“LA LÓGICA DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA SIMPLE COMO ELEMENTO BASE EN LA TOMA DE DECISIONES COMPLEJAS”

INTRODUCCION:

La toma de decisiones es una tarea a la que nos enfrentamos a diario y de manera continua ya que básicamente todas nuestras acciones proceden de una decisión. No obstante, en la mayoría de los casos tomamos las decisiones por puro instinto.

Si bien tomar las decisiones simples por instinto o intuición no es malo, existen otras decisiones sobre asuntos importantes en donde es necesario analizar todas las posibles alternativas.

Es importantes estar conscientes de que una decisión equivocada puede traer consigo grandes consecuencias no solo en lo personal. Esto igual ocurre en el mundo de los negocios donde un pequeño fallo, una mala decisión tomada nos puede llevar a un abismo sin fondo.

Desde este punto de vista es en donde reside la importancia de tomar decisiones confiables basadas en hechos y buscando que sean las mejores decisiones o bien dicho de otra manera las decisiones óptimas.

La matemática nos puede proporcionar muchos instrumentos para el apoyo en la toma de decisiones, para ayudarnos a un mejor análisis de las situaciones.

Entre los modelos que utilizan lenguaje matemático se pueden mencionar los modelos de programación matemática.

1.MODELOS MATEMATICOS

Por lo regular resolver un problema es complicado, desde saber por donde comenzar hasta la manera más clara de expresar el problema. El primer paso que debemos realizar es descubrir los componentes, posteriormente elegir los que son importantes y descartar los que no sean parte fundamental del problema, a continuación, debemos buscar la relación entre estos y finalmente seleccionar algunos objetos o símbolos que permitan representar la situación simplificada. A esta representación se le denomina: *modelo.*

El modelo tiene diversas formas de ser representado desde un dibujo, mapa, fotografía, red, grafica, etc. hasta expresiones matemáticas.

Entre los modelos más destacados tenemos programación lineal, los de programación entera, los de programación no-lineal, los de programación dinámica y los de programación multiobjetivos.

1.1 PROGRAMACION LINEAL:

"Posiblemente, entre los modelos disponibles, el modelo lineal es el más viable económicamente y el más flexible, debido a que existe una amplia variedad de paquetes computacionales que permiten encontrar las soluciones de un programa lineal. Además, estos paquetes se adquieren a precios razonables y no requieren un equipo computacional sofisticado." (Narro Ramírez, 1996)

La programación lineal ha sido probada de manera exitosa en la industria química, agrícola, petrolera, automotriz, forestal, metalúrgica, en instituciones financieras, etc.

No obstante, cabe mencionar que la programación lineal tiene la limitante de la linealidad de las funciones que intervienen.

¿En qué consiste la Programación Lineal?

"La programación lineal (PL de ahora en adelante) consiste en encontrar los valores de unas variables que maximizan o minimizan un único objetivo sujeto a una serie de restricciones." (Serra de la Figuera, 2002)

Características de PL:

- Un único objetivo lineal a optimizar (maximizar o minimizar)
- Unas variables de decisión que siempre son continuas y no negativas
- Una o más restricciones lineales
- Un conocimiento exacto de los parámetros y recursos utilizados en la construcción del modelo

Ejemplos de usos de la programación lineal:

- Optimizar la mezcla de alimentos
- Optimizar la mezcla de productos químicos
- Seleccionar medios de publicidad
- Seleccionar canales adecuados de distribución
- Minimizar costos por el manejo de desperdicios
- Como ayuda para determinar el mejor presupuesto disponible

La forma general del modelo de programación lineal es:

$$Max \sum_{j=1}^{n} \left(c_j x_j\right)$$

Sujeto a:

$$f(x) = a_0 + \sum_{j=1}^{n} \left(a_{ij} x_j \leq b_i \;\; para \;\; i = 1 \ldots . n\right)$$

$$x_{\mathrm{i}} \geq 0$$

Se desea encontrar los valores de las n variables x¡, para i desde 1 hasta n, que permitan que la función llamada objetivo: c, x, +...+ cn xn (representada arriba en forma resumida) alcance el máximo valor, respetando las desigualdades a¡, x, +...+ ain xn menor o igual que el recurso b¡, en donde cada i, desde 1 hasta m, se refiere a las restricciones, donde x¡ mayor o igual que cero establece que las variables no pueden tomar valores negativos.

El programa también puede ser un programa de minimización y las desigualdades o restricciones pueden ser de: > > = (mayor, mayor o igual, o igual a).

1.2 PROGRAMACION ENTERA:

El conjunto de técnicas disponibles para encontrar la mejor solución entera posible para un problema de programación lineal recibe el nombre de programación entera. La única diferencia existente entre un modelo lineal y uno lineal entero, es la restricción de que algunas o todas las variables deben ser enteras. Para encontrar la solución de un programa entero es necesario utilizar un proceso de búsqueda en el que cada paso debe aplicarse el proceso de solución de un problema lineal.

