósitos mensuales iguales de USD 150 en mi cuenta de ahorros la cual me paga una tasa mensual de 0.56% con capitalización mensual?



i = 0.0056

Datos

R = 150

i = 0.0056 mensual

n = 4 meses

S = ?

Solución

$S = R \times FCS_{0.0056 - 4}$

$$S = 150 \times \left(\frac{(1 + 0.0056)^4 - 1}{0.0056} \right)$$

S = 150 x 4.033726

S = 605.06

Resp.- Acumularé USD 605.06

FACTOR DE DEPOSITO AL FONDO DE AMORTIZACION

$$FDFA = \frac{i}{(1 + i)^{n}}$$

Viene a ser la inversa del Factor de capitalización de la serie. Este factor nos ayuda a calcular las series de pagos uniformes que tendríamos que hacer para que transcurrido un plazo n y ganando una tasa de interés, lleguemos a formar un monto o capital final predeterminado.

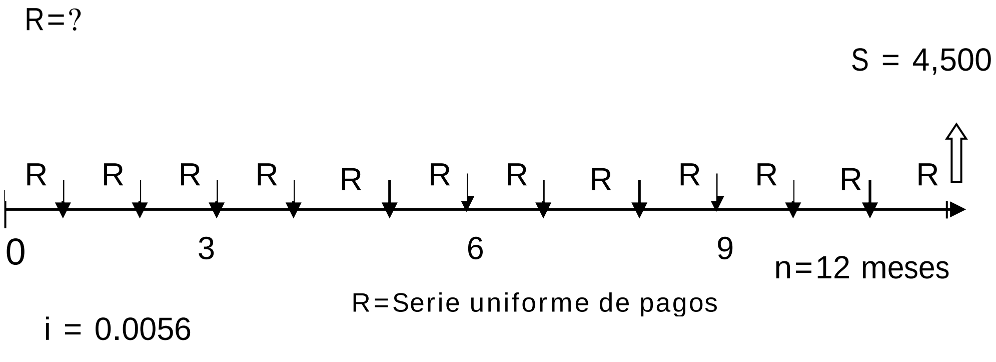
$$R = S \times \left(\frac{i}{(1 + i)^{n} - 1} \right)$$

Este factor transforma un valor futuro S en pagos o series uniformes de pagos por lo tanto:

$$R = S \times FDFA_{\,i-n}$$

Ejemplo

Me he trazado la meta de comprarme un auto usado cuyo precio es USD 4,500 y me he propuesto efectuar depósitos en mi cuenta de ahorros que me permitan llegar a esa cantidad en un plazo de 12 meses. ¿ Cuánto tendré que depositar mensualmente?



Datos

S = 4,500

n = 12

i = 0.0056 o 0.56% mensual

R = ?

<u>Solución</u>

$R = S \times FDFA_{\,0.0056 - 12}$

$$R = 4{,}500 \times \left(\frac{0.0056}{(1 + 0.0056)^{12} - 1} \right)$$

$R = 4{,}500 \times 0.080798$
$R = 363.59$

Resp.- Tendré que depositar mensualmente USD 363.59

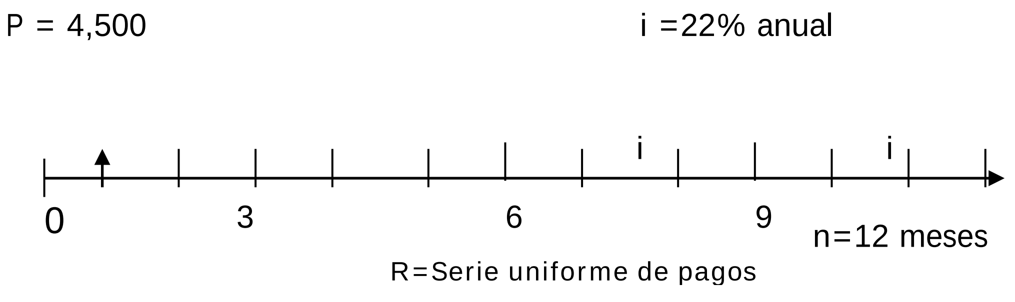
<u>FACTOR DE RECUPERACION DE CAPITAL</u> $FRC = \dfrac{i \times (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$

Transforma un capital inicial o presente en una serie de pagos uniformes que contienen un interés y una amortización. Esta es la formula mas utilizada a nivel bancario y se basa en el cobro de una tasa de interés a rebatir sobre el saldo impago así como en la amortización del préstamo durante el plazo del crédito.

$$R = P \times FRC_{\,i - n}$$

<u>Ejemplo</u>

¿Cuál es la cuota mensual que deberé pagar si en lugar de efectuar los depósitos en mi cuenta de ahorros decido solicitar un crédito a 12 meses a una tasa efectiva anual de 22% y con pagos y capitalización mensual?