“Un problema de programación lineal entera es un problema de programación lineal con la restricción adicional de que algunas de las variables deben tomar valores enteros. Cuando todas las variables deben tomar valores enteros decimos que se trata de un problema de programación lineal entera puro, en caso contrario decimos que es mixto. Diremos que una variable es binaria si solo puede tomar los valores 0 y 1. Una gran variedad de problemas combinatorios pueden ser planteados como problemas de programación lineal entera.” (UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES, 2011)

La forma general de un modelo de programación lineal entera es:

$$Max \sum_{i=1}^{n} (c_i x_i)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{n} \left(a_{ij} x_i \leq b_j \text{ , para: j} = 1 \ldots m\right)$$

Con x_i entero para: $r \leq i \leq s$,

$x_i \geq 0$, para i=1…n

$$x_r, x_{r+1} \ldots x_s$$

La interpretación de este programa lineal entero es la misma que la correspondiente al programa lineal, sólo que los valores de las variables xr, xr+1 xs deben ser enteros.

1.3 PROGRAMACION NO LINEAL:

En ocasiones y bajo ciertas circunstancias es necesario recurrir a los modelos no lineales. "Existen muchos tipos de problemas de PNL, en función de las características de estas funciones, por lo que se emplean varios algoritmos para resolver los distintos tipos. Para ciertos casos donde las funciones tienen formas sencillas, los problemas pueden resolverse de manera relativamente eficiente. En algunos otros casos, incluso la solución de pequeños problemas representa un verdadero reto." (Merino Maestre)

El modelo general de programación no lineal se expresa:

Max f(x)

Sujeto a:

g_i, (x) $\leq b_i$ y h_i (x) = 0, para: $0 \leq i \leq m$

$$x \geq 0$$

$$g_i,\ (x) \leq b_i \quad h_i\ (x)$$

En donde f(x) (función objetivo) desea maximizarse respetando las relaciones $g_i(x) < b_i$ (restricciones de desigualdad) y $h_i(x) = 0$ (restricciones de igualdad), para valores no

La función objetivo puede minimizarse en lugar de maximizarse y las restricciones de desigualdad pueden ser de > (mayor o igual).

Cuando se añade la restricción de integridad para algunas de las variables el modelo se llama programa no lineal entero.

La programación no lineal no dispone de un algoritmo que resuelva todos los problemas que se ajustan a este formato, pero se cuenta con paquetes como Gino y Gams que han sido utilizados con buenos resultados para la solución de este tipo de problemas. Estos paquetes conducen a una solución aproximada, esto es, cercana a la óptima.

1.4 PROGRAMACION POR OBJETIVOS

Este modelo se basa en establecer una meta numérica para cada uno de los objetivos que se desean alcanzar, formular una relación que represente cada objetivo y buscar una solución que minimice la diferencia entre el valor de cada función objetivo expresada como relación entre las variables y la meta que se desea alcanzar.

Este modelo cuenta con dos tipos de restricciones; las restricciones objetivo y las restricciones del recurso.

“En general, el problema de la P.L. consiste en encontrar el máximo o el mínimo de una cierta función (lineal) sujeta a una serie de restricciones (todas ellas lineales) en forma de ecuaciones o inecuaciones.” (VILLALBA, 1974)

De igual manera existen dos tipos de modelos con esta estructura:

1. El primero se llama programa por objetivos sin prioridades en el cual todos los objetivos son igual de importantes.

2. El segundo concede diferente importancia a cada objetivo y para reflejar estas prioridades se les asigna un peso distinto a cada desviación que aparece en la función objetivo del programa correspondiente.

La forma general del modelo de programación lineal por objetivo es:

$$Min \sum_{i=1} (p_i\, f_i + q_i\, s_i)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{n} \left(a_{ij}\, x_i \ \le b_j, \qquad para: j = 1, \dots, m\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} (c_{ik}\, x_i \ + f_k - \ s_k \ \le M_k, \qquad para: k = 1, \dots, numero\ de\ objetivos)$$

$$x_i \ , f_k \, , s_k \ \ge 0 \ , para: i = 1, \dots, n, \qquad k = 1, \dots, numero\ de\ objetivos$$

donde p¡ es el peso asignado a la cantidad f¡ que falta para alcanzar la meta M¡; q¡ es el peso asignado a la cantidad S¡ que le sobra a la meta M¡. Se desea minimizar la suma de desviaciones con pesos que reflejan su importancia. Mk es el valor asignado al objetivo k.

1.5 PROGRAMACION DINAMICA

“La programacion dinámica no solo tienen sentido aplicarla por razones de eficiencia, sino porque además presenta un método capaz de resolver de manera eficiente problemas cuya solución ha sido abordada por otras técnicas y ha fracasado. Donde tiene mayor aplicación la programacion dinámica es en la resolución de problemas de optimización. En este tipo de problemas se pueden presentar distintas soluciones, cada una con un valor, y lo que se desea es encontrar la solución de valor óptimo.” (UNIVERSIDAD DE MALAGA)

Este tipo de programación descompone el problema original en problemas más simples que se pueden resolver tomando una sola decisión en cada uno. Un problema de programación dinámica cuenta con las siguientes características:

1. Se puede dividir en etapas y cada una de ellas corresponde una toma de decisión.

2. Cada etapa cuenta con un numero finito de condiciones posibles en las que puede encontrarse el sistema.

3. La política de decisión tiene un efecto sobre la transformación del estado actual en un estado asociado con la etapa siguiente.

4. El procedimiento de solución está diseñado para encontrar la solución óptima para el problema completo

5. El conocimiento del estado actual del sistema expresa toda la información de su comportamiento anterior y esta información es necesaria para determinar la política optima de allí en adelante.

6. El procedimiento de solución inicia al encontrar la solución óptima de la última etapa ya que esta incluye la decisión optima de cada etapa

7. Se dispone de una relación recursiva que identifica la política óptima para la etapa n, dada la política óptima para la etapa n+1.

8. Cuando se usa esta relación recursiva, el procedimiento de solución se mueve hacia atrás etapa por etapa, encontrando cada vez la solución óptima para esa etapa, hasta que se encuentra la solución óptima desde la etapa inicial.

La forma general del modelo de programación dinámica es:

$$j_k\,(x_i) = Min\;[f_k(x_i) + j_{k+1}\;(x_{i+1})]$$

Donde $j_k\,(x_i)$ es el min de la etapa k a la ultima

Partiendo del estado x_i y $j_{k+1}\,(x_{k+1})$ es el min de la

Etapa k+1 a la última partiendo del estado x_{i+1}

2. VENTAJAS DE LA UTILIZACION DE MODELOS MATEMATICOS:

- Algunos países desarrollados han generalizado el uso de estos modelos.
- Permite la utilización de instrumentos matemáticos ya desarrollados en la consecución de una solución
- Se pueden minimizar gastos sin descuidar la calidad.
- Proporciona una manera sistemática, explicita y eficiente de encontrar una solución
- Permite evaluar distintas soluciones factibles
- Ayuda a tomar la mejor decisión.
- Puede predecir y comparar el comportamiento de la situación actual frente a diversas alternativas.

CONCLUSION:

Hoy en día en la industria se necesita la seguridad respecto a las decisiones que deban tomarse; ya que tomar una mala decisión implica gastos y consecuencias importantes en la mayoría de los casos.

No obstante, no solo a nivel industrial si no a nivel personal siempre estamos buscando tomar la decisión optima, es decir, la mejor para todos los problemas que se nos presenten. Sin embargo, muchas veces nos dejamos guiar por nuestra intuición y esto no siempre representa un beneficio.

Hoy en día existen diversos modelos matemáticos disponibles acompañados de apoyo computacional que nos permiten tomar decisiones optimas con relativa facilidad. Cabe mencionar que estos modelos matemáticos con apoyo computacional pueden realizar todas las combinaciones posibles de estrategias y determinar la mejor de ellas. Así pues, nos dan la solución optima al problema y en base a ella podemos tomar la mejor decisión.

AGRADECIMIENTOS:

Le agradezco a mi alma mater el Instituto Tecnológico de Orizaba, al profesor Fernando Aguirre y Hernández quien imparte la materia de Fundamentos de la Ingeniería Administrativa por demostrarnos que somos capaces de escribir artículos de diversos temas, por fomentarnos el habito de la lectura y sobre todo por ayudarnos a darnos cuenta de lo que somos capaces de lograr.

BIBLIOGRAFÍA

Merino Maestre, M. (s.f.). *TÉCNICAS CLÁSICAS DE OPTIMIZACIÓN*. UPV/EHU.

Narro Ramírez, A. E. (1996). Aplicación de algunos modelos matemáticos a la toma de decisiones. *Política y Cultura*, 183-198.

Serra de la Figuera, D. (2002). *Métodos Cuantitativos para la toma de decisiones.* Fundación Banco Bilbao Vizcaya y CRES.

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES. (2011). *Optimizacion Combinatoria.* Obtenido de http://cms.dm.uba.ar/

UNIVERSIDAD DE MALAGA. (s.f.). *LENGUAJES Y CIENCIAS DE LA COMPUTACION. UNIVERSIDAD DE MALAGA.* Obtenido de PROGRAMACION DINAMICA: http://www.lcc.uma.es/~av/Libro/CAP5.pdf

VILLALBA, D. (1974). PROGRAMACION POR OBJETIVOS. *REVISTA ESPAÑOLA DE FINANCIACION Y CONTABILIDAD*, 369-388.