<u>Datos</u>
n = 12
i = 22% o 0.22 anual
R = ?
P = 4,500

Solución
Como mi i esta en términos anuales y mi n esta en términos mensuales, tengo que hallar la tasa equivalente mensual para una TEA= 22% luego:

$$\boxed{i_{eq} = (1 + i_{ef})^{neq/nef} - 1}$$

$$i_{eq} = \left[(1 + 0.22)^{30/360}\right] - 1$$
$$i_{eq} = 0.016709$$

$R = P \times FRC_{0.016709 - 12}$

$$R = 4{,}500 \times \left(\frac{0.016709 \times (1+0.016709)^{12}}{(1 + 0.016709)^{12} - 1}\right)$$

R = 4,500 x 0.092659
R = 416.96

Resp.- Tendré que pagar mensualmente USD 416.59

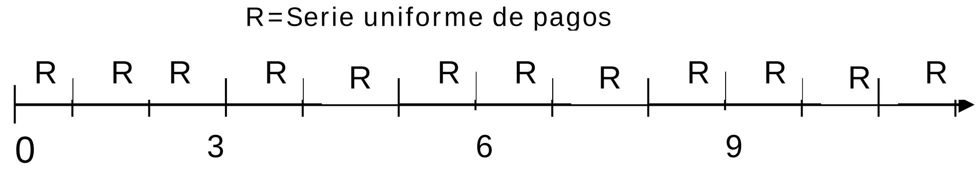
FACTOR DE ACTUALIZACION DE LA SERIE FAS = $\dfrac{(1 + i)^n - 1}{i \times (1 + i)^n}$

El FAS transforma una serie de pagos mensuales en un valor presente o capital inicial. Es exactamente la inversa del FRC por lo tanto:

$$P = R \times FAS_{i - n}$$

Ejemplo
¿Cuál será el valor actual de los pagos de USD 416.59 mensuales que tengo que hacer en los 12 meses?

P = ? i =22% anual
R=416.96



n=12 meses

Datos
$n = 12$
$i = 22\%$ o 0.22 anual
$R = 416.96$
$P = ?$

Solución

$P = R \times FAS_{0.016709 - 12}$

$$R = 416.96 \times \left(\frac{(1+0.016709)^{12} - 1}{0.016709 \times (1 + 0.016709)^{12}} \right)$$

$R = 416.96 \times 10.792260$
$R = 4,499.94$

Resp.-El valor actual es USD 4,499.94 (sí consideramos todos los decimales se redondea a USD 4,500)

TERCERA SESION

MODALIDADES DE PAGO DE DEUDAS EN EL SISTEMA BANCARIO Y COMERCIAL

CALCULO BANCARIO O RACIONAL
CUOTAS FIJAS

En este sistema varían tanto las amortizaciones como los intereses, siendo las amortizaciones crecientes y los intereses decrecientes al utilizarse un cobro de interés a rebatir (el interés se aplica sobre el saldo después de aplicar la amortización); de tal forma que en cada periodo se paga una cuota igual o fija. Conocida esta cuota constante o fija, la amortización se halla por simple diferencia con el interés calculado sobre el saldo deudor en cada periodo construyéndose así la tabla de amortización

La formula utilizada es la de Recuperación de Capital ya estudiada.

$$\boxed{R = P \times \frac{(i \times (1+i)^n)}{(1+i)^n - 1}}$$

Ejemplo :

P = $ 4,500.00
TEA= 22.00%
im = 1.67%
n = 12
R = ?

$$R = 4{,}500 \times \frac{0.016709 \times (1 + 0.016709)^{12}}{(1 + 0.016709)^{12} - 1}$$

R = $416.96

Periodo	Amortizacion	Interes	Cuota	Saldo
0				4,500.00
1	341.77	75.19	416.96	4,158.23
2	347.48	69.48	416.96	3,810.74
3	353.29	63.67	416.96	3,457.45
4	359.19	57.77	416.96	3,098.26
5	365.20	51.77	416.96	2,733.06
6	371.30	45.67	416.96	2,361.76
7	377.50	39.46	416.96	1,984.26
8	383.81	33.15	416.96	1,600.45
9	390.22	26.74	416.96	1,210.23
10	396.74	20.22	416.96	813.48
11	403.37	13.59	416.96	410.11
12	410.11	6.85	416.96	0.00
Total	4,500.00	503.58	5,003.58	

CUOTAS CRECIENTES

Difiere de la anterior en que se utiliza la suma de dígitos para calcular la amortización. Este sistema permite al deudor diferir la amortización del capital a fin de tener un mayor margen de liquidez en los primeros periodos del cronograma de pagos sobre todo cuando se trata de proyectos que requieren un plazo de maduración. En esta modalidad las cuotas aumentan y la amortización crece también en el tiempo del crédito.

Suma de digitos = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12

Suma de digitos = 78

$$\text{Amortizacion} = \frac{4500}{78} \text{ X No. de periodo}$$

P = 4,500
i = 0.016709
n = 12
R = ?

Periodo	Amortizacion	Interes	Cuota	Saldo
0				4,500.00
1	57.69	75.19	132.88	4,442.31
2	115.38	74.23	189.61	4,326.92
3	173.08	72.30	245.38	4,153.85
4	230.77	69.41	300.18	3,923.08
5	288.46	65.55	354.01	3,634.62
6	346.15	60.73	406.88	3,288.46
7	403.85	54.95	458.79	2,884.62
8	461.54	48.20	509.74	2,423.08
9	519.23	40.49	559.72	1,903.85
10	576.92	31.81	608.73	1,326.92
11	634.62	22.17	656.79	692.31
12	692.31	11.57	703.88	-
Total	4,500.00	626.59	5,126.59	

CUOTAS DECRECIENTES

$$\text{Amortización} = \frac{4{,}500}{12}$$

Amortización = 375

P = 4,500
i = 0.016709
n = 12
R = ?

Periodo	Amortizacion	Interes	Cuota	Saldo
0				4,500.00
1	375.00	75.19	450.19	4,125.00
2	375.00	68.92	443.92	3,750.00
3	375.00	62.66	437.66	3,375.00
4	375.00	56.39	431.39	3,000.00
5	375.00	50.13	425.13	2,625.00
6	375.00	43.86	418.86	2,250.00
7	375.00	37.60	412.60	1,875.00
8	375.00	31.33	406.33	1,500.00
9	375.00	25.06	400.06	1,125.00
10	375.00	18.80	393.80	750.00
11	375.00	12.53	387.53	375.00
12	375.00	6.27	381.27	-
Total	4,500.00	488.74	4,988.74	

Elaboración : Eco. Jorge Alvarez

En esta modalidad de crédito, la amortización es en partes iguales, y los intereses a rebatir.
En este sistema ocurre lo inverso a la anterior modalidad. Las amortizaciones al capital son fijas y al cobrar una tasa a rebatir los saldos sobre los que se cobra el interés son cada vez menores por efecto de la amortización haciendo que la cuota del periodo vaya disminuyendo.

<u>CALCULO COMERCIAL</u>
<u>TASA FLAT O COMERCIAL</u>
Llamado también "abusivo" porque no tiene en cuenta el calculo de interés a rebatir sino que considera siempre el saldo original para efectos de calcular el interés del periodo, teniendo como efecto que la tasa efectivamente cobrada sea muy superior a la tasa nominal del crédito.

$$R = \frac{4{,}500 + \left(4{,}500 \times .016709 \times 12 \right)}{12}$$

P = 4,500
i = 1.67%
n = 12
R = ?

R = 450.19

Periodo	Amortizacion	Interes	Cuota	Saldo
0				4,500.00
1	375.00	75.19	450.19	4,125.00
2	375.00	75.19	450.19	3,750.00
3	375.00	75.19	450.19	3,375.00
4	375.00	75.19	450.19	3,000.00
5	375.00	75.19	450.19	2,625.00
6	375.00	75.19	450.19	2,250.00
7	375.00	75.19	450.19	1,875.00
8	375.00	75.19	450.19	1,500.00
9	375.00	75.19	450.19	1,125.00
10	375.00	75.19	450.19	750.00
11	375.00	75.19	450.19	375.00
12	375.00	75.19	450.19	-
Total	4,500.00	902.29	5,402.29	

Nótese que usando la misma tasa nominal de 1.67% y el mismo plazo que los ejemplos anteriores el monto pagado de interés asciende a 902.29 unidades monetarias. Superior a los 503.58 pagados con cuotas fijas, a los 626.59 con cuotas crecientes y a los 488.74 pagados con cuotas decrecientes.